

EL EFECTO DEL MATERIAL ABSORBENTE SOBRE EL NUMERO OBSERVADO DE LAS ESTRELLAS QUE ENVUELVE. II.

*Paris Pişmiş**

Introducción.—En un artículo previamente publicado y designado como I, se ha discutido bajo suposiciones restringidas, el efecto que tendrá el material absorbente sobre el número de las estrellas observadas. En el trabajo mencionado se ha supuesto que tanto el material absorbente como las estrellas tienen una distribución homogénea dentro del mismo volumen, siendo este volumen de espesor constante con respecto al observador.

El presente artículo trata del mismo problema para casos menos restringidos. En general se supone ahora que el grupo de estrellas y el material absorbente ocupan un volumen esférico y con distribución no necesariamente homogénea. Se ha procurado, de esta manera, que las suposiciones hechas en el presente trabajo estén más de acuerdo con la realidad física.

Suposiciones.

1.—La distribución de las magnitudes absolutas es Gaussiana (al igual que en I) caracterizada por la función:

$$\varphi(M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{M^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

en donde σ , la dispersión, está determinada de tal manera que para una M previamente escogida —a la que hemos llamado la “magnitud límite significativa”— la siguiente relación esté satisfecha:

$$\int_{-M}^{+M} \varphi(M)dM = 0.9952 \quad (2)$$

El valor de σ deducido de (2) es $\sigma = \frac{M}{2\sqrt{2}}$

2.—El número N de estrellas dentro del grupo puede ser cualquier número finito.

3.—El diámetro de la esfera que envuelve a las estrellas es pequeño comparado con la distancia del grupo al observador, de tal manera que $M-m$ puede suponerse constante para las estrellas del grupo; m está alterada solamente debido a la absorción.

4.—El material absorbente y las estrellas ocupan la misma esfera y en ambos casos existe simetría esférica.

5.—No existe absorción en frente de los grupos. (Véase trabajo I para la justificación de esta suposición).

Consideraciones Teóricas.—Sean: (Véase Fig. 1).

R , el radio de la esfera dentro de la cual se encuentran las estrellas y el material absorbente.

ρ , la distancia de un punto P al centro O de la esfera.

r , la distancia proyectada de P desde O' , siendo este último la proyección del centro visto por el observador.

$z = PP'$, la profundidad de P desde la superficie de la esfera a lo largo de la visual.

$f(\rho)$, la función de densidad que caracteriza la distribución del material absorbente.

$F(\rho)$, la función de densidad que caracteriza la distribución de las estrellas.

a_0 , el coeficiente de absorción en magnitudes por unidad de masa.

* Becaria del Instituto Nacional de la Investigación Científica.

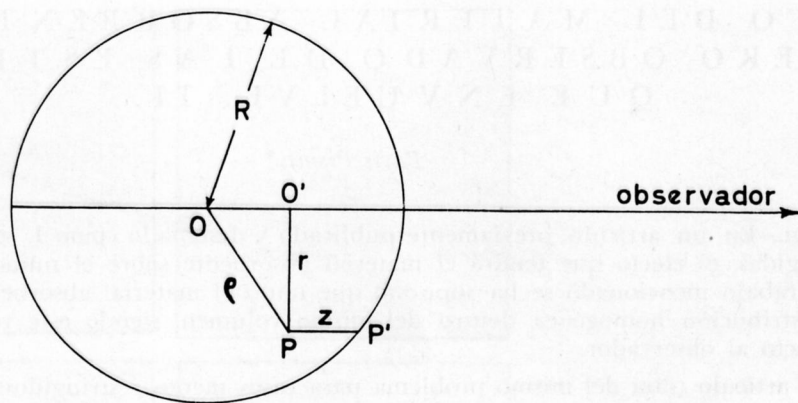


Fig. 1

La absorción a , en un punto P (a profundidad z) esta, entonces, dada por

$$a = a_0 \int_r^R f(\varrho) \frac{\varrho d\varrho}{\sqrt{\varrho^2 - r^2}} \pm a_0 \int_r^{\varrho} f(\varrho) \frac{\varrho d\varrho}{\sqrt{\varrho^2 - r^2}} \quad (3)$$

Se toma el signo $+$ cuando $z^2 > R^2 - r^2$
y el signo $-$ cuando $z^2 < R^2 - r^2$

La fracción de las estrellas observadas con magnitudes en el intervalo (M_1, M_2) a una distancia r del centro aparente del disco será proporcional al valor medio de la integral siguiente:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{M_1 - a}^{M_2 - a} e^{-\frac{M^2}{2\sigma^2}} dM \quad (4)$$

sobre la absorción variable y con peso proporcional a la densidad estelar variable. Designando este promedio con $\psi(r)$ se obtiene,

$$\psi(r) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_0^R F(\varrho) f(\varrho) \frac{\varrho d\varrho}{\sqrt{\varrho^2 - r^2}} \int_{M_1 - a}^{M_2 - a} e^{-\frac{M^2}{2\sigma^2}} dM}{\int_0^R F(\varrho) f(\varrho) \frac{\varrho d\varrho}{\sqrt{\varrho^2 - r^2}}} \quad (5)$$

Esta expresión proporciona para el punto observado la fracción del total de las estrellas entre magnitudes M_1 y M_2 , a una distancia r del centro. Finalmente la fracción de las estrellas observadas en el disco completo, con magnitudes entre M_1 y M_2 , se obtiene integrando la expresión siguiente:

$$2\pi \int_0^R \psi(r) r dr \quad (6)$$

y normalizándola.

Cuando la distribución del material absorbente o de las estrellas es homogénea, las funciones respectivas de distribución se reducen a constantes.

Se distinguen 4 casos diferentes.

Caso 1.—El material absorbente muestra condensación central; la distribución estelar muestra condensación central.

Caso 2.—El material absorbente muestra condensación central; la distribución estelar es homogénea.

Caso 3.—El material absorbente es homogéneo; la distribución estelar muestra condensación central.

Caso 4.—El material absorbente es homogéneo; la distribución estelar es homogénea.

Es claro que, debido a la imposibilidad de integrar analíticamente la función Gaussiana (expresión 5) estamos obligados a recurrir a métodos numéricos.

Procedimientos numéricos.—Todas las integraciones fueron efectuadas numéricamente dividiendo la esfera en 10 zonas concéntricas de igual ancho, numeradas del 1 al 10, desde el centro hacia afuera (la zona I es una esfera).

Se han hecho simplificaciones con respecto a las funciones de distribución. $f(\rho)$ se supone dada por una sucesión de valores discretos que aparecen en la Tabla 1.

Tabla 1

La función $f(\rho)$

$a_0 f(\rho)$	0.28	0.26	0.24	0.22	0.20	0.18	0.16	0.14	0.12	0.10
ρ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Así por ejemplo, la absorción total en la zona 6 es de 0.18 magnitudes. La absorción total a lo largo de un diámetro es, entonces, de 3.80 magnitudes.

La función $F(\rho)$, que caracteriza la distribución de las estrellas se supone proporcional a una sucesión de valores discretos —y constantes en la zona correspondiente— dados en la Tabla 2.

Tabla 2

La función $F(\rho)$

ρ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F(\rho)$	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5

La dispersión σ de las magnitudes absolutas se supone tal que el "límite significativo" de M sea 4; es decir que $\sigma = \sqrt{2}$. Cuatro diferentes intervalos para M se han aceptado. Estos intervalos: de $-\infty$ a -3.0 , de -3.0 a 0.0 , de 0.0 a $+3.0$, de $+3.0$ a $+\infty$, se designan respectivamente por I, II, III y IV. Los diagramas que siguen sintetizan los resultados de las integraciones.

Las figuras 2 a 7 están incluidas aquí por su interés general, sin comentarios detallados. En éstas se ve claramente la variación del número de las estrellas (suponiendo que el número total es igual a 100) desde el centro hacia afuera, en cada uno de los intervalos de magnitud. Se advierte que en el caso del material absorbente concentrado, independientemente de que envuelve un grupo de estrellas concentrado u homogéneo, (Figs. 2 y 3), el último intervalo de magnitudes, IV, tiene el mayor número de estrellas en comparación con el intervalo correspondiente en las demás figuras. Respecto al caso de absorción uniforme, la concentración estelar causa un desplazamiento de los máximos hacia el centro. En las figuras 6 y 7, los intervalos I y IV así como II y III son coincidentes. Esto es una consecuencia obvia de la simetría de la función Gaussiana.

En la Tabla 3 se dan los porcentajes de las estrellas observadas en el disco entero y en cada uno de los diferentes intervalos de magnitud. Aparte de los 4 casos arriba listados se han incluido, con fines de comparación, otros dos casos —los de las figuras 6 y 7— sin absorción y con distribución estelar homogénea y concentrada.

Las figuras siguientes —del 2 al 7— muestran la variación del porcentaje de las estrellas desde el centro hacia afuera observables en cada uno de los intervalos de magnitud: I, II, III y IV (correspondientes respectivamente a los intervalos de $-\infty$ a -3.0 , de -3.0 a 0.0 , de 0.0 a $+3.0$ y de $+3.0$ a $+\infty$) para los cuatro casos con absorción y los dos casos sin absorción.

Abscisas: Las zonas concéntricas marcadas del 1 al 10.
Ordenadas: Porcentajes.

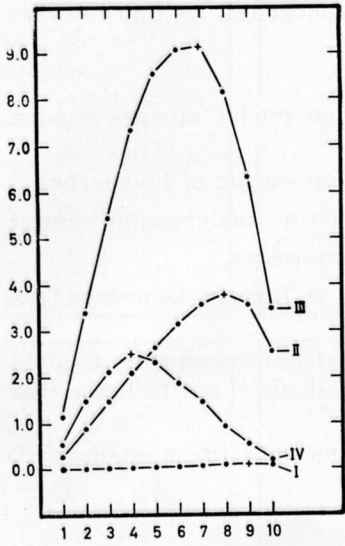


Fig. 2. Material absorbente concentrado, distribución estelar concentrada.

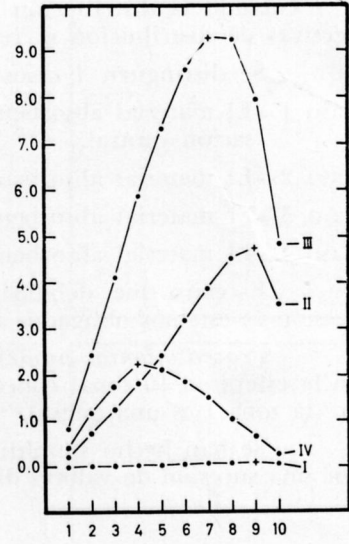


Fig. 3. Material absorbente concentrado, distribución estelar homogénea.

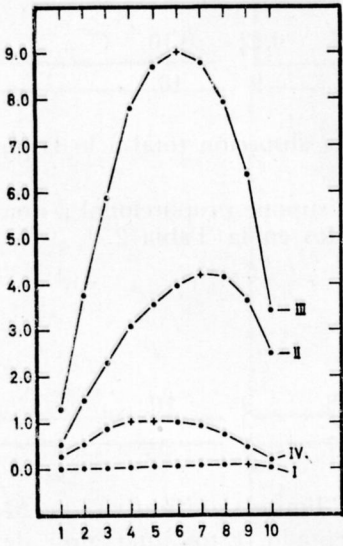


Fig. 4. Material absorbente homogéneo, distribución estelar concentrada.

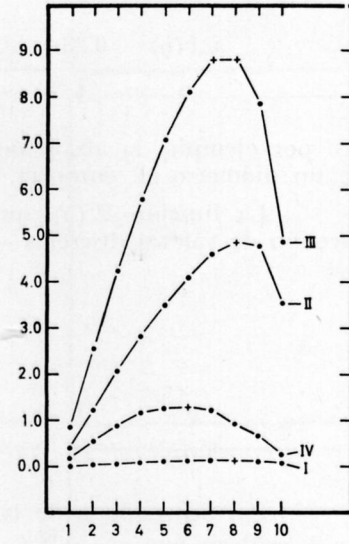


Fig. 5. Material absorbente homogéneo, distribución estelar homogénea.

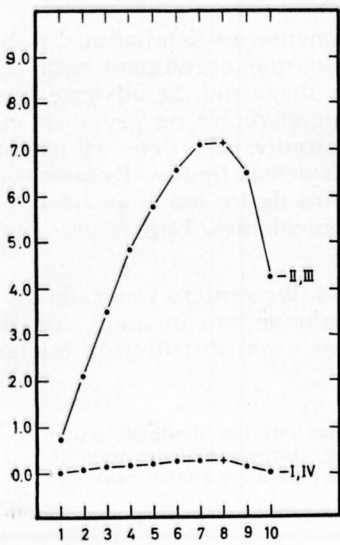


Fig. 6. Material absorbente inexistente, distribución estelar concentrada.

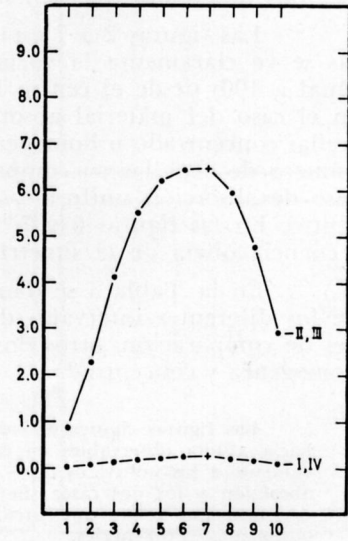


Fig. 7. Material absorbente inexistente, distribución estelar homogénea.

La Tabla 3 muestra claramente que la razón del aumento del número de las estrellas, al pasar de un intervalo de magnitudes al siguiente, de magnitudes más débiles, es *más grande* para los casos en donde hay absorción que en los casos de semejante distribución estelar pero sin material absorbente. Las conclusiones del trabajo anterior (I) son, entonces, igualmente ciertos para las suposiciones más amplias hechas en la presente discusión.

Cabe mencionar que los resultados obtenidos en este trabajo (como se ha demostrado en I) son invariantes a la multiplicación de los parámetros, tal como, σ , M_1 , M_2 , a_0 y R por la misma cantidad positiva.

Tabla 3

	<i>I</i> <i>M</i> <i>de -∞</i> <i>a -3.0</i>	<i>Razón</i> <i>columna II</i> <i>columna I</i>	<i>II</i> <i>M</i> <i>de -3.0</i> <i>a 0.0</i>	<i>Razón</i> <i>columna III</i> <i>columna II</i>	<i>III</i> <i>M</i> <i>de 0.0</i> <i>a +3.0</i>	<i>Razón</i> <i>columna IV</i> <i>columna III</i>	<i>IV</i> <i>M</i> <i>de +3.0</i> <i>a +∞</i>
Caso 1.							
abs. concentr.	0.44	54.2	23.83	2.6	61.85	0.21	13.88
estr. concentr.							
Caso 2.							
abs. concentr.	0.51	51.4	26.20	2.3	60.28	0.21	12.99
estr. uniforme							
Caso 3.							
abs. uniforme	0.52	56.7	29.50	2.1	63.02	0.11	6.96
estr. concentr.							
Caso 4.							
abs. uniforme	0.90	35.3	31.79	1.8	58.88	0.21	8.42
estr. uniforme							
abs. inexistente	1.70	28.4	48.30	1.0	48.30	0.03	1.70
estr. uniforme o							
concentr.							

R E F E R E N C I A S

1. Boletín de los Obs. Tonantz. y Tacubaya No. 11., 1954.

THE EFFECT OF ABSORBING MATTER ON THE OBSERVED NUMBER OF THE EMBEDDED STARS. II.

Introduction.—In a previous article, designated by I, the effect of absorbing matter on the counted number of stars was discussed under rather restricted assumptions; stars and absorbing matter were assumed to be uniformly distributed, both occupying the same volume, which volume had constant depth with respect to the observer throughout its extent.

In the present article the same problem will be taken up for a less restricted case. It will now be assumed that the group of stars and the obscuring matter again occupy the same volume which is now spherical and that their distribution is not necessarily homogeneous. We expect that the present assumptions will bring us closer to physical reality.

Assumptions.

1.—The distribution of the absolute magnitudes is throughout Gaussian (as in I) characterized by the function given in expression (1), on page 3, where σ , in magnitudes, is so chosen that for a value M —termed “significant limiting magnitude”— expression (2) is true. σ thus obtained satisfies the relation $\sigma = \frac{M}{2\sqrt{2}}$.

2.—The number of stars, in a group may be any finite number.

3.—The depth within the group is small compared to its distance from the observer so that apparent magnitudes will be affected only due to absorption within the group.

- 4.—Stars and absorbing matter occupy the same sphere and each one is distributed with spherical symmetry.
 5.—We neglect the absorption in front of the groups (see justification for this in paper I).

Theoretical Considerations.—Let: (see Fig. 1)

R , the radius of the sphere within which both stars and absorbing matter are enclosed.

Q , the distance of a point P from the center O of the sphere.

r , the projected distance of P from O' , the projection of the center as seen by the observer.

$z = PP'$, the depth of P from the surface of the sphere along the line of sight.

$f(Q)$, the density function characterizing the distribution of the absorbing matter.

$F(Q)$, the density function characterizing the distribution of the stars.

a_0 , the absorption coefficient in magnitudes per unit mass.

The absorption a at any point P (at depth z) is given by expression (3) on p. 4; the positive sign to be taken when $z^2 > R^2 - r^2$, and the negative sign when $z^2 < R^2 - r^2$.

The fraction of the stars observed with magnitudes between M_1 and M_2 at a distance r from the center of the projected disk will be given by the mean value of the integral (4), on page 4, over the variable absorption and weighted according to the star density throughout the depth of the sphere at r . This mean value, designated by $\psi(r)$, will be given by the expression (5) on page 4. $\psi(r)$ gives, thus, the fraction of the stars observed at r which have observed magnitudes between M_1 and M_2 .

And finally the fraction of stars observed over the whole disk between M_1 and M_2 is obtained by integrating $\psi(r)$ over the whole disk as in (6) on page 4, and by normalizing it. When the distribution of the absorbing matter and of the stars is homogeneous, the functions $f(Q)$ and $F(Q)$ will be substituted by constants.

We shall distinguish 4 different cases.

Case 1. Absorbing matter with central condensation, stellar distribution with central condensation.

Case 2. Absorbing matter with central condensation, stellar distribution homogeneous.

Case 3. Absorbing matter homogeneous, stellar distribution with central condensation.

Case 4. Absorbing matter homogeneous, stellar distribution homogeneous.

It is clear that owing to the impossibility to integrate the Gaussian function we are compelled to have recourse to numerical methods.

Numerical Integrations.—All integrations are numerically performed by dividing the sphere into 10 concentric zones of equal thickness, numbered 1 to 10 from center outwards. Zone 1 is, therefore, a sphere.

The function $f(Q)$ is assumed to satisfy a discrete set of values given in Table 1 on page 5. According to this assumption the total absorption of zone 6, for example, is 0.18 magnitudes; and the total absorption throughout a diameter is 3.80 magnitudes.

The function $F(Q)$, characterizing the distribution of the stars is assumed proportional to the set of discrete values given in Table 2, page 5 (and is constant throughout the zone).

The dispersion σ of the absolute magnitudes is assumed to be such that the "significant limit" of M is 4 which yields $\sigma = \sqrt{2}$. Four different intervals of M , namely $-\infty$ to -3.0 , -3.0 to 0.0 , 0.0 to $+3.0$ and $+3.0$ to $+\infty$ are discussed; these intervals will be referred to as I, II, III and IV respectively. The diagrams on page 6, and Table 3, summarize the results of the integrations.

Figures 2 to 7 are reproduced for their general interest, without detailed comment. They give the run of the percentage star numbers in each of the 4 magnitude intervals, observed over the whole disk. We note, in passing, that for the case of concentrated obscuring matter, be it involving a uniform or a concentrated group of stars (Figs. 2 and 3) the last interval of magnitude, IV, has the largest number compared to the corresponding interval in the other figures. As to the case of uniform absorption the concentration of stars causes a shift of the maxima toward the center. In figures 6 and 7, intervals I and IV are similar and so are II and III. This is obviously a consequence of the symmetry of the Gaussian function.

Table 3 gives the percentage of the stars in each magnitude interval throughout the disk. Columns 3, 5 and 7 give the ratio of increase of the percentages from one magnitude interval to the next fainter interval. In addition to the 4 cases already listed, two more cases, namely those that are free of obscuring matter, are included for the purpose of comparison.

Table 3 shows clearly that the ratio of the increase of star numbers, as one extends the observations to fainter limits, in all cases where there is absorption, is higher than for the case without absorption. Hence the conclusions reached in paper I are also true for assumptions which bring circumstances closer to what may be found in nature.

As it has been shown in paper I the results of Table 3 are invariant when the parameters σ , M_1 , M_2 , a_0 and R are all multiplied by the same positive quantity.