

# THE DETERMINATION OF THE ELECTRON DENSITY BY THE [S II] LINES

Manuel E. Méndez

## DETERMINACION DE LA DENSIDAD ELECTRONICA POR MEDIO DE LAS LINEAS PROHIBIDAS DE S II.

*Introducción.*—La determinación de la densidad electrónica, en objetos poco densos, por medio de la relación de intensidades de líneas prohibidas, descansa fundamentalmente sobre el método del doblete  $\lambda 3726-29$  de líneas prohibidas del O II. Sin embargo, los parámetros atómicos de ion de O II son tales que este método es insensible a la densidad electrónica, cuando esta cantidad es mayor que  $2 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$ . Esta insensibilidad es debida a que las probabilidades de transición espontáneas de las líneas  $\lambda 3726-29$  son muy pequeñas; consecuentemente, las colisiones de segunda clase llegan a ser más importantes que las deactivaciones radiativas a bajas densidades y, por lo tanto, la relación de intensidades de esas líneas no es ya sensible a la densidad electrónica. Esto es, la población de los niveles de energía, a partir de los cuales las líneas se producen, es determinada por colisiones con electrones, lo cual es el caso en equilibrio termodinámico.

Las probabilidades espontáneas de transición, de las líneas prohibidas de S II, son más grandes que los valores correspondientes de las líneas de [O II]. Por lo tanto, esas líneas son particularmente valiosas porque pueden proveer una técnica para la determinación de densidades electrónicas para valores mayores que  $2 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$ . Recientemente, Czyzak y Krueger<sup>(1)</sup> han efectuado cálculos muy extensos para la obtención de probabilidades de transición ópticas, de varios iones de interés astrofísico. Los resultados obtenidos en el pasado han aumentado en exactitud considerablemente, y estos valores serán usados en el trabajo presente. Sin embargo, aunque los valores de las probabilidades ópticas de transición, calculadas por los autores mencionados, tienen un alto índice de exactitud, las secciones eficaces de colisión correspondientes no alcanzan la misma exactitud. De hecho, las densidades electrónicas obtenidas, con las líneas prohibidas de S II, son siempre mucho mayores que las densidades derivadas por otros métodos. Hasta ahora, la discrepancia ha sido explicada en términos de inhomogeneidades; esto es, considerando la existencia de condensaciones donde la densidad electrónica es mucho más alta que en los alrededores. Sin embargo, de acuerdo a las fotografías, obtenidas a través de filtros, de la Nebulosa de Orión<sup>(3)</sup> a la luz de las líneas nebulares de S II, esa hipótesis no parece estar bien fundada. Las regiones de la nebulosa que muestran intensidades altas, en esas líneas de S II, están siempre asociadas con las regiones de alta densidad indicadas por las líneas prohibidas de O II<sup>(4)</sup>. Tal comparación directa conduce a suponer que las líneas de S II y las de O II se forman en aproximadamente la misma zona. Entonces, es posible utilizar los datos obtenidos en la Nebulosa de Orión<sup>(4)</sup> sobre la densidad electrónica, dados por el doblete de oxígeno, para aumentar la exactitud de los parámetros de colisión calculados en el pasado para el ion de azufre ionizado.

Esta sugerencia, sobre una determinación empírica, requiere el conocimiento de ciertas cantidades observacionales de la Nebulosa de Orión, tales como: la densidad electrónica, la temperatura electrónica y las razones de intensidad de las líneas de S II. La densidad puede estimarse directamente del trabajo de Osterbrock y Flather<sup>(4)</sup>. Las otras cantidades han sido obtenidas en un estudio espectrofotométrico de la nebulosa por el autor.<sup>(5)</sup> Ya que la región mejor observada es la zona más densa (a  $40''$  de  $\theta^1$  Ori, aproximadamente), las observaciones de esa área se usarán en la determinación empírica de los parámetros de colisión.

*El Ion S II.*—Las líneas prohibidas, que se consideran en este trabajo, se producen por transiciones entre términos con baja energía de excitación, los niveles de ellos están separados del estado base por sólo unos electron-volts.

La población de estos niveles es determinada por colisiones, del átomo de S II en estado base, con electrones. La recombinación de electrones no es importante en la población de los niveles, de donde las líneas se producen; si esto no fuera así, las líneas que se producen desde niveles con mayor energía de excitación se observarían con alta intensidad. Entonces, como una buena aproximación, el átomo de S II puede ser considerado como si sólo tuviera tres términos. Específicamente, la configuración del estado base de ion de S II es  $3p^3$ , la cual se desdobra en tres términos:  $4S$ ,  $2D$  y  $2P$ . La población de cada nivel depende solamente de secciones eficaces de colisión y de las probabilidades de transición de las líneas.

Denótese los tres términos por  $k = 1, 2$  y  $3$ , en orden de energía de excitación. La rapidez de excitación por colisiones electrónicas de un ion positivo está dada por la relación 1: donde  $(2j_i + 1)$  es el peso estadístico del nivel inferior, a partir del cual la excitación tiene lugar;  $E_1 - E_i$  es la diferencia de energía entre términos;  $\Omega(i, j)$  es el parámetro de colisión; los otros símbolos tienen su significado usual. Similarmente la rapidez de colisiones de segunda clase está dada por la ecuación 2.

Con objeto de condensar la notación, sea  $\Gamma_{ij}$ , dada por la ecuación 3, la velocidad total de transiciones del término  $j$  al  $i$ . Si se consideran condiciones estacionarias, las ecuaciones 4, 5 y 6 que balancean pérdidas y ganancias de población, de cada término, son obtenidas.

De estas ecuaciones, las razones  $N_3/N_1$  y  $N_2/N_1$ , pueden ser obtenidas si se considera una distribución de Boltzmann modificada, dada por la expresión 7. Allí  $b_1$  cantidad que mide la desviación del equilibrio termodinámico, es un factor que debe ser determinado. Entonces, utilizando las ecuaciones del 1 al 7, se obtienen para  $b_2$  y  $b_3$  las ecuaciones 8 y 9. En estas últimas ecuaciones,  $\lambda_{23}$  es la longitud de onda media asociada a las líneas que se producen entre el término 2 y el 3, su valor está dado en micrones;  $\omega_1$  es el peso estadístico.

*Determinación de los parámetros de colisión.*—Las relaciones de intensidades de líneas que fueron usadas en la determinación son:

$$r = \frac{I(6716 + 6730)}{I(4068 + 4076)}$$

$$r' = \frac{I(6716)}{I(6730)}$$

La relación de intensidades de las líneas transaurales, I(4068)/I(4076), podría ser usada también en la determinación empírica de los parámetros de colisión; sin embargo, para las densidades, observadas en la Nebulosa de Orion, esta relación no es muy sensible a la densidad electrónica; como consecuencia, la exactitud en las observaciones espectroscópicas de estas líneas debe ser extremadamente alta, en otra forma efectos numéricos indeseables pueden ser introducidos en las secciones eficaces de colisión de las líneas prohibidas de S II. La relación  $r$  está expresada en la ecuación 10, donde  $N(\text{level})$  representa el número de átomos en ese nivel. Cuando los factores  $b_i$  son introducidos la ecuación 11 se obtiene a partir de la 10. En la expresión 11,  $p_\lambda(\text{Ne})$  toma en cuenta el efecto de las colisiones de segunda clase. Se incluye solamente para las líneas nebulares debido a que las probabilidades de transición ópticas son del mismo orden de magnitud que  $q_{21}(\text{Ne})$ , para las densidades electrónicas de la parte central de la Nebulosa de Orion. El valor de  $p_\lambda$  se da en 12.

Si una densidad electrónica de  $1.8 \times 10^4$ , como límite superior, es adoptada para las condensaciones centrales más densas de la nebulosa<sup>(4)</sup>, con una temperatura electrónica de 9400 °K<sup>(5)</sup>, la ecuación 11 se convierte en la expresión 13.

Cuando la deexcitación por colisiones del término 3 no se toma en consideración, el valor de  $r'$  está dado por 14.

En la nebulosa de Orion, para las regiones con el brillo superficial más alto,<sup>(5)</sup> las dos relaciones observadas son:

$$r = 1.2 \pm 0.15 \quad ; \quad r' = 0.60 \pm 0.05$$

Si se acepta que la densidad es  $1.8 \times 10^{-4} \text{ cm}^3$  y la temperatura 9400 °K, las ecuaciones 13 y 14 pueden resolverse por tanteos para obtener los valores de  $\Omega(1,2)$  y  $\Omega(2,3)$  que se ajusten más a los valores de las razones observadas. Una vez determinadas estas dos cantidades  $\Omega(1,3)$  se cambia y el proceso de tanteo se repite hasta obtener valores, de  $r$  y  $r'$ , lo más cercanos a los observados en Orion. Los valores iniciales de  $\Omega(i, j)$  utilizados fueron los calculados por Seaton<sup>(2)</sup>. Los resultados del proceso se ilustran en la tabla 1.

Con los parámetros de colisión obtenidos con este procedimiento, ecuación 14 puede ser escrita en la forma dada por la expresión 15. En la tabla 2, cuatro nebulosas planetarias que han sido estudiadas fotoeléctricamente por O'Dell<sup>(6)</sup>, y para las cuales  $r$  y  $r'$  son conocidas, son presentadas. De esa tabla se observa que las relaciones  $r$  dan una densidad más alta que la derivada por medio de  $r'$ . La explicación de esta diferencia puede darse en términos de fluctuaciones de densidad; ya que las condensaciones no han sido tomadas en consideración, los factores  $p$  son más pequeños; consecuentemente, los valores teóricos de  $r$  son más pequeños indicando una densidad más alta. En las figuras 1 y 2,  $r$  y  $r'$  se grafican como función de la temperatura, para tres valores de la densidad.

Una pequeña discrepancia, entre las densidades determinadas con las líneas de O II y aquellas obtenidas con las líneas prohibidas de S II, permanece aún. Sin embargo este método de tanteo es solamente una aproximación. Más observaciones, de las líneas de S II en varios objetos son necesarias, si se quiere obtener un conjunto más exacto de  $\Omega(i, j)$ . No obstante, la fórmula 15 puede dar una buena estimación de la densidad. Dada la separación de las líneas nebulares, la ventaja de la espectroscopía de bajas dispersiones puede ser empleada.

### Introduction

The determination of electron density, in low density objects, through the intensity ratio of forbidden lines relies heavily upon the [OII]  $\lambda$  3726-29 ratio method. However, the atomic parameters of the OII ion are such that this method becomes insensitive to the electron density when this quantity exceeds  $2 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$ . The reason being that the spontaneous transition probabilities of the  $\lambda$  3726-29 lines are very small; consequently, the second kind collisions become more important than the radiative deactivations at low densities and the intensity ratio of those lines is not any longer sensitive to the electron density. That is, the population of the two levels, from which the lines arise, is only determined by electron collisions, which is the case in thermodynamic equilibrium.

The spontaneous transition probabilities of the [SII] lines are greater than the corresponding values of the [OII] lines. Therefore, they are particularly valuable because they can provide a technique for determining electron densities for values higher than  $2 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$ . Czyzak and Krueger<sup>(1)</sup> have recently carried out extensive computations for obtaining the transition probabilities of several ions of astrophysical interest. The results derived in the past for the SII ion have thereby been much improved, and these values will be used in this work. Although the values of the optical transition probabilities computed by the above mentioned authors are quite accurate, the corresponding collision strengths<sup>(2)</sup> do not match in accuracy. In fact, the electron densities obtained, from the SII lines, are always much higher than the values derived by other methods. So far, the discrepancy has been explained in terms of inhomogeneities; that is, by assuming the existence of condensations where the electron density is much higher than in the surroundings. However, according to the filter photographs of the Orion Nebula,<sup>(3)</sup> in the light of the [SII] nebular lines, that assumption does not seem to be well supported. The regions of the nebula, which show the highest intensity in the lines, are always associated with the high density regions, as indicated by the [OII] lines<sup>(4)</sup>. This direct comparison leads to the assumption that the [SII] lines are also formed in about the same region of the condensations, as the OII lines are. One can then use the electron density data given by the oxygen doublet in increasing the accuracy of the collision strengths computed in the past.

This suggested empirical determination requires the knowledge of certain observational quantities of the Orion Nebula, such as the electron density, the electron temperature, and the intensity ratios of the [SII] lines. The density can be estimated directly from the work of Osterbrock and Flather<sup>(4)</sup>. The other quantities have been obtained in a spectrophotometric study of the Nebula by Mendez<sup>(5)</sup>. The best observed region of the Orion Nebula is the densest part (about 40" from  $\theta^1$  Ori);

therefore, the observations of that area will be used in the empirical determination to be explained in what follows.

### The SII Ion

The forbidden lines to be considered here are produced from transitions between low-lying terms, which have levels separated from the ground state by a few electron volts. These levels are populated by electron collisions from the ground state. Recombination is not important for the population of the terms, from which the lines arise; for otherwise, the lines arising from excited levels would be observed. Then, as a good approximation, the SII ion can be regarded as consisting of only three terms. Specifically, the ground state configuration of the SII atom is  $3p^3$ , which is split in three terms:  $^4S$ ,  $^2D$  and  $^2P$ . And the population of each level depends only on both collisional cross section and the optical transition probabilities.

Let the three terms be denoted by  $k = 1, 2$ , and  $3$ , in order of increasing excitation energy. The collisional excitation rate for a positive ion is given by the well known relation

$$q_{ij} = 8.63 \times 10^{-6} \frac{\Omega(i, j)}{\sqrt{Te(2J_i + 1)}} e^{-\frac{E_j - E_i}{kTe}} \quad (1)$$

where  $(2J_i + 1)$  is the statistical weight of the lower level, from which collisional excitation takes place;  $E_j - E_i$  is the energy difference between levels;  $\Omega(i, j)$  is the collision strength, the other symbols have their usual meaning.

Similarly, the collisional deactivation rate is

$$q_{ji} = 8.63 \times 10^{-6} \frac{\Omega(i, j)}{\sqrt{Te(2J_i + 1)}} \quad (2)$$

In order to condense the notation, let

$$\Gamma_{ji} = Ne q_{ji} + A_{ji} \quad (3)$$

be the total rate of downward transitions, from term  $i$ . If one assumes steady conditions, the following equations, balancing losses and gains of population for each term, are obtained:

$$N_1 (q_{12} Ne + q_{13} Ne) = N_2 \Gamma_{21} + N_3 \Gamma_{31} \quad (4)$$

$$N_2 (q_{23} Ne + \Gamma_{21}) = N_1 N_2 q_{12} + N_3 \Gamma_{32} \quad (5)$$

$$N_3 (\Gamma_{31} + \Gamma_{32}) = Ne (N_1 q_{13} + N_2 q_{23}) \quad (6)$$

From those equations, the ratios  $N_3/N_1$  and  $N_2/N_1$  can be obtained if one assumes a modified Boltzmann distribution as given by

$$\frac{N_i}{N_1} = b_i (Ne, Te) \frac{2J_i + 1}{2J_1 + 1} e^{-\frac{E_i - E_1}{kTe}} \quad (7)$$

where  $b_i$ , measuring the departure from thermodynamic equilibrium, is a factor to be determined. Using equations 1 to 7, one obtains for the term 2 factor.

$$b_2 (Ne, Te) = \frac{\Omega(1, 2) \left(1 + \frac{\Gamma_{31}}{\Gamma_{32}}\right) + \Omega(1, 3) e^{-\frac{14388}{\lambda_{32} Te}}}{1.17 \times 10^3 \sqrt{Te} Ne^{-1} \omega_2 \Gamma_{21} \left(1 + \frac{\Gamma_{31}}{\Gamma_{32}}\right) + \frac{\Gamma_{31}}{\Gamma_{32}} \Omega(2, 3) e^{-\frac{14388}{\lambda_{32} Te}}} \quad (8)$$

and similarly for the term 3 factor

$$b_3 (Ne, Te) = \frac{[\Omega(1, 3) + b_2 (Ne, Te) \Omega(2, 3)] 8.64 \times 10^{-6} Ne}{\sqrt{Te} \omega_3 (\Gamma_{31} + \Gamma_{32})} \quad (9)$$

in these equations,  $\lambda_{32}$  is the wavelength associated to the lines arising from term 3 to 2, measured in microns;  $\omega_i$  is the statistical weight.

*The determination of collisional strengths*

The intensity line ratios, which were used in the computations are:

$$r = I(6716 + 6730) / I(4068 + 4076)$$

$$r' = I(6716) / I(6730)$$

The intensity ratio of the transauroral lines,  $I(4068) / I(4076)$ , could also be used in the empirical determination of the collision strengths; however, for the densities found in the Orion Nebula, this ratio  $r''$  is very insensitive to electron density; consequently, the accuracy of the spectroscopic observations must be very high, for otherwise unrealistic effects can be introduced in the collision cross section of the [SII] lines. The first ratio is given by

$$r = \frac{N(^2D_{5/2}) \frac{A_{16}}{6716} + N(^2D_{3/2}) \frac{A_{30}}{6730}}{N(^2P_{3/2}) \frac{A_{68}}{4068} + N(^2P_{1/2}) \frac{A_{76}}{4076}} e^{-\frac{13950}{T_e}} \quad (10)$$

where  $N(\text{level})$  indicates the level population. Then, using the  $b_i$  factors, one obtains:

$$r = \frac{b_2(Ne, Te)}{b_3(Ne, Te)} \cdot \frac{\frac{6A_{16}}{6716} p_{16}(Ne) + \frac{4A_{30}}{6730} p_{30}(Ne)}{\frac{4A_{68}}{4068} + 2 \frac{A_{76}}{4076}} e^{-\frac{13950}{T_e}} \quad (11)$$

here  $p_\lambda(Ne)$  takes into account the collisional deexcitation rate. It has been included for the nebular lines only, because the optical transition probabilities are of the same order of magnitude as  $Ne q_{21}$ , for the densities of the central part of the Orion Nebula. The value of  $p_\lambda$  is given by:

$$p_\lambda = \frac{A_\lambda}{A_\lambda + 8.63 \times 10^{-5} \Omega(1, 2) X} \quad (12)$$

where as usual,

$$X = Ne t^{-1/2} 10^{-4} \quad ; \quad t = 10^{-4} Te$$

If an electron density of  $1.8 \times 10^4$  is adopted for the densest regions of the nebula<sup>(4)</sup>, with an electron temperature of  $9400^\circ K$ <sup>(5)</sup> one has:

$$p_{16} = 0.59 \quad ; \quad p_{30} = 0.85 \quad \text{for } \Omega(1, 2) = 2.0$$

Using these values, equation 11 becomes:

$$r' = 0.0025 \frac{b_2(N_2, Te)}{b_3(Ne, Te)} e^{-\frac{1.395}{t}} \quad (13)$$

If the collisional deexcitation rate from term 3 is neglected when compared with the optical deactivation rate (as a good approximation), the intensity ratio of the nebular lines is given by:

$$r' = 1.49 \frac{1 + 8.64 \times 10^{-5} X A^{-1}_{30} [\Omega(1, 2) + \Omega(2, 3) e^{-\frac{1.395}{t}}]}{1 + 8.64 \times 10^{-5} X A^{-1}_{16} [\Omega(1, 2) + \Omega(2, 3) e^{-\frac{1.395}{t}}]} \quad (14)$$

In the Orion Nebula, for the region with the highest surface brightness<sup>(5)</sup>, the two ratios are

$$r = 1.2 \pm 0.15 \quad ; \quad r' = 0.60 \pm 0.05$$

If the density is taken as  $1.8 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$  and the temperature as  $9400^\circ\text{K}$ , one can solve equations 13 and 14 by trial and error and obtain directly the values of  $\Omega (1,2)$  and  $\Omega (2,3)$ , which fit better the intensity ratios observed in the Orion Nebula. Once these quantities are determined, using as initial data the values obtained theoretically by Seaton<sup>(2)</sup>,  $\Omega (1,3)$  is changed and the whole process repeated. It was found that the most relevant parameter was  $\Omega (2,3)$ ; both ratios are very sensitive to variations of this quantity, provided this parameter does not go beyond 50. The values found with this process are given in Table 1, where the Seaton computed strengths are also given.

T A B L E 1

	<i>Seaton values</i>	<i>Empirical values</i>
$\Omega (1, 2)$	2.02	$1.87 \pm 0.12$
$\Omega (1, 3)$	0.38	$0.42 \pm 0.04$
$\Omega (2, 3)$	12.70	$39.8 \pm 6.4$

With the empirically determined collision strengths, equation 14 now becomes:

$$r = \frac{1.49 + 0.13 (1 + 21.5 \epsilon) X}{1 + 0.35 (1 + 21.5 \epsilon) X} \quad (15)$$

$$\epsilon = e^{-\frac{1.395}{t}}$$

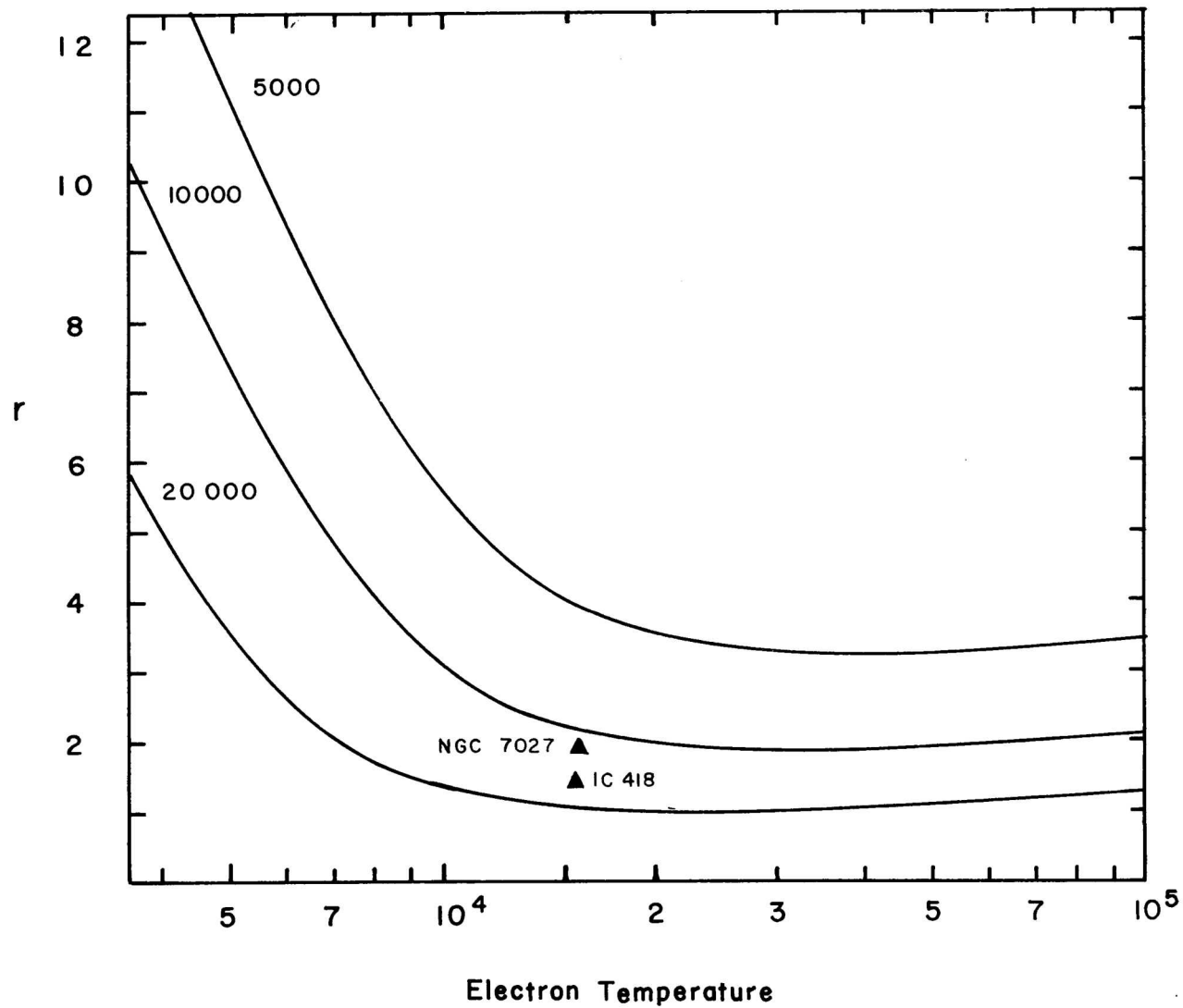


Figure 1

With the new collision constants, the theoretical ratios, for the Orion Nebula observed conditions, are 0.6 and 1.43, for  $r'$  and  $r$ , respectively. In Table 2, some planetary nebulae with photoelectric spectrophotometry are presented.<sup>(6)</sup> The values of  $r'$  were obtained from the compilation given by Navqui and Talwar.<sup>(7)</sup> It can be observed from that table that the  $r$  ratios give higher densities than those obtained through equation 15. The reason being the presence of condensations; since they were not taken into consideration the  $p_A$  factors are smaller than they should be; and consequently, the theoretical ratios are also smaller, indicating a higher density. In figures 1 and 2, both ratios are plotted as a function of electron temperature for three values of the electron density: 20 000, 10 000 and 5 000  $\text{cm}^{-3}$ .

T A B L E 2

	$r$	$r'$	$T_e$	$N_e(r)$	$N_e(r')$
NGC2392	1.15		21100	19000	
NGC7027	1.95	0.72	15500	11500	8700
IC418	1.42	0.62**	15000	16500	14100
NGC7662*	1.05	0.74	14500	20000	7500

\*\* (obtained by the author from one plate).

\* (center of ring).

A small discrepancy, between the densities determined with the [OII] lines and those obtained with the [SII] lines, still remains. However this trial and error method is merely an approximation.

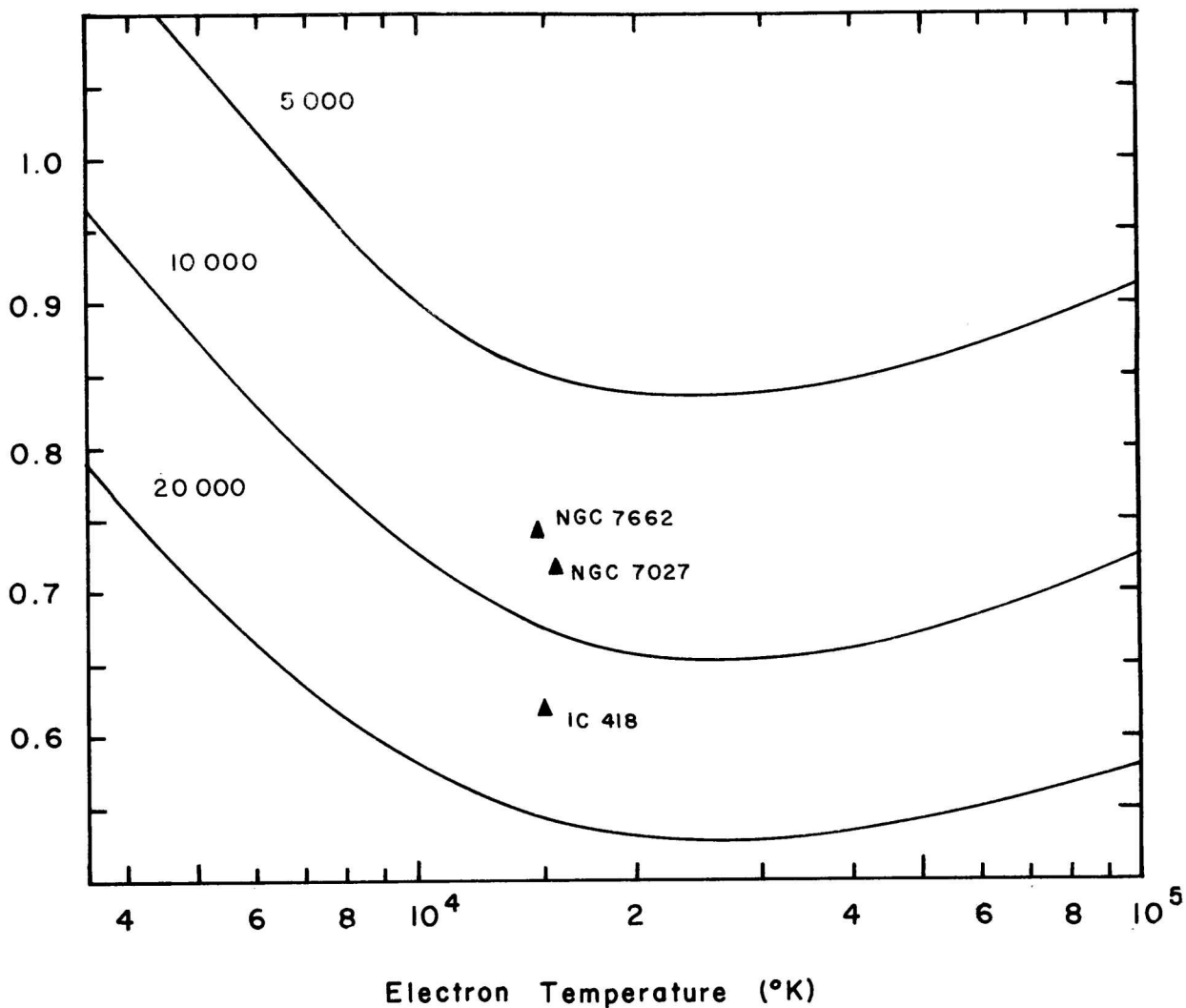


Figure 2

When more observations of the forbidden lines of SII are available for several objects, a more accurate set of collision cross sections can be obtained, simply following the same method used before by Seaton and Osterbrock<sup>(8)</sup> for the forbidden lines of singly ionized oxygen. Nevertheless, formula 15 could provide a good estimate of the electron density. Since the separation of the nebular lines of [SII] is 15Å, the benefits of low dispersion can be employed.

I am indebted to the Astronomy Department of the California Institute of Technology for permission to use the IBM 7094 computer of that Institute.

#### R E F E R E N C E S

1. S. J. Czyzak and T. K. Krueger. *M. N.* **126**, 177; 1963.
2. M. J. Seaton. *Proc. R. Soc. London A* **218**, 400; 1953.
3. K. Wurm and L. Rosino. *Contr. O. A. Asiago* 80; 1957.
4. D. E. Osterbrock and E. Flather. *Ap. J.* **129**, 26; 1959.
5. M. E. Méndez. *Ap. J.*, to be published.
6. C. R. O'Dell. *Ap. J.*, **138**, 1018; 1963.
7. A. M. Navqui and S. P. Talwar. *M. N.*, **117**, 463; 1957.
8. M. J. Seaton and D. E. Osterbrock. *Ap. J.*, **126**, 66; 1957.