

POSIBLES FLUCTUACIONES EN LA OPACIDAD DEL MEDIO INTERESTELAR EN UNA VECINDAD DEL POLO NORTE GALACTICO *

Arcadio Poveda

Una de las características más notables de la metagalaxia es la tendencia aparente de las galaxias —al menos de aquellas observadas en altas latitudes galácticas— de presentarse en grupos, mostrando una marcada desviación de lo que sería una distribución aleatoria. Este fenómeno fué observado primero por Bok;¹ más tarde Holmberg² al hacer su catálogo de galaxias dobles y múltiples también llama la atención sobre esta peculiaridad.

Tres interpretaciones se desprenden de estas observaciones:

1.—Que la característica observada corresponde a la realidad y es por lo tanto una propiedad intrínseca de la metagalaxia.

2.—Que las galaxias están distribuidas uniformemente en el espacio (con fluctuaciones estadísticas, claro está) y que las irregularidades observadas corresponden a fluctuaciones en la opacidad del medio interestelar.

3.—Finalmente, como en el caso anterior, las galaxias están distribuidas uniformemente en el espacio, pero ahora, además de las fluctuaciones en la opacidad del medio interestelar tenemos también fluctuaciones en la opacidad de un posible medio intergaláctico.

En una serie de trabajos Neyman, Scott, y Shane^{3, 4} han supuesto que las fluctuaciones en la opacidad del medio interestelar son despreciables y adoptando como real la distribución observada han calculado una serie de parámetros descriptivos de la tendencia de las galaxias a agruparse.

Por otra parte Ambartsumian⁵ en un trabajo ya clásico supuso la segunda alternativa, esto es: el material absorbente se presenta únicamente en nubes distribuidas al azar, de tal manera que la extinción sufrida entre el observador y un punto P a la distancia s , es una variable aleatoria $\tau = \tau_0 \cdot n(s)$ donde τ_0 es la extinción por nube que supone ser una constante y $n(s)$ es el número de nubes entre el observador y P; Ambartsumian supone que $n(s)$ es la variable aleatoria de Poisson con la esperanza vs ; donde v es el número promedio de nubes que la visual atravieza, digamos, por kiloparsec. Usando los datos de Hubble⁶ sobre conteos de galaxias a altas latitudes galácticas, y la extinción en la dirección del polo galáctico igual a 0.25 mgs (Hubble) es posible encontrar como hicieron Ambartsumian, Ambartsumian y Gordeladse⁷ $\tau_0 = 0.25$ y $v = 5-7$ nubes por kiloparsec.

Estas ideas de Ambartsumian resultaron ser muy fértiles pues inspiraron una serie de trabajos por Ambartsumian, Markarian, Chandrasekhar y Münch^{8, 9, 10, 11, 12} en los cuales las ideas del modelo sencillo fueron explotadas para toda una serie de situaciones conteniendo estrellas, polvo y gas como uno esperaría encontrar en el plano de la Vía Láctea. Los méritos de estos últimos trabajos han sido criticados en su aspecto astronómico por Bok¹³ y en su aspecto matemático por Neyman y Scott.¹⁴ Sin embargo Spitzer¹⁵ ha encontrado este modelo del medio interestelar consistente con los datos sobre las curvas de crecimiento para las líneas del sodio interestelar.

La Sra. de Warwick¹⁶ rediscutiendo el trabajo de Ambartsumian con la ayuda de los mismos conteos de Hubble llega a la conclusión de que el aglutinamiento observado es real y que las fluctuaciones en la opacidad del medio interestelar son despreciables. Sin embargo el trabajo de Warwick no es concluyente ya que se basa en conteos hechos en áreas de 0.6 grados cuadrados separados 5° en latitud y 10° en longitud; como ella misma reconoce, su análisis no puede revelar nubes con diámetros menores de 15 parsecs; sin embargo Ambartsumian, Chandrasekhar y Münch deducen valores un poco menores que estos; más aún, según Blaauw (mencionado por Payne-Gaposchkin¹⁷) el material absorbente llega, en la dirección del polo norte galáctico, tan lejos como 300 parsecs. De las consideraciones anteriores podríamos concluir que aún no se ha ofrecido una solución satisfactoria al problema de las fluctuaciones del medio interestelar a altas latitudes galácticas.

En este trabajo intentaremos esclarecer este problema, usando un método no debidamente explorado hasta ahora, pues aunque Shapley¹⁸ le ha prestado su atención, su trabajo nos parece incompleto. Este método consiste en determinar la existencia de posibles correlaciones entre conteos de estrellas débiles y de galaxias.

Como se aclarará más adelante, el 90% de las estrellas contadas en este estudio se encuentran detrás de las posibles nubes absorbentes; por lo tanto si es cierto que las fluctuaciones en los números contados de galaxias son producidas por estas mismas nubes absorbentes, entonces los números de estrellas mostrarán las mismas fluctuaciones, y por consiguiente se observará una fuerte correlación entre

* Resumen de la tesis presentada como requisito parcial para obtener el grado de Doctor ("Ph. D.") en Astronomía en la Universidad de California, Berkeley.

los respectivos conteos. Por otra parte si el material absorbente es muy uniforme y el aglutinamiento de las galaxias es real no existirá ninguna correlación entre los números de las estrellas y los de las galaxias.

Usando datos conocidos sobre la función de luminosidad (Van Rhijn, 1936¹⁹) y sobre la distribución de densidad perpendicular al plano de la galaxia (Schmidt²⁰) es posible tabular la función $N(m_1, m_2, z)dz$ para diferentes valores de z , dados m_1 y m_2 . $N(m_1, m_2, z)dz$ mide la esperanza del número de estrellas visibles por grado cuadrado comprendidos entre las magnitudes m_1 y m_2 y que además se encuentren en el intervalo de distancia $z, z + dz$. La Figura 1 muestra los puntos calculados para $m_1 = 14.5, m_2 = 18.7$ por los cuales se ha dibujado una línea sencilla.

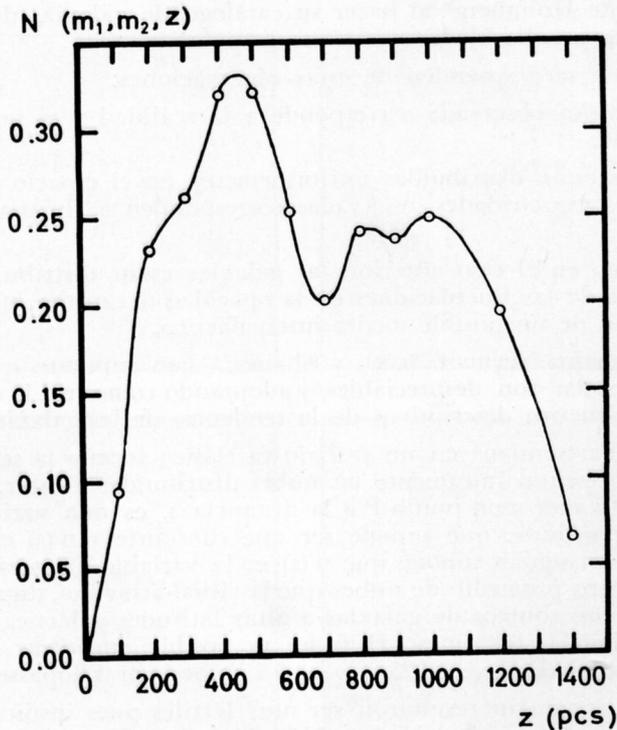


Fig. 1. Esperanza del No. de estrellas contadas, por grado cuadrado, entre z y $z+1$ y cuyas magnitudes se encuentran en el intervalo 14.5-18.7.

Si tomamos la mitad del espesor del estrato absorbente (hacia el polo norte) como 300 parsecs, valor éste superior a la mayoría de otras determinaciones (Van Rhijn²¹ da 120 parsecs) entonces vemos que el área bajo la curva de 0 a 300 parsecs contiene 40 estrellas; por otra parte las estrellas visibles en esa dirección con magnitudes entre 14.5 y 18.7 son alrededor de 500 por grado cuadrado. Así pues, solo el 9% de las estrellas observadas en nuestro estudio están embebidas en las supuestas nubes y por lo tanto, debemos esperar que el estudio de la distribución de las estrellas refleje fielmente las variaciones en la opacidad del medio interestelar.

El material escogido para este estudio se compone de conteos de galaxias por Shane y Wirtanen²² registrados individualmente para cada uno de los 1296 rectángulos de $10'$ por $10'$ de área en que es posible dividir las placas de 6° por 6° tomadas por el astrógrafo de $20''$ de Lick; y de conteos de estrellas hechos por el autor en las mismas placas, también registrados individualmente para celdas de $4'$ por $4'$ concéntricas con las celdas usadas por Shane y Wirtanen. Así pues los conteos de galaxias cubren la totalidad de 6° por 6° de las placas, mientras que los de las estrellas solamente $1/6.25$ del área de la placa.

Para hacer estos conteos se escogió una zona compuesta de 27 campos (aproximadamente 624 grados cuadrados) cerca del polo norte galáctico, $55^\circ \leq b \leq 80^\circ$, en la cual, para cada campo se han tomado —por Shane y Wirtanen— 2 placas en condiciones similares, (emulsión, revelado, exposición, etc.); de los 27 campos se seleccionaron 11 al azar habiendo sido éstos la fuente del material para el presente estudio. En la tabla I se dan las coordenadas de los centros.

Resumiendo: se tienen 11 campos de 6° por 6° ; de cada campo se han tomado 2 placas en condiciones muy similares; en cada placa he contado estrellas dos veces, lo suficientemente alejados en tiempo estos conteos como para considerarlos independientes; para dos campos Shane y Wirtanen tienen también conteos de galaxias duplicados para cada placa, para las nueve restantes solo hay un conteo de

galaxias por placa. Detalles sobre la forma en que las placas han sido tomadas, así como de los procedimientos de conteo pueden consultarse en el trabajo de Shane y Wirtanen.

TABLA I

α (1950)	δ (1950)	α (1950)	δ (1950)
12 ^h 00 ^m	+20°00'	13 ^h 00 ^m	+10°00'
13 40	20 00	13 20	10 00
12 00	15 00	13 40	10 00
12 40	15 00	14 20	10 00
12 00	10 00	14 40	10 00
12 40	10 00		

Siendo la base de nuestro análisis el establecer la existencia de una posible correlación entre los números de estrellas y los de galaxias es natural investigar qué factores pueden introducir falsas correlaciones. Desgraciadamente aún un análisis superficial muestra que estos factores podrían ser importantes. Por ejemplo: si Shane y Wirtanen al contar galaxias, de vez en cuando, contaron algunas estrellas por equivocación (V. g. estrellas muy rojas fuera de foco que dieran la impresión de ser nebulosas); análogamente al contar estrellas, es posible que algunas galaxias esferoidales den la impresión de ser estrellas; es obvio que este tipo de equivocaciones introduce una correlación positiva entre los números observados de galaxias y de estrellas.

Otra imperfección que puede tener importancia es la variación de sensibilidad (emulsión y revelado combinados) sobre la gran extensión de la placa (17" por 17") resultando difícil prever a priori qué tan uniforme resultó la sensibilidad sobre la misma. Es fácil ver que si en una zona de la placa la sensibilidad es anormalmente grande, entonces tanto los conteos de galaxias como los de estrellas serán anormalmente altos; análogamente cuando la sensibilidad baja, también los conteos bajan; nuevamente esto crea una correlación positiva. También introduce correlación positiva el hecho de que tanto las imágenes de galaxias como de estrellas se deterioren hacia la periferia de la placa. Estos no son todos los factores imaginables pero sí los más importantes.

Para determinar la importancia del primer factor, o sea los errores al clasificar estrellas o nebulosas, se llevó a cabo un experimento con 16 nebulosas gentilmente facilitadas por el Dr. Sandage; este experimento consistió en contar estrellas 12 veces (con las precauciones necesarias para asegurar que cada conteo fuera independiente de los demás) en las áreas en que estas nebulosas se hallaban; luego de hechos los conteos los revisamos minuciosamente contra mapas de las áreas facilitadas por Sandage para ver cuántas veces —por equivocación— las nebulosas estándar fueron contadas como estrellas. Aunque las magnitudes de estos objetos fluctúan entre 18.0 y 19.2, resultó que sólo una galaxia de las 16 fue contada 2 veces en 12, como estrella. Es de notarse que esta galaxia no obstante ser relativamente brillante ($m_{\text{pg}} = 18.6$) fue mal clasificada 2 veces; su tipo parece ser E4 y es la más temprana de todas en la lista, indicando lo anterior que las únicas galaxias susceptibles de confusión son las elípticas tempranas. Hemos interpretado estos resultados en el sentido de que la probabilidad de contar en general una galaxia como estrella (por el autor y en placas del 20") no es mayor de 0.02; la contribución de este tipo de error a la correlación se considera despreciable; este resultado y algunas otras consideraciones hacen pensar que a su vez el error consistente en contar estrellas como galaxias (por Shane y Wirtanen) es igualmente despreciable.

Para tomar en cuenta los restantes errores se elaboró un modelo matemático de los factores capaces de alterar los conteos. Las ideas básicas en este modelo son las siguientes:

a.—Los números contados de estrellas o galaxias son variables aleatorias cuya esperanza matemática es función de los factores o variables perturbadores.

b.—El efecto de cualquiera de estas variables es cambiar la magnitud límite del conteo por una cantidad que caracterizará a la variable en cuestión.

Así pues en el caso ideal de que las variables perturbadoras no fluctúen, la esperanza matemática de los conteos será, para las estrellas la función $\lambda_b(m)$; función de la magnitud límite y de la posición en el espacio, estando relacionada con la bien conocida función de Sears y Van Rhijn $N_b(m)$ por medio de: $\lambda_b(m) \equiv N_b(18.7) - N_b(14.5)$. Análogamente la esperanza de los conteos de galaxias será $L_b(m)$, Hubble llama esta función $N_b(m)$; pero para evitar confusión la hemos denotado $L_b(m)$.

Si ahora introducimos las variables perturbadoras, los números contados variarán un poco y sus esperanzas serán para las estrellas

$$\lambda_b(m + \mu_{rk} + \varphi_r + t_k + \Pi^*_{r1} + \pi^*_{rik} + \omega_{r1j})$$

donde (todo medido en magnitudes y a partir de sus esperanzas)
 μ_{rk} mide la extinción promedio sufrida por las estrellas del campo f ($f = 1, 2, \dots, F = 11$) y celda k ($k = 1, 2, \dots, K = 1296$) debida a las nubes hipotéticas.

φ_r mide la riqueza del campo particular f .

t_k mide el efecto de deterioro de las imágenes hacia las orillas de la placa.

Π^*_{ri} mide la sensibilidad de la placa i ($i = 1, 2$) en el campo f .

π^*_{rik} mide la sensibilidad de la emulsión en el cuadrado k de la placa i en el campo f .

ω_{rij} mide la habilidad de contar más o menos en el conteo j ($j = 1, 2$) de la placa i del campo f .

De igual manera para las galaxias la esperanza de los números contados, dadas las variables perturbadoras, será:

$$L_b (m + \eta_{rk} + \Phi_r + T_k + \Pi_{ri} + \pi_{rik} + \Omega_{rij})$$

donde la notación es calcada de la usada para las estrellas; es obvio que en general los valores de estas variables serán diferentes de los de las estrellas. Sin embargo η_{rk} mide la extinción promedio sufrida por las galaxias en la celda k (de $10'$ por $10'$) pero como el 90% de las estrellas están detrás de las supuestas nubes resulta que μ_{rk} y η_{rk} son aproximadamente iguales.

Sea X_{rijk} el conteo de estrellas en el campo f , placa i , en la sesión j , y en la celda k .

Sea Y_{rijk} el conteo de galaxias para la celda concéntrica.

Entonces estamos interesados en la esperanza: $E(X_{rijk} Y_{rijk})$; por un teorema de estadística: $E(X_{rijk} Y_{rijk}) = E\{E[X_{rijk} Y_{rijk} \text{ IV. P.}]\}$ donde $E(\text{IV. P.})$ quiere decir la esperanza condicional dadas las variables perturbadoras. Pero una vez dadas las variables perturbadoras X_{rijk} e Y_{rijk} resultan independientes. Por lo tanto:

$$E(X_{rijk} Y_{rijk}) = E\{E[X_{rijk} \text{ IV. P.}] E[Y_{rijk} \text{ IV. P.}]\} = E\{\lambda_b (m + V. P.) L_b (m + V. P.)\}$$

Desarrollando por serie de Taylor $\lambda_b (m + V. P.)$ y $L_b (m + V. P.)$ alrededor de m (tomando dos términos para el desarrollo de $\lambda_b (m + V. P.)$ y tres para el de $L_b (m + V. P.)$) vemos que al efectuar el producto tendremos términos que son los productos de las variables perturbadoras para las estrellas por las de las galaxias y al tomar esperanzas es posible demostrar que nos quedará

$$E(X_{rijk} Y_{rijk}) = (\lambda_b + t_k \lambda'_b) [L_b + T_k L'_b + \frac{L''_b T_k^2}{2} + \frac{L''_b}{2} (\sigma_{\eta}^2 + \sigma_{\Pi}^2 + \sigma_{\Phi}^2 + \sigma_{\pi}^2 + \sigma_{\Omega}^2)] + \lambda'_b L'_b \sigma_{\mu\eta} \quad (1)$$

donde usamos la notación de Cauchy para las derivadas, la $\sigma_{\mu\eta}$ para la covariancia y la σ^2 para la variancia. Es posible estimar el primer término de esta ecuación tomando promedios del producto X_{rijk} por Y_{rijk} sobre las diferentes combinaciones posibles. Por otra parte en el segundo miembro nos encontramos con el término $\lambda'_b L'_b \sigma_{\mu\eta}$ o sea la covariancia entre la extinción sufrida por las estrellas en una celda dada y la sufrida por las galaxias en la concéntrica. Nuestro estudio se reduce entonces a estimar, a partir de la ecuación (1) el valor de $\sigma_{\mu\eta}$; si es cero querrá decir que ciertamente no hay fluctuaciones en la opacidad del medio interestelar. Además como $\mu \approx \eta$, entonces $\sigma_{\mu\eta} \approx \sigma_{\mu}^2$ o sea el valor de σ_{μ} será una medida en magnitudes de la dispersión de la opacidad, alrededor del valor esperado, en el medio interestelar. Nos resta estimar los demás términos en el segundo miembro de la ecuación (1). Esto se consigue tomando la esperanza:

$$E(X_{r..k} Y_{r..k}) = (\lambda_b + \lambda'_b t_k) [L_b + L'_b T_k + \frac{L''_b T_k^2}{2} + \frac{L''_b}{2} (\sigma_{\eta}^2 + \sigma_{\Phi}^2 + \sigma_{\Pi}^2 + \sigma_{\pi}^2 + \sigma_{\Omega}^2)]$$

resultado que por falta de espacio no es posible demostrar aquí; los puntos significan que se ha tomado el promedio sobre la variable que reemplazan; por ejemplo $X_{r..k} = \frac{1}{2} (X_{r1k} + X_{r2k})$. Finalmente estimamos la covariancia de μ y η por medio de la ecuación

* * La razón es que $\lambda_b(m)$ es aproximadamente una función lineal de m , mientras que $L_b(m)$ es una exponencial del tipo $C 10^{0.6 m}$.

$$\bar{\lambda}'_b L'_b \sigma_{\mu\eta} = \frac{1}{2FK} \sum_{f=1}^F \sum_{k=1}^K (X_{f1 \cdot k} Y_{f2 \cdot k} + X_{f2 \cdot k} Y_{f1 \cdot k}) - \frac{F}{F-1} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K X_{\dots k} Y_{\dots k} + \frac{1}{KF(F-1)} \sum_{f=1}^F \sum_{k=1}^K X_{f \cdot \dots k} Y_{f \cdot \dots k} \quad (2)$$

también es posible estimar la suma de las variancias de las variables perturbadoras relativas a las estrellas por medio de la siguiente fórmula que tampoco deduciremos:

$$\frac{1}{4FK} \sum_{f1j} \sum_k X^2_{f1jk} = \frac{1}{F} \sum_{f=1}^F \lambda_b + \frac{1}{F} \sum_{f=1}^F \lambda_b^2 + \left(\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K t^2_k + \sigma_\mu^2 + \sigma_\varphi^2 + \sigma_{\Pi^*}^2 + \sigma_{\pi^*}^2 + \sigma_\omega^2 \right) \frac{1}{F} \sum_{f=1}^F \lambda_b^2 \quad (3)$$

$\frac{1}{F} \sum_{f=1}^F \lambda_b$ no es más que X_{\dots} y en cuanto a $\sum_{f=1}^F \lambda_b^2$ lo estimamos a partir de

$$\sum_{f=1}^F \lambda_b^2 = \left(\sum_{f=1}^F \lambda_b \right)^2 + \sum_{f=1}^F X^2_{f \cdot \dots} - F^2 X^2_{\dots} \quad (4)$$

que nos da una estimación (sin bias) no sesgada de $\sum_{f=1}^F \lambda_b^2$; finalmente de las funciones de Sears y Van

Rhijn gráficamente determinamos la primera derivada de $\lambda_b(m)$ para la magnitud límite de nuestros conteos, $L'_b(m)$ lo obtenemos directamente de los conteos de Shane y Wirtanen.* Estos coeficientes no son muy sensibles a la magnitud límite adoptada, siendo ésta 18.7 en el sistema de Stebbins, Whitford y Johnson.

Las ecuaciones (2), (3) y (4) nos dan las covariancias y variancias que andamos buscando en términos de las cantidades conocidas que son los conteos de estrellas y de galaxias y las derivadas de la función de luminosidad aparente, para las estrellas y para las galaxias.

Resolver estas ecuaciones con la cantidad de datos que disponemos (para las estrellas tenemos 57024 conteos) es una tarea abrumadora, afortunadamente gracias a la gentileza del Dr. L. Henyey nos fue posible conseguir tiempo con la calculadora electrónica I. B. M. 650 de la "U. S. Atomic Energy Commission". Las instrucciones del cálculo y la operación de la máquina estuvieron a cargo del Sr. C. Stableford a quien agradecemos mucho su cooperación. Los datos fueron perforados en tarjetas I. B. M. gracias a la ayuda de la "U. S. National Science Foundation" a través del "Berkeley Statistical Laboratory".

A la hora de efectuar los cálculos, las sumas sobre k en la ecuación (2) fueron realizadas sobre aquellos valores de k que definen los cuadrantes en que se puede descomponer una placa, así pues en realidad terminamos con cuatro determinaciones de $\sigma_{\mu\eta}$; de esta manera tenemos una idea de qué tan precisa es nuestra determinación final; en otras palabras, cuánto podemos esperar que el valor real de $\sigma_{\mu\eta}$ difiera de nuestra estimación promedio. Los resultados numéricos en magnitudes se dan a continuación:

	1er. Cuadrante	2º Cuadrante	3er. Cuadrante	4º Cuadrante
$\sigma_{\mu\eta}$	- 0.0039	- 0.0330	+ 0.0223	- 0.0216
$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K t^2_k + \sigma_\mu^2 + \sigma_\varphi^2 + \sigma_{\Pi^*}^2 + \sigma_{\pi^*}^2 + \sigma_\omega^2 = 0.0495$				

Vemos que las cuatro determinaciones fluctúan de - 0.033 a + 0.022 con un promedio de - 0.009; debemos recordar que la precisión del promedio de estas 4 determinaciones es el doble de la precisión al calcular la covariancia por cuadrantes. Es muy halagador ver la precisión obtenida. Y dentro de esta precisión podemos afirmar que la covariancia es cero. Por otra parte la desviación estándar de todas las variables perturbadoras es: 0.22 mgs, esto incluye la contribución de seis variables diferentes; valor este también muy pequeño.

Así pues estos resultados numéricos indican que el medio interestelar es bastante uniforme.

Es posible demostrar que las teorías de Ambartsumian, Chandrasekhar y Münch dan $\sigma_\mu^2 = 0.06$; este valor está ciertamente fuera del intervalo en que las cuatro determinaciones de $\sigma_{\mu\eta}$ caen; más aún esa determinación de σ_μ^2 resulta mayor que la suma de las variancias de las 6 variables perturbadoras - σ_μ^2 incluida - y ésto sabiendo que al menos $\sigma_{\Pi^*}^2$ y $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K t^2_k$ tienen una contribución importante a la suma de las variancias.

* $L'_b(m) = 0.6 C(\text{Log}_e 10) 100.6 m = 0.6 \text{Log}_e 10 L_b(m)$; $L_b(m)$ es precisamente el promedio de los conteos por grado cuadrado, de Shane y Wirtanen.

Así pues concluimos de todo lo anterior que a altas latitudes galácticas las fluctuaciones de la opacidad interestelar son muy pequeñas, a tal grado que resultan inmedibles por este procedimiento y desde luego no son tan grandes como predice el modelo de Ambartsumian.

Por lo tanto, —salvo el efecto que pueda tener el material intergaláctico no considerado en el presente estudio— el aglutinamiento de las galaxias parece real.

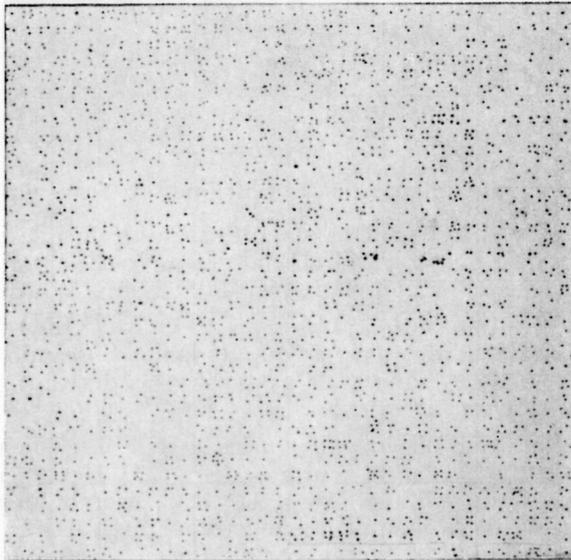


Fig. 2.—Distribución de estrellas para el campo cinco, placa uno, primer conteo.

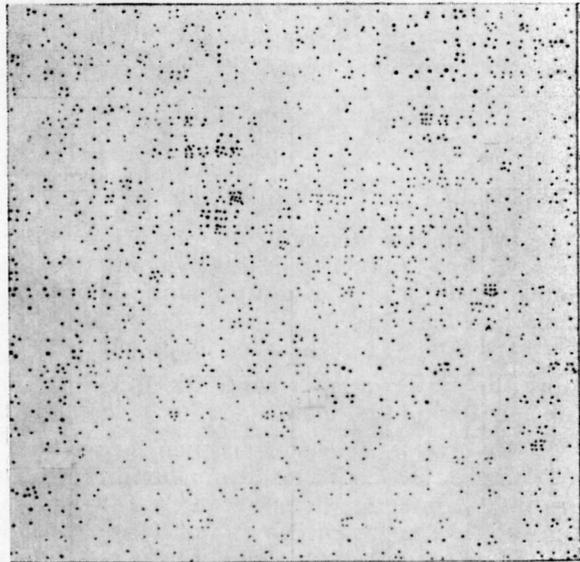


Fig. 3.—Distribución de nebulosas para el campo cinco, placa uno, segundo conteo.

En las Figuras 2 y 3 hemos dibujado al azar dentro de cada celda del campo indicado, tantos puntos como estrellas o galaxias fueron contados. Podemos ver así como la distribución de las estrellas débiles es mucho más uniforme que la de las galaxias. Este campo es típico.

En el futuro, al publicar en detalle la presente investigación agregaremos un estudio actualmente en proceso que intenta averiguar el efecto que tiene en la covariancia el haber tomado muestras de 4' por 4' para contar estrellas en lugar de haber tomado 10' por 10' como se hizo para las galaxias. Los resultados preliminares indican que esta diferencia en las áreas no tiene un efecto apreciable.

Finalmente deseo expresar mi agradecimiento al Dr. C. D. Shane por haber propuesto este problema y haberme facilitado sus conteos y los de C. A. Wirtanen inéditos en celdas de 10' por 10', y al Dr. J. Neyman por valiosas discusiones y continuado interés en lo referente a los problemas estadísticos tocados por este trabajo.

R E F E R E N C I A S

1. Harvard Bull. 895, 1934.
2. Lund Observatory Annals, 6; 1937.
3. Ap. J., 116, 144; 1952.
4. Ap. J., 117, 92; 1953.
5. Bol. del Observatorio de Abastumani, No. 4, p. 17; 1940.
6. Mt. Wilson Contrib., 485; 1934.
7. Bol. del Observatorio de Abastumani, No. 2, p. 37; 1938.
8. Contribuciones del Observatorio de Burakan, No. 1; 1946.
9. Contribuciones del Observatorio de Burakan, No. 6; 1951.
10. Ap. J., 112, 380; 1950.
11. Ap. J., 112, 393; 1950.
12. Ap. J., 114, 110; 1951.
13. Harvard Bull., No. 920; 1951.
14. Proc. Nat. Acad. Sciences, 40, 873; 1954.
15. Ap. J., 108, 276; 1948.
16. Proc. Nat. Acad. Sciences, 36, 415; 1950.
17. Variable Stars & Galactic Structure, p. 9.
18. P. A. S. P., 65, 237; 1953. También Harvard Bull., 890; 1932.
19. Bok. The Distribution of Stars in Space, p. 19; 1937.
20. B. A. N., No. 468, p. 15; 1956.
21. Publ. Kapteyn Astr. Lab., 50, 11; 1946.
22. A. J., 59, 285; 1954.

OPACITY FLUCTUATIONS IN THE INTERSTELLAR MEDIUM AT HIGH GALACTIC LATITUDES

Investigations of the spatial distribution of galaxies by Neyman, Scott and Shane are based on the simplifying assumption that the regions in the sky covered by their work are free from irregular galactic absorption, attributing the observed deviations from randomness to an intrinsic property of the metagalactic system. An alternative interpretation of those observations, due to Ambartsumian, claims that the spotty distribution of galaxies is a consequence of the assumed cloud-like structure of the interstellar medium.

This matter may be clarified by comparing Shane's and Wirtanen's counts of galaxies with the counts of faint stars. If the region studied is close to the galactic poles and contains irregular interstellar clouds then these clouds will affect the apparent magnitudes of about 90 per cent of the stars and of all the galaxies and thus create a positive component in the covariance between the two counts.

Empirical material for the study is composed of Shane's and Wirtanen's counts in 10' by 10' squares and of the author's counts of faint stars (apparent magnitudes roughly between 14.5 and 18.7) made in 4' by 4' squares concentric with the 10' by 10' cells used for the counts of galaxies. These counts cover 11 fields of 36 square degrees each, chosen at random from 27 fields with galactic latitudes between $+55^\circ$ to $+80^\circ$.

Unfortunately, in addition to the possible presence of interstellar clouds, there are several other possible sources of positive correlation between counts of galaxies and of faint stars. These include (1) errors in counting (sometimes when counting stars we misidentify a nebula and call it a star, and viceversa); (2) plate effect (irregularities of emulsion sensitivity and developing process); (3) telescopic effect (at the center of a plate the counts are higher than at the edges). In order to check the importance of (1) an experiment was performed with 16 standard nebulae supplied by Dr. Sandage with $17.6 \leq m_{pz} \leq 19.2$. The results gave us the probability, when counting stars, of classifying a nebula as a star approximately equal to 0.02, for counts on the 20" survey plates. This type of error is not considered important. In order to eliminate (2) and (3) eleven fields were selected for study for which there are available duplicate plates taken at the Lick Observatory either by C. D. Shane or C. A. Wirtanen; for all these plates there are available duplicate counts of stars, and for some of them duplicate counts of nebulae.

A statistical analysis of all these effects produced a set of equations to estimate the covariance between the star counts and the nebular counts, as well as the variances of the several disturbing variables.

Let X_{rijk} denote the number of stars obtained at the j th count ($j = 1, 2$), in the k th square ($k = 1, 2, \dots, K = 1296$), of the i th plate ($i = 1, 2$), taken over the f th field ($f = 1, 2, \dots, F = 11$). Let Y_{rijk} be a similarly defined quantity for the counts of galaxies; also let a dot mean the average of the counts over the index replaced by the dot; $\bar{\lambda}'_b$ the average over b of the derivative of the apparent luminosity function of the stars counted; L'_b similarly, is the derivative of the apparent luminosity function of galaxies for an average b). With this notation, an estimate of the covariance $\sigma_{\mu\eta}$ in magnitudes between the extinction μ suffered by the stars and the extinction η suffered by the galaxies, is given by equation (2) in the text. The sum of the variances of all the disturbing variables is estimated through equation (3).

The outcome of the computations were $\sigma_{\mu\eta} = -0.009$ mags, which we take to mean zero; and the standard error of all the disturbing variables, *interstellar extinction included*, is equal to 0.22 mags. Since the cloud theory predicts $\sigma_{\mu} = 0.25$ mags, we see that interstellar extinction in the area covered by the study is fairly uniform and certainly not as patchy as predicted by the theory of Ambartsumian.

From all this we conclude that the simplifying assumption of Neyman, Scott and Shane, neglecting the fluctuations of interstellar extinction as a factor in the observed nebular counts, is essentially correct.

A more detailed account of this work will be published elsewhere.