

Las dimensiones relativas de la Tierra, Luna y Sol

José Antonio García-Barreto

*Instituto de Astronomía,
Universidad Nacional Autónoma de México,
Apdo Postal 70-264, México D.F. 04510, México;
tony@astrocu.unam.mx*

Marzo 2006

1 Las dimensiones relativas de la Tierra, Luna y Sol

Aristarco, después de determinar la distancia relativa del Sol a la Tierra, se las ingenió para desarrollar una técnica para determinar las dimensiones relativas del Sol, la Luna y la Tierra. Esta técnica fué después refinada y utilizada por Hiparco.

Como bien había notado Aristóteles, la forma de la sombra de la Tierra sobre la Luna durante un eclipse de Luna era curva. Aristarco estimó que la sombra a la distancia de la Luna, tomando en cuenta el tiempo que toma a la Luna cruzar la sombra de la Tierra, es alrededor de $\frac{8}{3}$ el tamaño de la Luna misma.

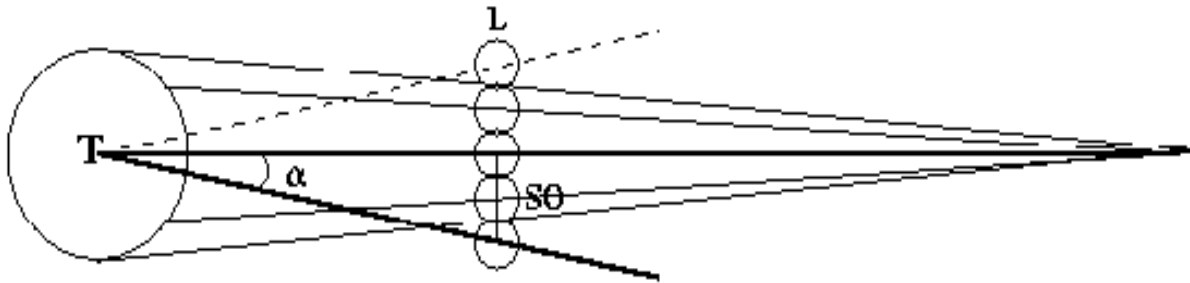


Figure 1:

Si el tiempo era 6^h , por lo tanto, $\frac{12^\circ .4/dia}{\frac{24^h}{dia}} \times 6^h$

$\tan \alpha = \frac{SO}{TL}$, por lo tanto, $SO = TL \tan \alpha$

Si $\alpha \sim 3^\circ .1$, entonces $SO \sim 0.05 TL$, pero $SO = (4/3) DL$, por lo tanto $TL \sim 27 DL$, es decir, la distancia de la Tierra a la Luna sería aproximadamente 27 veces el diámetro de la Luna.

Si el tiempo de eclipse total fuese de 4^h , entonces: $\frac{12^\circ .4/dia}{\frac{24^h}{dia}} \times 4^h$

$$\alpha_T \simeq 2^\circ .07$$

$$\frac{XDL}{TL} = \tan \alpha_T$$

$$XDL = \tan \alpha_T TL$$

$$XDL = 0.036 TL$$

Si fuesen 2^h , entonces, $X \sim 0.018 \frac{TL}{DL}$, pero $X=4/3$, entonces la distancia de la Tierra a la Luna sería aproximadamente 37 veces el diámetro de la Luna.

$$\tan \gamma = \frac{DL}{TL}$$

$$TL = \frac{DL}{\tan \gamma}$$

Es bien sabido, ahora, que las dimensiones aparentes del Sol y la Luna son muy similares en el cielo, ambos subtienden un ángulo de 0.5° , sin embargo en aquéllos tiempos Aristarco estimó que el diámetro de ambos era aproximadamente 2° .

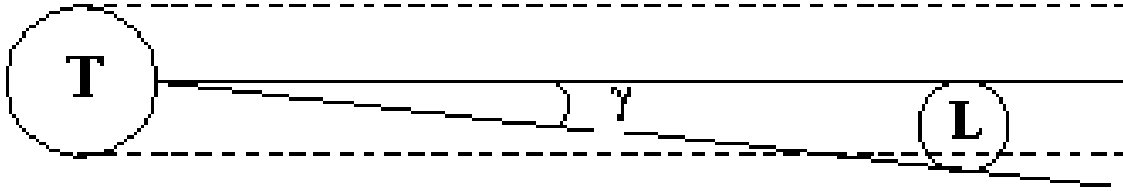


Figure 2:

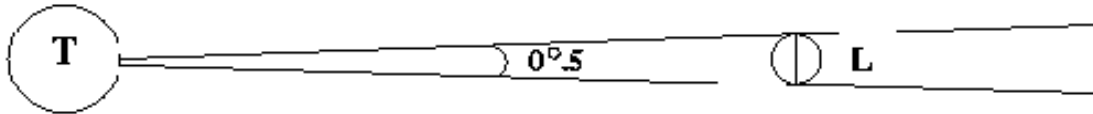


Figure 3:

Así, si Aristarco había determinado que la distancia al Sol era alrededor de 20 veces la distancia de la Tierra a la Luna, el Sol debería de tener un diámetro de 20 veces el diámetro de la Luna.

Ahora, $\tan 1^\circ = \frac{DL/2}{TL}$ y $\tan 1^\circ = \frac{DS/2}{TS}$, por lo tanto, $\frac{DL/2}{TL} = \frac{DS/2}{TS}$, pero $TS \simeq 20TL$, por lo tanto: $DS \sim 20 DL$

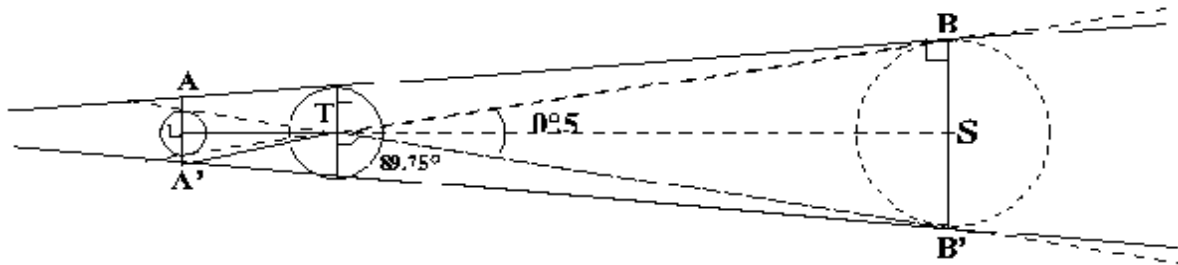


Figure 4:

$$AA' = \frac{8}{3}DL \sim 2.667DL$$

;

$$\frac{AA'}{2} \sim 1.33DL$$

$$\tan 89^\circ.75 \sim \frac{TS}{\frac{DT}{2}}$$

$$\frac{DT}{2} = \frac{TS}{\tan 89^\circ.75}$$

Table 1: Tabla de distancias

Distancia	Aristarco	Actual
Distancia a la Luna	$\sim 10 \text{ DT}^a$	~ 32
Diámetro de la Luna	$\sim 0.46 \text{ DT}$	0.272
Distancia al Sol	$\sim 20 \text{ TL}^b \sim 115 \text{ DT}$	~ 11700
Diámetro del Sol	$\sim 20 \text{ DL}^c \sim \text{DT}$	~ 110

^a DT significa Diámetro de la Tierra

^b TL significa Distancia Tierra-Luna

^c DL significa Diámetro de la Luna

$\text{DT} \sim 0.018 \text{ TS}$, por lo tanto: $\text{TS} \sim 115 \text{ DT}$, es decir, la distancia de la Tierra al Sol es aproximadamente 115 veces el diámetro de la Tierra. Por otro lado $\tan 0^\circ.25 = \frac{DS}{TS}$; $DS = 2 \text{ TS}$ $\tan 0^\circ.25$, ó $DS \sim 0.008 \text{ TS}$ y si tomamos en cuenta que Aristarco determinó que $\text{TS} \sim 115 \text{ DT}$ entonces $DS \sim \text{DT}$

2 Diámetro de la Tierra según Eratóstenes

Aristarco había calculado varias distancias ó medidas astronómicas, pero sólo en valores relativos en términos del diámetro de la Tierra. Sin embargo Aristarco nunca midió o estimó el diámetro terrestre.

La primera determinación relativamente exacta del diámetro de la Tierra fue realizada por Eratóstenes (276 -195 o 196 A.C.), quien era otro astrónomo de la Escuela de Alejandría.

Para apreciar la técnica de Eratóstenes para estimar el diámetro de la Tierra, **debemos tener en cuenta** que el Sol está a una gran distancia (muy, muy grande) de la Tierra comparada con el diámetro de la Tierra, de tal manera que los rayos del Sol interceptados por todas las regiones de la Tierra se aproximan a ser líneas paralelas.

$$\tan 7^\circ \sim \frac{\text{sombra}}{\text{altura}}$$

por lo tanto:

$$\text{sombra} \sim (\text{altura}) \tan 7^\circ$$

Entre más distante es el punto que ilumina a la Tierra, menor será el ángulo entre los dos puntos extremos en la Tierra.

Para una fuente de iluminación extremadamente lejana, los rayos que iluminan dos puntos diferentes son prácticamente paralelos.

El Sol no está, por supuesto, **a una distancia infinita**, pero sus rayos llegan a la Tierra con una diferencia de ángulo entre ellos menor que $0'.33$ de minuto de arco $\simeq 19''.8$.

Lo que es demasiado pequeño para ser determinado a simple vista.

Eratóstenes se dió cuenta que en Syene en Egipto (actualmente en la cercanía de Aswán) que en el primer día de verano, los rayos del Sol llegaban en forma vertical hasta el fondo del pozo al mediodía, lo cual indicaba que Syene estaba en línea directa (imaginaria) en el el centro de la Tierra y el centro del Sol.

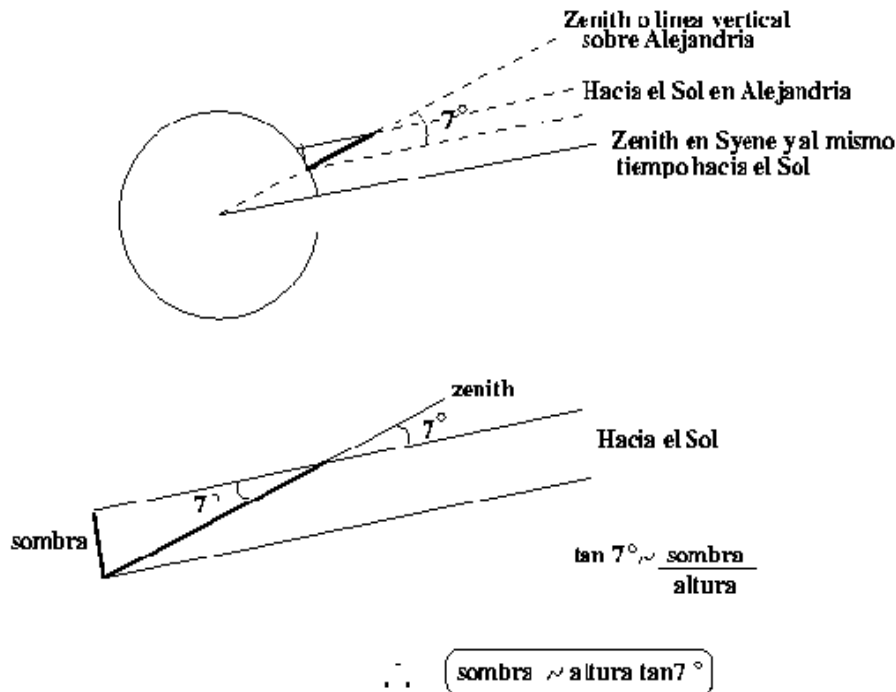


Figure 5:

En el mismo día y hora en Alejandría (unas 5000 unidades "tipo estadio") al norte de Syene observó que el Sol **no estaba directamente** en línea **vertical** sobre Alejandría (un poste con el Sol en el zenith no daría sombra).

Sin embargo, los rayos que llegan a ambas ciudades hemos dicho que llegan en forma paralela, por lo tanto, Alejandría debería de estar a una distancia en arco $\frac{1}{50}$ de la circunferencia de la Tierra.

Pero entonces si la distancia entre Alejandría y Syene era 5000 estadios,

$$2\pi r = 50(5000)$$

$$2\pi r \simeq 250,000 \text{ estadios}$$

Después se corrigió al equivalente de una circunferencia de 252,000 estadios de tal forma que 252,000:360:~ 700:1, es decir, $1^\circ \simeq 700$ estadios.

Si utilizó un estadio ~ 160 m., por lo tanto, diámetro ~ 40,320 km. (Alejandría - Syene ~ 800 km.).

Si utilizó un estadio olímpico entonces un estadio ~ 190 m., por lo tanto, diámetro ~ 47,900 km. (Alejandría - Syene ~ 950 km.), lo cual es cerca de 20% diferente.

3 Hiparco (160~127 A.C.)

1. Desarrolló brillantemente la trigonometría.
2. Realizó innumerables observaciones de las estrellas escribiendo su posición con mucha precisión y exactitud (de acuerdo a sus instrumentos).

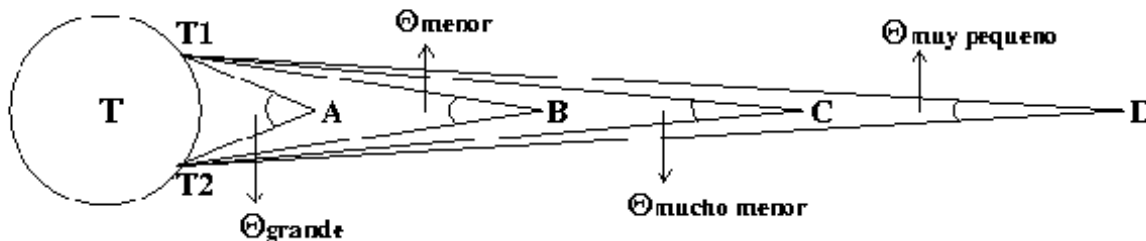


Figure 6:

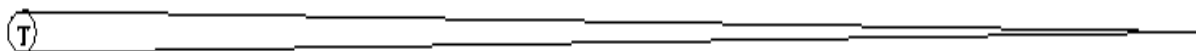


Figure 7:

3. Hizo uso de viejas observaciones que se habían realizado en forma sistemática comparándolas con nuevas observaciones (suyas) para detectar movimientos. (Ahora se conocen como movimientos propios de las estrellas en la bóveda celeste que pueden ser hasta de algunos segundos de arco por año).
4. Inventó la idea de epiciclos para describir los movimiento del Sol y la Luna.
5. Catalogó las posiciones de alrededor de 850 estrellas.
6. Clasificó a las estrellas de acuerdo a su brillo aparente en 6 categorías (o comúnmente denominadas magnitudes) y determinó la magnitud de cada estrella.
7. Con sus estudios de posiciones de estrellas y la comparación de esas posiciones con mediciones anteriores, **realizó uno de sus más notables descubrimientos:** se dió cuenta de que la posición del cielo hacia donde apunta el polo norte (celeste) había cambiado con respecto a la posición que tenía unos 150 años antes.
Hiparco dedujo que la dirección del eje de rotación de la Tierra **cambia lentamente** debido a la influencia conjunta de la Tierra y el Sol, justo como si fuese un trompo tambaleándose. A esta variación de la dirección hacia adonde apunta el eje de rotación de la Tierra, denominada **Precesión** requiere de alrededor de 26,000 para completar un ciclo.
8. Encontró la distancia a la Luna como $29\frac{1}{2}$ veces el diámetro de la Tierra (actualmente es cercano a $30 \times 12,600\text{km} \simeq 378,000\text{km}$).
9. Determinó la duración del año basado en la traslación del Sol con una cercanía de 6 minutos del valor actual.
10. Con sus observaciones hizo posible la predicción segura de eclipses y con la información que dejó, cualquier otro astrónomo hubiera podido predecir un eclipse lunar con una precisión de alrededor de una hora.

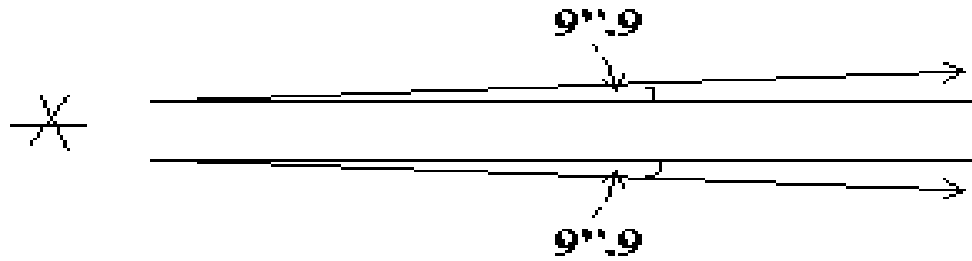


Figure 8:

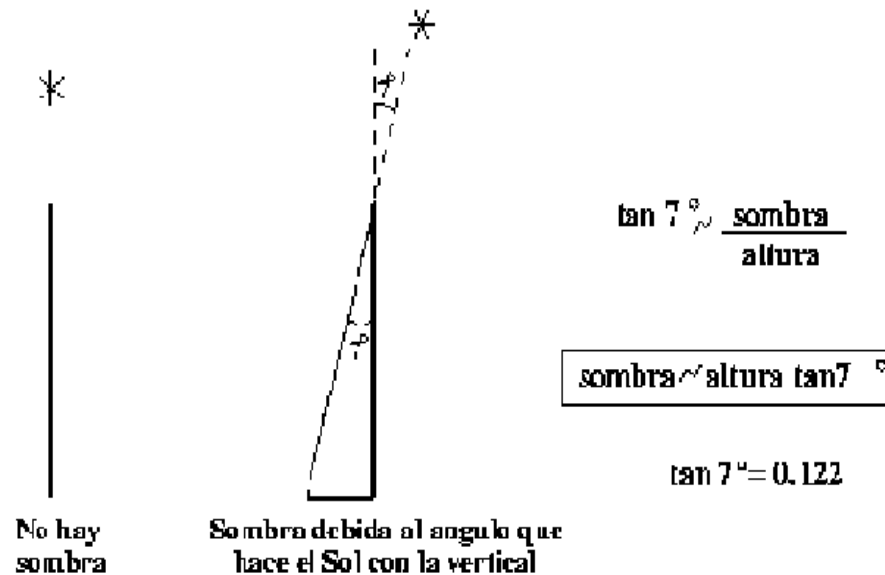


Figure 9:

11. También estudió el efecto del paralaje, es decir, la observación de un objeto desde diferente posición y su relativa posición con respecto a las estrellas de fondo.

Los lugares geométricos que pueden observar el eclipse del Sol son aquellos que se encuentran en la misma línea de visión entre el observador, la Luna y el Sol.

4 Ptolomeo

El último gran astrónomo griego de la antigüedad fue Claudio Ptolomeo, quien tuvo su época de éxito alrededor del año 140 A.C. Escribió una serie de 13 libros de astronomía conocidos como Almagest. Es la mejor fuente de información de la Astronomía Griega.

Uno de los logros de Ptolomeo fue la medición de la distancia a la Luna con una técnica esencialmente idéntica a la utilizada en la actualidad.

La distancia de A a B determina el ángulo BTL .

La distancia BT y TA es el radio de la Tierra.

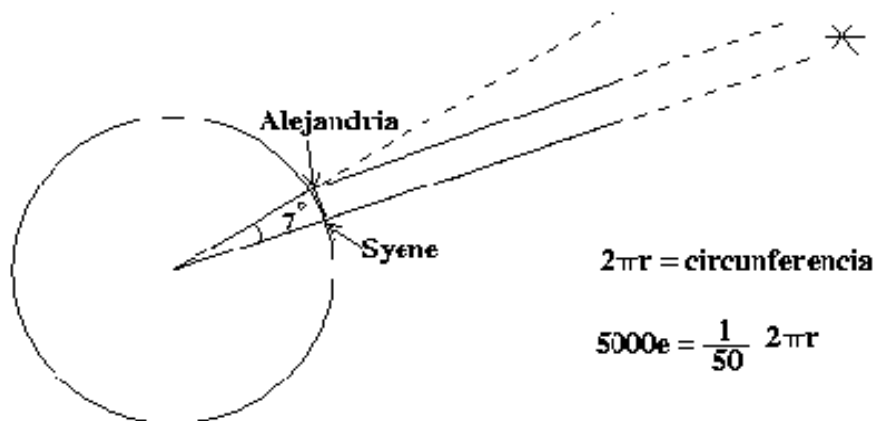


Figure 10:

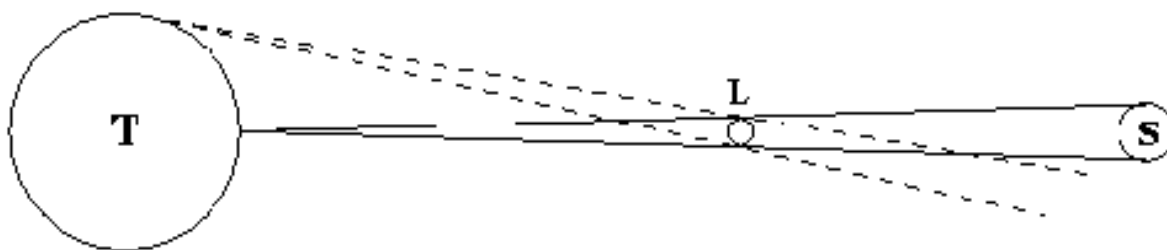


Figure 11:

Ptolomeo determinó la distancia a la Luna como 59 veces el radio de la Tierra $TM \sim 59TB$ ó $29\frac{1}{2}$ el diámetro de la Tierra.

La contribución más original fue una representación geométrica del **Sistema Solar** que predecía los movimientos de los planetas con una gran exactitud. Hiparco, habiendo determinado que las teorías anteriores no predecían los movimientos reales, y al no tener suficientes datos por sí mismo para resolver el problema, dejó para la posteridad el material observacional.

Ptolomeo suplementó el material observacional con varias observaciones suyas y produjo un modelo "cosmológico" que perduró válido hasta la época de Copérnico.

El complicado factor en el análisis de los movimientos planetarios es que sus movimientos aparentes resultan de la combinación de sus propios movimientos y los de la Tierra.

En x el planeta se mueve **en la misma dirección aparente que el punto C** (alrededor de la Tierra) y cuando está en el punto y el planeta se "mueve" aparentemente en la dirección de C. Ptolomeo escogió este modelo con las combinaciones más convenientes para las distancias y velocidades de los planetas.

Agradecimientos

JAG-B desea agradecer a la alumna Tula Bernal Marín por la ayuda en la elaboración de las figuras y transcripción del texto manuscrito a este documento.

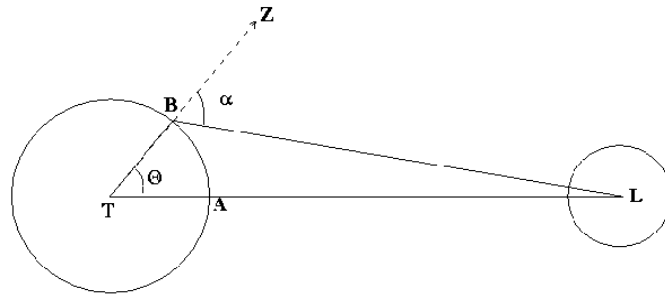


Figure 12:

Bibliografía

Abell, G. 1969 *Exploration of the Universe*, Nueva York: Holt, Reinhart & Winston Press

Año Mercurio = 88 días

Año Tierra = 365 días

Año Marte = 686 días

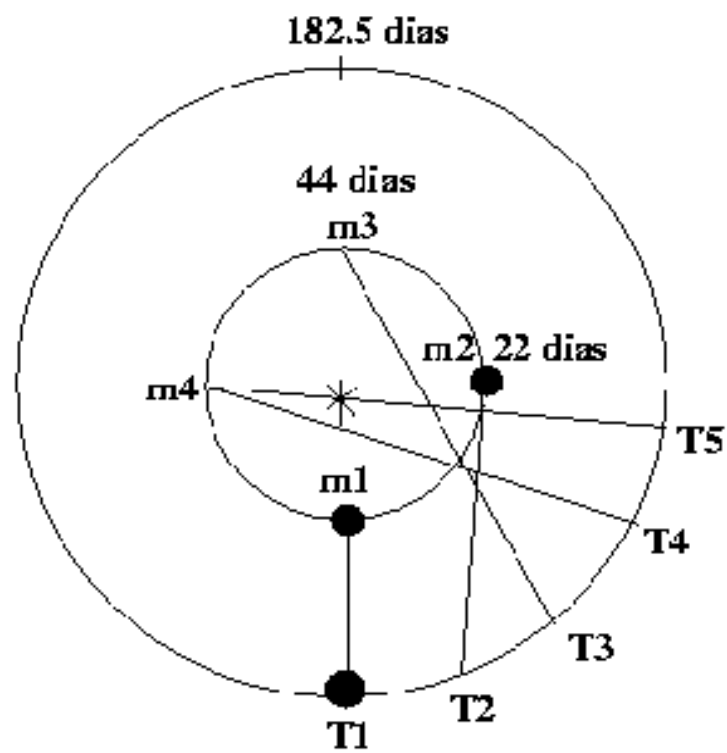


Figure 13:

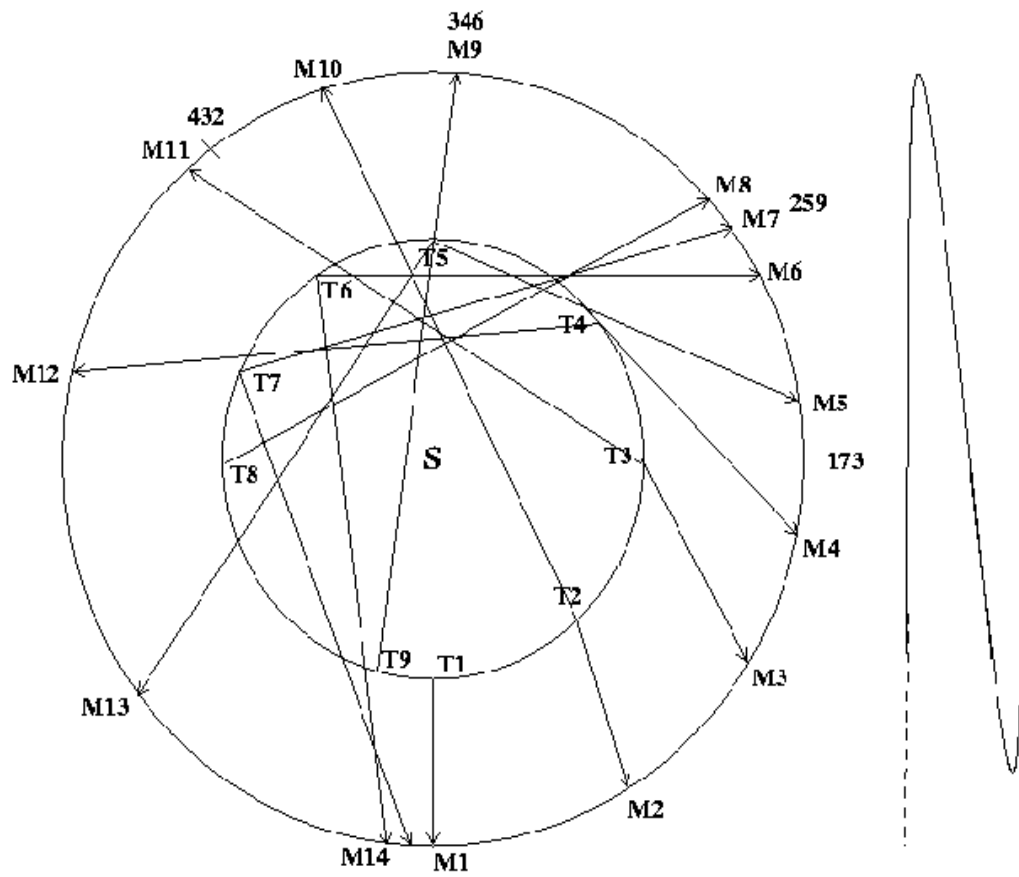


Figure 14:

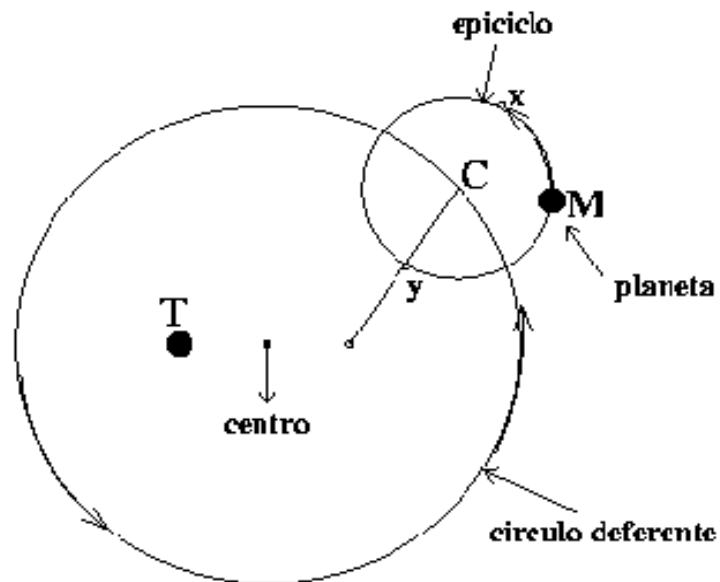


Figure 15: