

INTRODUCCIÓN A
RADIO ASTRONOMÍA

DR. JOSÉ ANTONIO GARCÍA BARRETO

INSTITUTO DE ASTRONOMIA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

INTRODUCCIÓN A RADIO ASTRONOMÍA

No. REGISTRO: 03-2001-061310284600-01
TÍTULO : INTRODUCCION A RADIO ASTRONOMIA

SEP-INDAUTOR
REGISTRO PUBLICO
03-2001-061310284600-01

TIPO TRAMITE :REGISTRO DE OBRA
PRESENTACION: EMPASTADO

DR. JOSÉ ANTONIO GARCÍA BARRETO

INSTITUTO DE ASTRONOMIA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ELABORACIÓN ORIGINAL: 1984

PRIMERA REVISIÓN : 1999

AGRADECIMIENTOS

LAS PRESENTES NOTAS FUERON ELABORADAS CON EL PROPÓSITO DE PROPORCIONAR UNA GUÍA INTRODUCTORIA AL ESTUDIO DE LA RADIO ASTRONOMÍA. EL OBJETIVO PRINCIPAL FUE ESCRIBIR NOTAS EN EL IDIOMA ESPAÑOL Y OFRECER EL CURSO EN LA FACULTAD DE CIENCIAS COMO UNA MATERIA OPCIONAL. ASÍ SE HIZO Y EL CURSO LO OFRECÍ EN 1984 EN LA UNAM.

LES AGRADEZCO LOS COMENTARIOS E IDEAS DE VARIOS ALUMNOS.

POR INVITACIÓN DEL INAOE, HE OFRECIDO EL CURSO EN EL VERANO DE 1999. LES AGRADEZCO TODA SU AYUDA. ACTUALMENTE SE HA OFRECIDO EL CURSO A NIVEL LICENCIATURA Y POSGRADO EN LA UNAM.

LAS NOTAS HAN SIDO LIGERAMENTE MODIFICADAS EN PARTICULAR AMPLIANDO LA EXPLICACION EN

ALGUNOS TEMAS Y INCLUYENDO EJEMPLOS DE NUEVAS OBSERVACIONES.

AGRADEZCO TODO EL APOYO RECIBIDO POR PARTE DEL IA-UNAM, EN ESPECIAL A JUANA ORTA Y VERÓNICA ALEMÁN POR ESCRIBIR LA VERSIÓN EN FORMATO TEX.

J. ANTONIO GARCÍA BARRETT

NOVIEMBRE 1999

EL CURSO Y NOTAS SE PUEDEN COMPLEMENTAR CON LECTURAS DE ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN RECIENTES EN EL CASO DE OFRECERSE A NIVEL DE POSGRADO.

LAS NOTAS RECURREN A DAR RESULTADOS QUE EL ALUMNO DEBE ENCONTRAR EN LA SOLUCIÓN DE SUS TAREAS. ESTA PRACTICA DE OFRECER TAREAS Y SU POSIBLE SOLUCIÓN AL ALUMNO RESULTA EXTREMADAMENTE BENEFICA Y EL ALUMNO CAPTA MEJOR LOS CONCEPTOS. LAS LECTURAS ADICIONALES LAS EXPONEN LOS ALUMNOS EN CLASE Y LES DA UNA MEJOR COMPRESIÓN DE LOS TEMAS AHÍ TRATADOS Y LOS TEMAS EN CLASE.

J. A. G. B.
NOV '99.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN
2. CONCEPTOS BÁSICOS
3. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS I
4. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS II
5. GUÍAS DE ONDA
6. FUNDAMENTOS DE RADIO ASTRONOMÍA I.
7. FUNDAMENTOS DE RADIO ASTRONOMÍA II
8. FUNDAMENTOS DE RADIO ASTRONOMÍA IIIa
9. FUNDAMENTOS DE RADIO ASTRONOMÍA IIIb
10. ANTENAS I.
11. ANTENAS II.
12. ANTENAS III.
13. ANTENAS IV.
14. RECEPTORES EN RADIO ASTRONOMÍA
15. RADIO INTERFEROMETROS I.
16. RADIO INTERFEROMETROS II.
17. MECANISMOS DE EMISIÓN DE CUERPOS CELESTES EN ONDAS DE RADIO
18. RADIO ASTRONOMÍA GALÁCTICA I: REGIONES H II: I

CONTENIDO *continuación*

19. RADIO ASTRONOMÍA GALÁCTICA II. REGIONES H II: II
20. RADIO ASTRONOMÍA GALÁCTICA III. LÍNEAS DE RECOMBINACIÓN
21. RADIO ASTRONOMÍA GALÁCTICA IV. EMISIÓN / ABSORCIÓN DE H I
22. RADIO ASTRONOMÍA GALÁCTICA V: H I EN NUESTRA GALAXIA
23. RADIO ASTRONOMÍA GALÁCTICA VI: MOLECULAS
24. RADIO ASTRONOMÍA GALÁCTICA VII: MÁSERES
25. RADIO ASTRONOMÍA VIII: EMISIÓN SINCROTRÓN I
26. RADIO ASTRONOMÍA IX: EMISIÓN SINCROTRÓN II_a
27. RADIO ASTRONOMÍA X: EMISIÓN SINCROTRÓN II_b
28. RADIO ASTRONOMÍA XI: COSMOLOGÍA
29. ROTACIÓN DE FARADAY

(SEMINARIO DE ASTRONOMÍA)
RADIO ASTRONOMÍA

LECCIÓN 1

INTRODUCCIÓN:

BIBLIOGRAFIA

- a) Capítulo 1 "The radio Universe" por Heys
- b) Capítulo 1 "Radio Astronomy" por Krauss
- c) "Los Inicios de la Radio Astronomía y la edad de oro de la Radio Astronomía" por L. F. Rodríguez, Naturaleza 1977 No. 8 No. 5 pag 280 y 1978 Vol. 9 No. 1 pag. 37
- d) "Nubes Moleculares entre las estrellas" por Luis F. Rodríguez, Naturaleza 1979 Vol. 10 No. 4 pag. 228.
- e) "Giant Radio Galaxies" por Strom R. G. Hilcy and Oort, J. 1975 Scientific American Vol. 233 No. 2 pag. 26
- f) Capítulo 7 "Plane Electromagnetic waves and wave propagation" JACKSON, J.D. 1975 en "CLASSICAL ELECTRODYNAMICS"

(1)

RADIO ASTRONOMÍA
lección 1

EL OBJETIVO DE ESTA PRIMERA SESION ES EL DE DAR UN RESUMEN DE LOS TEMAS QUE SE ABARCARÁN DURANTE EL CURSO. LA IDEA FUNDAMENTAL ES EL DE ENTENDER LOS PROCESOS FISICOS EN EL UNIVVERSO, LOS CUALES SE MANIFIESTAN A TRAVES DE SU RADIACION EN LA BANDA DE RADIO.

SIN EMBARGO DEBEMOS DE RECORDAR QUE LAS ONDAS DE RADIO NO SE VEN Y POR LO TANTO SE NECESITAN APARATOS Y TECNICAS ESPECIALES QUE PROVEEN LA CAPACIDAD DE ESTUDIAR ESTAS RADIACIONES.

SON PRECISAMENTE LAS OBSERVACIONES LAS QUE INCREMENTAN EL ASERVO DE INFORMACION ACERCA DEL UNIVVERSO A TRAVES DE LAS

(2)

ONDAS DE RADIO.

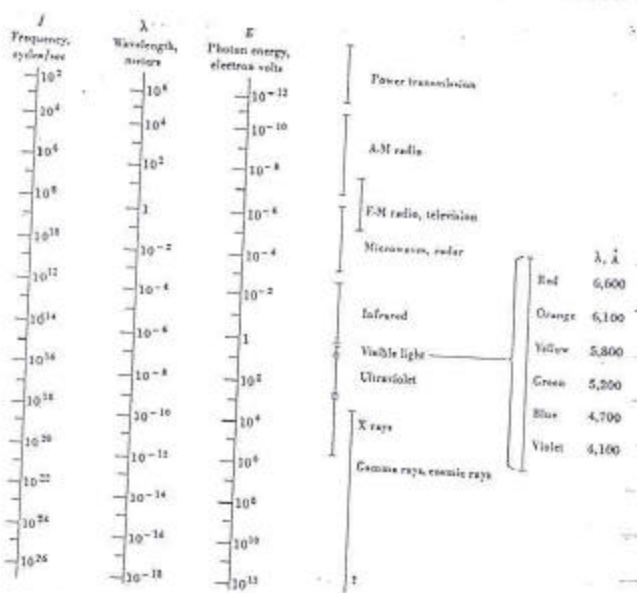
TODOS SABEMOS QUE LA ENERGIA ES PROPORCIONAL A LA FRECUENCIA Y POR LO TANTO LA ENERGIA INVOLUCRADA EN LA RADIAION DE RADIO ES MUY PEQUEÑA.

$$E = h\nu$$

ESTO NOS LLEVA AL CAMPO DEL PROCESAMIENTO DE LAS SEÑALES RECIBIDAS. UN RADIOTELESCOPIO ES EN SI UN TRANSDUCTOR QUE CONVIERTE LA INFORMACION DE LAS ONDAS ELECTROMAGNETICAS EN UN VOLTAJE Y AL FINAL EN UNA POTENCIA QUE ES LO QUE SE ESTUDIA Y ANALIZA.

PERO ANTES DE SEGUIR ADELANTE, RECORDEMOS QUE LUGAR OCUPA LA BANDA DE RADIO EN

EL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO.

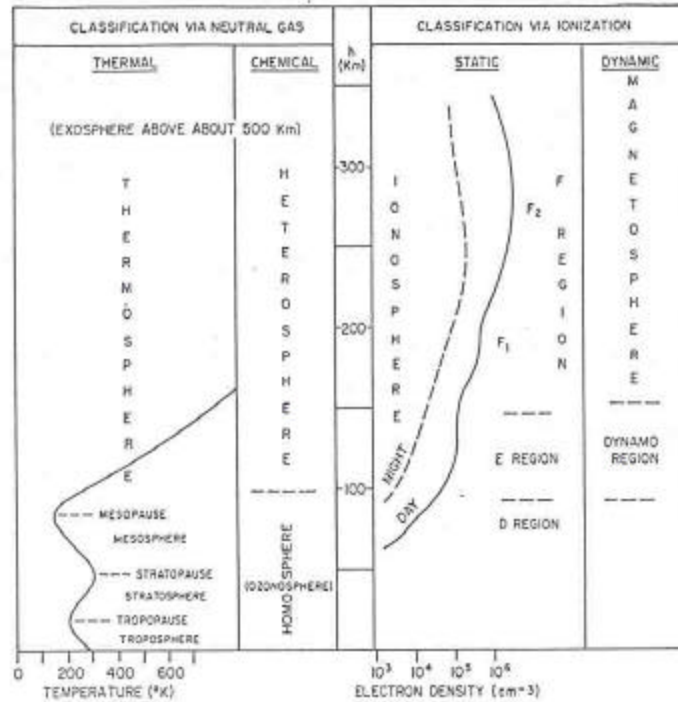


TOMADA DE
"OPTICS &
~~PHYSICS~~
MODERN
PHYSICS" por
YOUNG.

Fig. 2-1 The electromagnetic spectrum. All scales are logarithmic. The scale ends in the vicinity of the highest-energy secondary cosmic rays that have been observed up to the present time.

ES DECIR LA BANDA DE RADIO ABARCA ONDAS CON FRECUENCIAS DESDE ~~UNA~~ CERO CICLOS POR SEGUNDO HASTA UNOS CUANTOS CIENTOS DE MILES DE MILLONES POR SEGUNDO (GHz). SIN EMBARGO ~~EN~~ LAS FRECUENCIAS BAJAS SON UTILIZADAS PARA USOS COMERCIALES (RADIO, TELEVISION, ~~Y~~ ETC). ADEMAS LA IONOSFERA

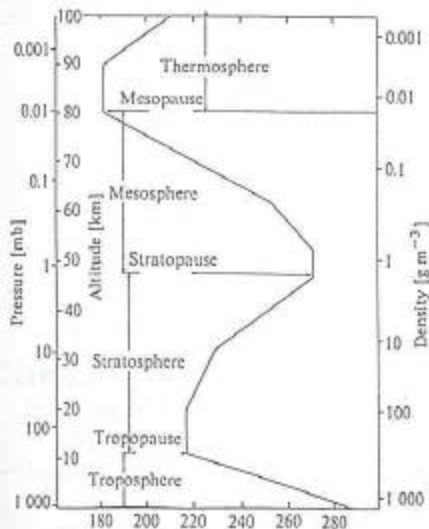
2. ATMOSFERA TERRESTRE



LA ATMOSFERA SE IONIZA A ALTURAS MAYORES DE 60 km COMO RESULTA DE LA RADIACION ULTRAVIOLETA.

Fig. 1.1 Upper atmospheric nomenclature and the different ways of classifying the atmospheric structure.

Physics of the Earth's Upper Atmosphere PRENTICE HALL (1965)
 Editors: Hines, Paglin, Hartz y Fejer



OBSERVATIONAL ASTROPHYSICS
 1986 Springer-Verlag
 P. Léna

(3)

LA ATMOSFERA ABSORBE CUALITATIVAMENTE:
 ONDAS MILIMÉTRICAS → BANDAS ROTACIONALES DE H₂O y H₂
 SUB-MILIMÉTRICAS e IR → BANDAS ROTACIONALES y
 ROTACIONALES-VIBRACIONALES de H₂O
 ULTRAVIOLETA → TRANSICIONES ELECTRONICAS DE O₂ y
 ULTRAVIOLETA CERCAÑO → ABSORCIÓN DE CONTINUO DE O₂
 ULTRAVIOLETA LEJANO → ✓ ✓ ✓ ✓ N₂

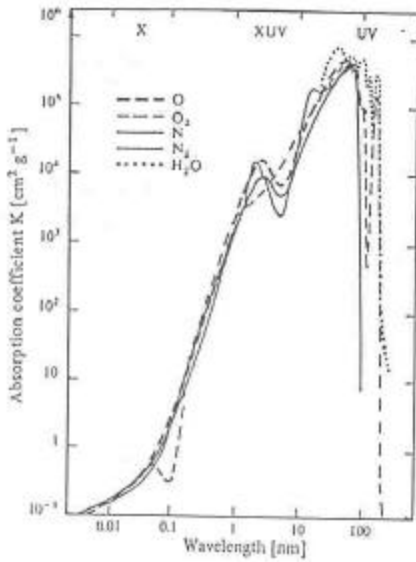
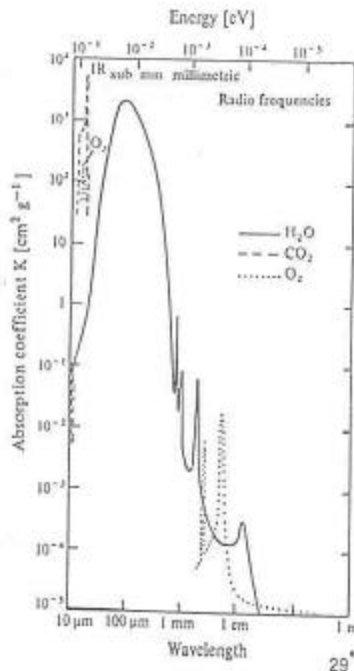
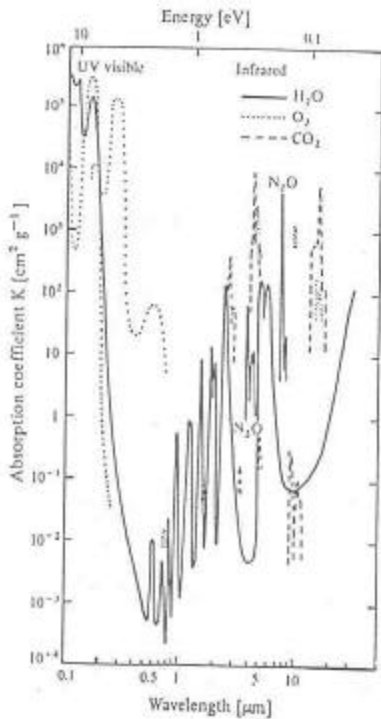


Fig. 2.4. Mass absorption coefficient of various atmospheric constituents, as a function of wavelength. The coefficient is given in $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$, for normal temperature and pressure conditions. [After J.C. Pecker: *Les Observatoires Spatiaux* (Presses Universitaires de France, Paris, 1969). With the kind permission of the author and of the Presses Universitaires de France]



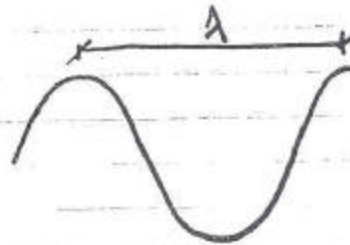
OBSERVATIONAL
 ASTROPHYSICS
 1986
 Springer-Verlag
 D. Läm

(4)

(CAPA DE LA ATMOSFERA TERRESTRE) NO DEJA PASAR ONDAS CON MUY BAJA FRECUENCIA. PROPIAMENTE DICHO LA RADIO ASTRONOMIA ABARCA FRECUENCIAS DESDE VARIAS DECENAS DE MHz (MILLONES DE CICLOS POR SEGUNDO) HASTA VARIOS CIENTOS DE GHz.

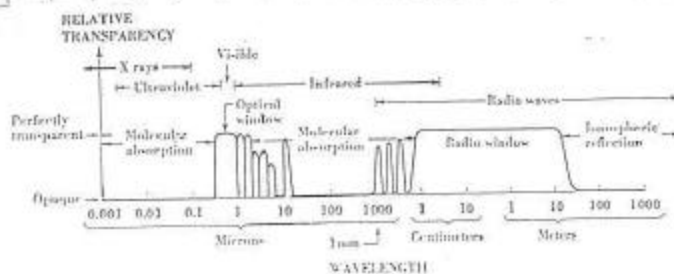
$$1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$$

$$1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$$



PARA DARNOS CUENTA DE LA TRANSPARENCIA DE LA ATMOSFERA TERRESTRE VEAMOS LA SIGUIENTE

FIGURA



KRAUSS 1966
"RADIO ASTRONOMY".

Fig. 1-1. Electromagnetic spectrum showing relative transparency of the earth's atmosphere and ionosphere.

(5)

FECHAS IMPORTANTES EN EL DESARROLLO DE LA
RADIOASTRONOMÍA:

1860's

MAXWELL DEDUCE LA
ECUACION DE ONDA Y ~~DE DEDUCE~~
DEDUCE VELOCIDAD DE LA LUZ.
L

1888

Hertz produce en el
LABORATORIO LAS PRIMERAS
ONDAS DE RADIO

1933

KARL JANSKY DETECTA
"RUIDO" PROVENIENTE DEL
CENTRO DE NUESTRA GALAXIA (US)

1937

REBER CONSTRUYE EL
PRIMER "RADIO TELESCOPIO" PARA
TAL PROPOSITO. HACE EL
PRIMER "MAPA" DE RADIO DE
LA VIA LACTEA. (EUA)

1942

HEY DETECTA EMISION
FUERTE DEL SOL PROVENIENTE
DE UNA MANCHA SOLAR. (G.B)

1942

SOUTHWORTH DETECTA LA
EMISION "NORMAL" TERMICA
DEL SOL. (E.U.A.)

1944

VAN DE HULST PREDICE LA EMISIÓN DE RADIO DEL ATOMO DE HIDROGENO NEUTRO A UNA LONGITUD DE ONDA DE 21 cm. (HOLANDA)

1946

(INGLATERRA)
HEY, PARSONS Y PHILLIPS DETECTAN POR PRIMERA VEZ LA FUENTE CYGNUS A COMO UNA FUENTE DE RADIO

1946

DICKE Y BERINGER DETECTAN LA EMISIÓN ~~DE~~ TÉRMICA DE RADIO DE LA LUNA (E.U.A.)

1948

BOLTON REALIZA LA PRIMERA IDENTIFICACION DE UNA FUENTE DE RADIO CON UN OBJETO VISUAL: LA NEBULOSA DEL CANGREJO (AUSTRALIA)

1951

SE DETECTA LA EMISIÓN DE HIDROGENO NEUTRO (HOLANDA)

1950's

DESARROLLO DE LA TÉCNICA DE RADIO INTERFEROMETRÍA POR M. RYLE (INGLATERRA)

7

1955

MEDICIÓN EN EL LABORATORIO DE LA LONGITUD DE ONDA DE LA RADIACION DE OH.
(E.U.A.)

1963

SE DESCUBRE OH EN ABSORCIÓN EN EL ESPACIO
(E.U.A.)

1965

SE DETECTA OH EN EMISION (EUA) ~~MA~~ (MA)

1966

SE REALIZAN LOS PRIMEROS MAPAS DE OH CON LA TECNICA DE INTERFEROMETRIA DE BASE MUY LARGA.
(E.U.A.)

1960's

SE DETECTA LA EMISION DE RADIO DE OBJETOS DE APARIENCIA ESTELAR QSO's. (EUA)

1968

SE DETECTA LA RADIACION DE LOS PULSARES
(GRAN BRETAÑA)

1969

SE DESCUBRE LA EMISION MASER DE H₂O
(E.U.A.)

1970's

SE OBSERVA EL EFECTO SUPRALUMINICO DE SEPARACION

8

DE LAS COMPONENTES DE
EMISION DEL NUCLEO DE
CUASARES.
(EUA)

1965

SE DETECTA E IDENTIFICA
LA RADIACION DE FONDO
DEL UNIVERSO A 30K
(EUA)

1970's

OBSERVACION DE NUBES
MOLECULARES

1980

SE INAUGURA OFICIALMENTE EL
INTERFEROMETRO CONOCIDO
COMO VLA EN E.U.A.

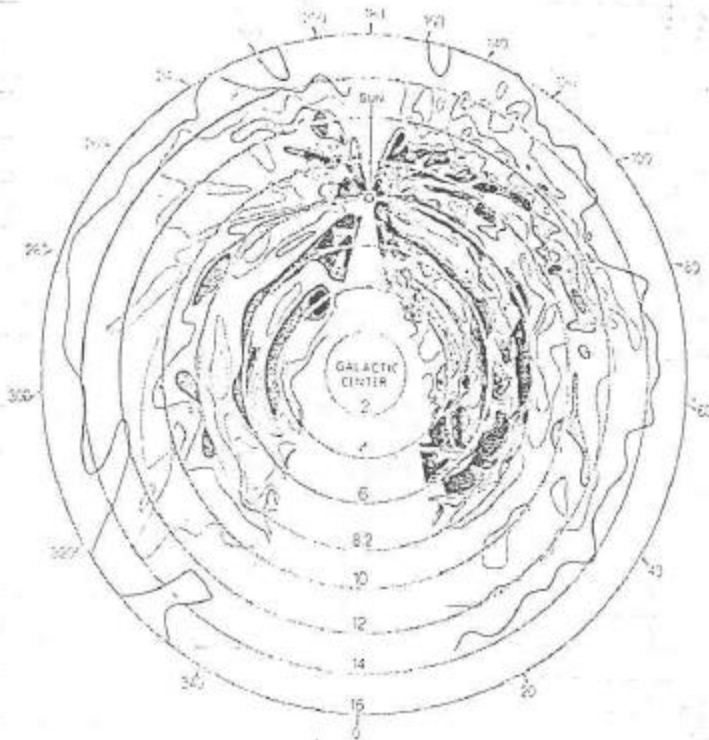
1983

SE INICIA DISEÑO DEL
INTERFEROMETRO DE BASE MUY
LARGA EN LOS EUA CONOCIDO
COMO VLBA.

1983

PRIMERAS OBSERVACIONES
INTERFEROMETRICAS DE
ONDAS MILIMÉTRICAS.
(CALTECH, U. DE C. BERKELEY)

9



"FRONTIERS
OF
ASTRONOMY
Sci. Am.

ATOMS PER CUBIC CENTIMETER 0.05 0.2 1 5 10 50 100

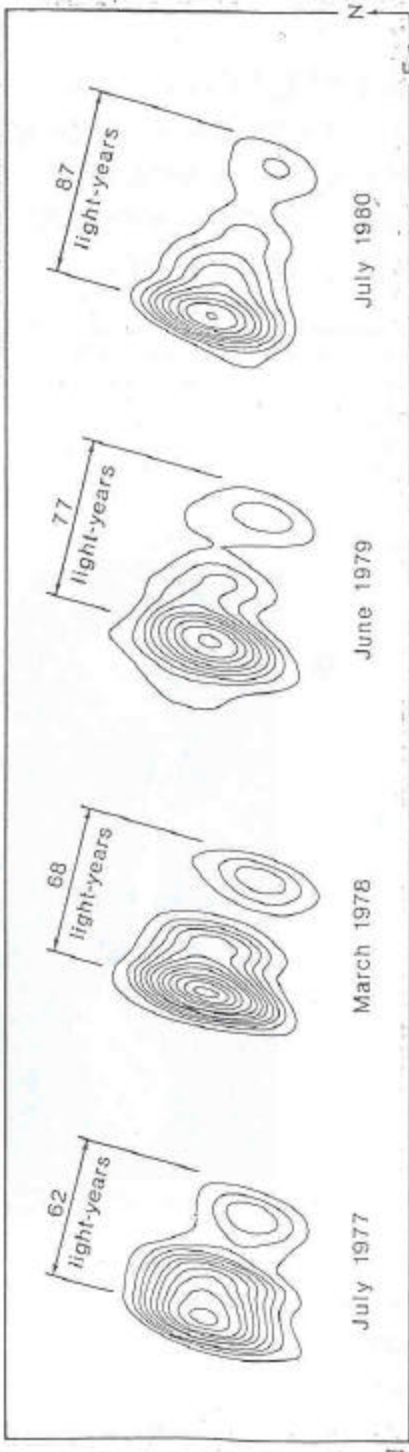
DISTRIBUTION OF HYDROGEN in our galaxy is believed to parallel closely the distribution of interstellar grains as well as young stars. This map of hydrogen distribution is based on measurements of the 21-centimeter radiation emitted by neutral hydrogen, which is not obscured by dust. The map follows one prepared by Jan H. Oort of the University of Leiden. The numbers on the concentric rings indicate kiloparsecs; a kiloparsec is 3,262 light-years. The sun is now thought to be about 10 rather than 8.2 kiloparsecs from the galactic center.

DISTRIBUCION DE HIDROGENO NEUTRO COMO LO
OBSERVABA EL GRUPO DE J. HOORT EN HOLANDA.
ENTRE MAS OSCURA LA REGION MAYOR CANTIDAD
DE ATOMOS DE HIDROGENO EXISTEN.

3C273 is a bright, relatively nearby quasar that shows a distinctive jet in optical photographs (left). VLB observations of the core of 3C273, shown below, reveal that the jet extends into the inner few light-years of the source and that it has some components that are moving relative to others at an apparent speed of about 10 times the speed of light. Such "superluminal" motions are thought to be the result of projection effects in a source with components moving along the line of sight at just below the speed of light.



Optical photograph of the quasar 3C273. The jet extends into the inner few light-years of the source and that it has some components that are moving relative to others at an apparent speed of about 10 times the speed of light.



DEL
CATALOGO
DEL
OBSERVATORIO
NACIONAL
DE
RADIO
ASTRONOMIA
DE LOS
E.U.A.

OBSERVACION
DEL
EFECTO
SUPRA-
LUMINICO

EN EL
CUASAR
3C273

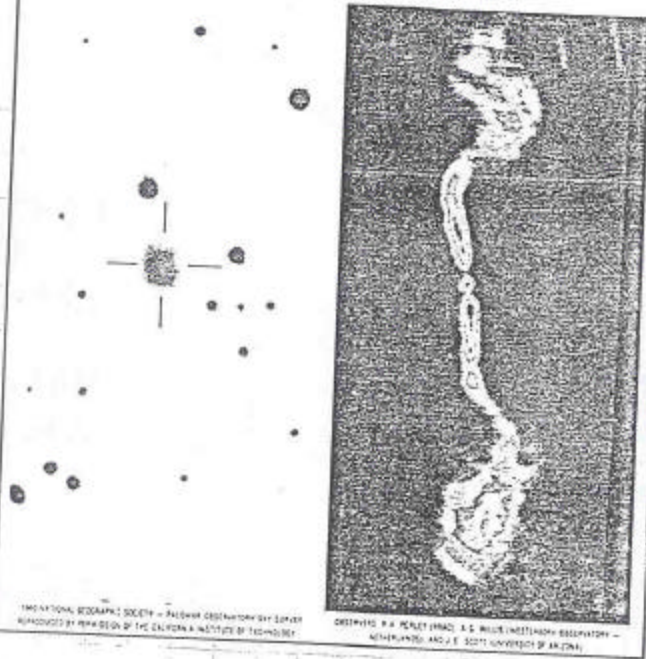
LA EMISION
ES SOLO
DEL
NÚCLEO

LA RADIO ASTRONOMÍA EXTRAGALACTICA DEBIÓ ESPERAR EL FUNCIONAMIENTO DEL RADIO-INTERFEROMETRO CONOCIDO COMO VLA PARA OBSERVAR LAS "RADIO IMAGENES" DE LAS LLAMADAS RADIO GALAXIAS.

Optical and radio images of the elliptical galaxy 3C449 reveal its unusual radio morphology. Powerful radio jets emerge from opposite sides of the galaxy and channel energy to diffuse extended radio lobes. The galaxy, at a distance of 350 million light-years, is receding from us with a velocity of 5400 kilometers per second.

1 ARCMIN

Both images are shown to the same scale.



THE NATIONAL GEOGRAPHIC SOCIETY - PALOMAR OBSERVATORY SET SYSTEM
MANAGED BY MEMBERS OF THE CALIFORNIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

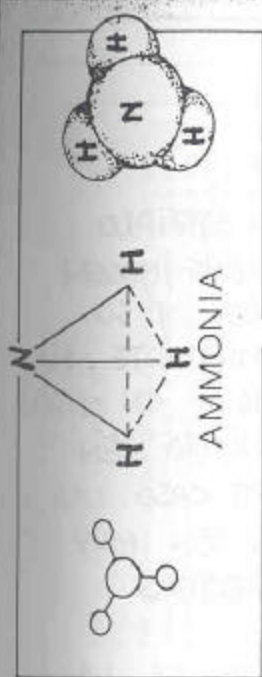
OBSERVED BY P. A. PERLEY (FRAS) - A. S. MILLER (INSTANTON) OBSERVATORY -
MILWAUKEE, WIS. & SOUTHERN UNIVERSITY OF ALABAMA

LA IMAGEN OPTICA SE APRECIA A LA IZQUIERDA ENTRE LAS LINEAS.

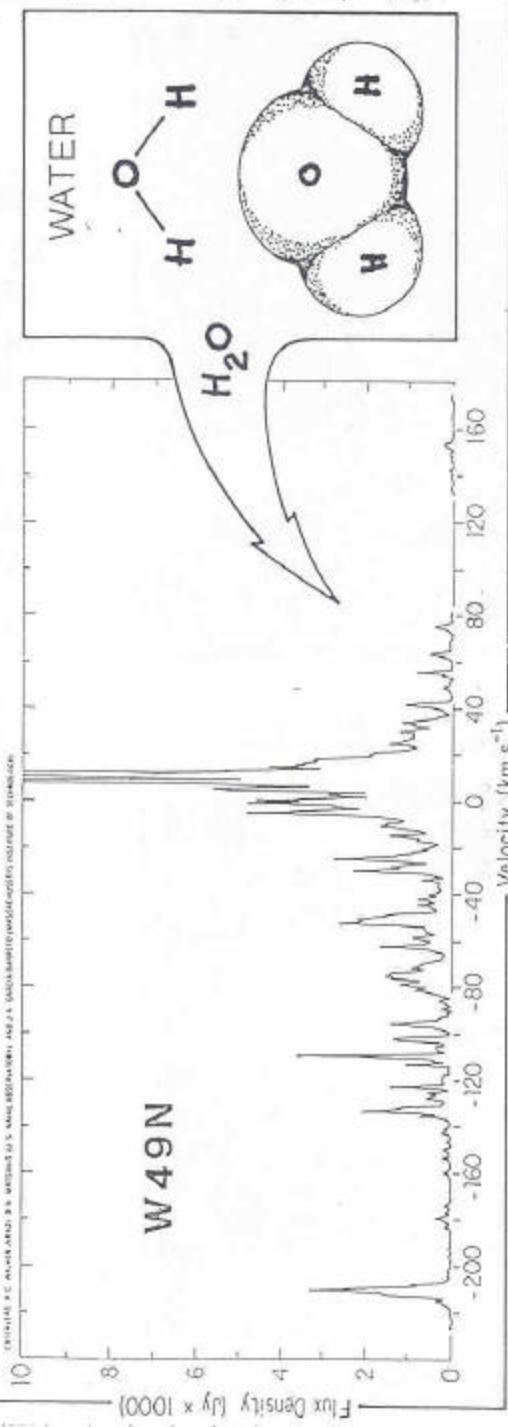
LA RADIO IMAGEN SE APRECIA A LA DERECHA.

LAS DOS IMAGEN ESTAN A LA MISMA ESCALA.

DEL CATALOGO DEL OBSERVATORIO NACIONAL DE RADIO ASTRONOMIA DE EUA (NRAO)



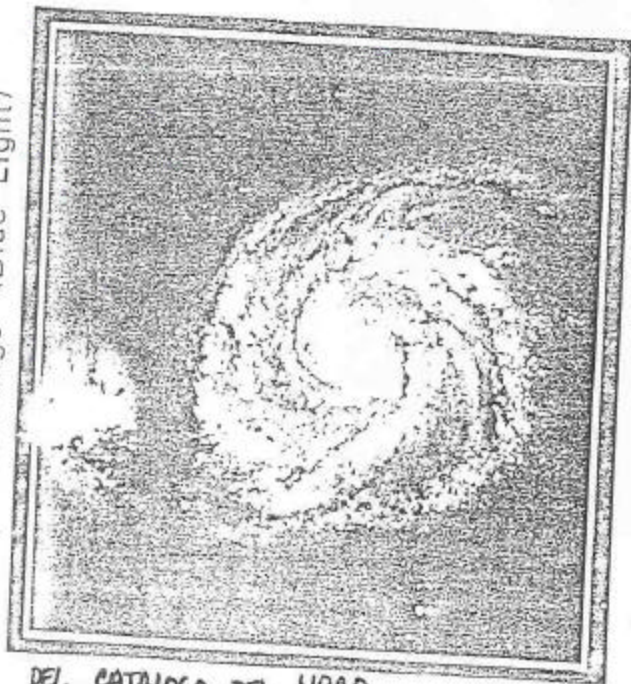
Ammonia and water are typical molecules in the interstellar medium which radiate at specific wavelengths in the radio bands. When concentrations of water molecules move with respect to one another, however, as in the W49N region where hot stars ionize most of the hydrogen, water lines are observed with many different velocities.



LA EMISION MOLECULAR ES IMPORTANTE INVESTIGARLA PRINCIPALMENTE PORQUE MUCHAS DE LAS REGIONES DE FORMACION ESTELAR SON OPACAS A LA LUZ VISIBL PERO TRANSPARENTES A LAS ONDAS DE RADIO. AQUI SE MUESTRA EL ESPECTRO DE AGUA DE LA FUENTE W49N.

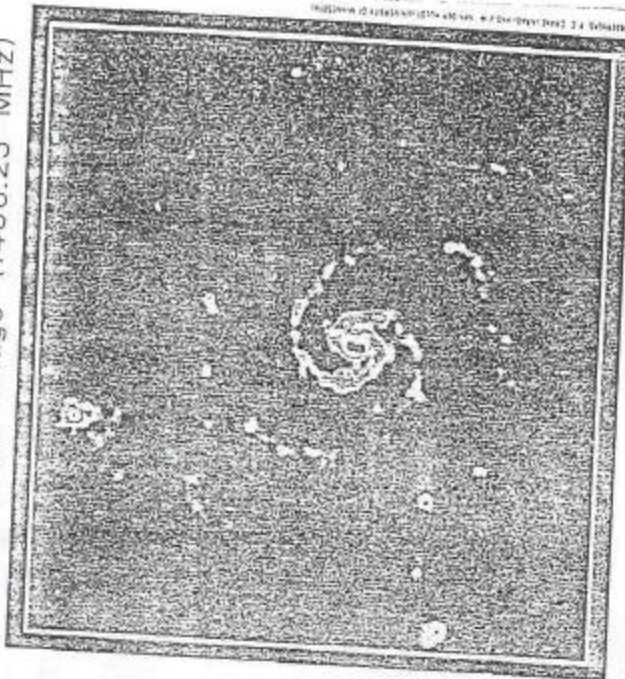
WHIRLPOOL GALAXY

Optical Image (Blue Light)



DEL CATALOGO DEL NRAO

VLA Radio Image (1406.25 MHz)



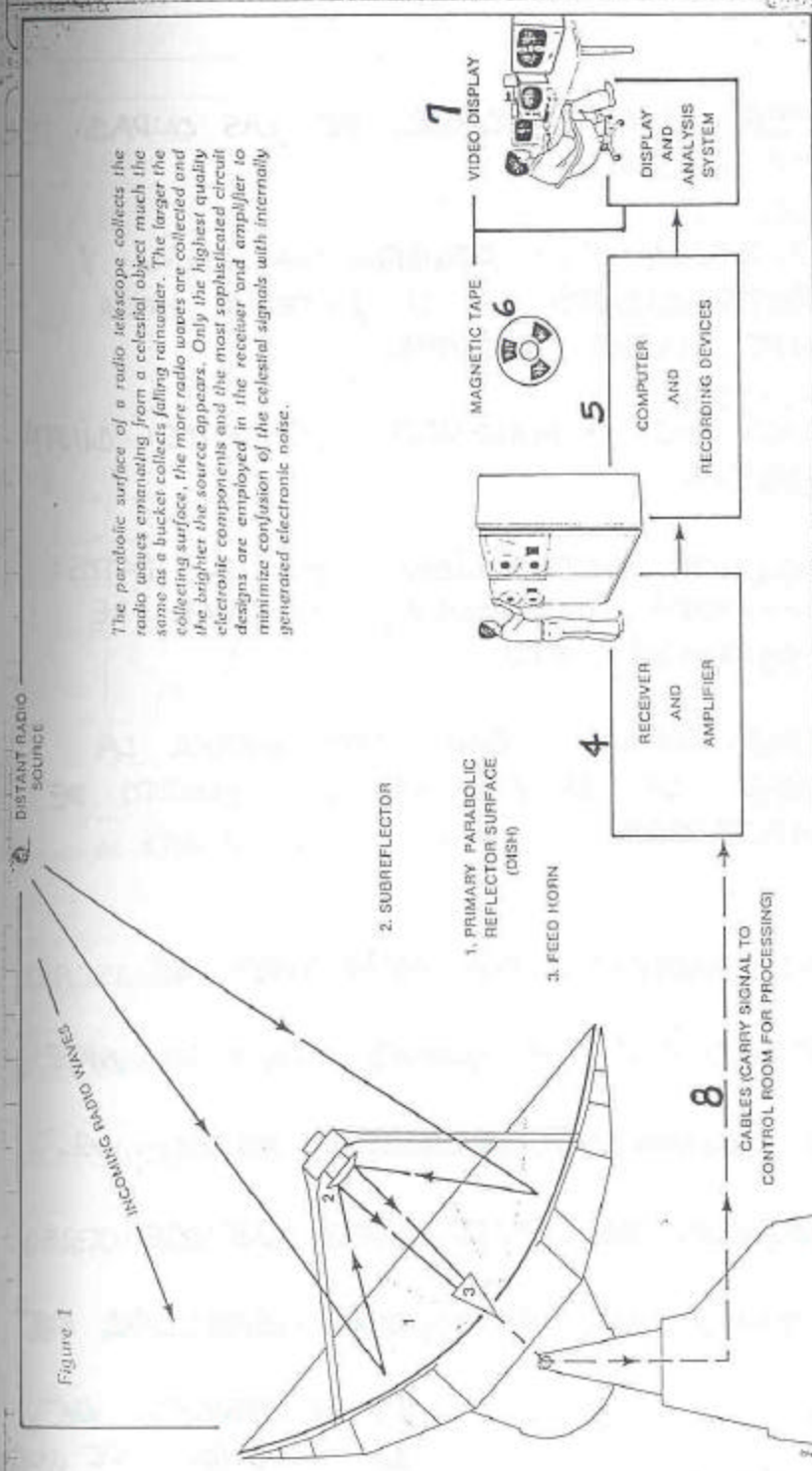
National Radio Astronomy Observatory

OTRO EJEMPLO DE UNA IMAGEN OPTICA Y SU CONTRAPARTE, SU IMAGEN EN ONDAS DE RADIO. EN ESTE CASO LAS DOS SON MUY PARECIDAS

ESTA ES LA GALAXIA ESPIRAL M51.

Palomar Observatory, 200 - inch

LA LONGITUD DE ONDA DE LA RADIACION DE RADIO ES DE 20 cm.



The parabolic surface of a radio telescope collects the radio waves emanating from a celestial object much the same as a bucket collects falling rainwater. The larger the collecting surface, the more radio waves are collected and the brighter the source appears. Only the highest quality electronic components and the most sophisticated circuit designs are employed in the receiver and amplifier to minimize confusion of the celestial signals with internally generated electronic noise.

PERO ...

¿COMO SE DETECTAN ESTAS ONDAS?

COMO HABIAMOS MENCIONADO SE HACE USO DE UN RADIO-TELESCOPIO EL CUAL RECIBE LA RADIACION.

1. ANTENA ó SUPERFICIE REFLECTORA
2. SUPERFICIE REFLECTORA SECUNDARIA
3. CORNETA DE RECEPCION Y CONVERTIDOR DE MODOS DE PROPAGACION

4. RECEPTOR Y AMPLIFICADOR DE LAS ONDAS DEL OBJETO CELESTE
5. COMPUTADORA QUE REGISTRA LA SEÑAL Y DA INSTRUCCIONES A LA ANTENA HACIA A DONDE DEBE APUNTAR
6. MEDIOS DE ALMACENAJE DE DATOS: CINTA MAGNETICA
7. MEDIOS DE INTERACCION CON LOS DATOS: GRAFICADORA, IMPRESORA, TERMINAL DE COMPUTADORA, ETC.
8. CABLE COAXIAL QUE ~~TRAE~~ CONDUCE LA SEÑAL DE LA ANTENA AL CUARTO DE COMPUTADORAS.

LAS ANTENAS TIENEN UNA CAPACIDAD DE RECIBIR INFORMACION A TRAVES DE SU HAZ PRINCIPAL. EL ANCHO ~~DE ESTE~~ TOTAL A MEDIA POTENCIA DE ESTE HAZ SE LE DENOMINA COMO LA RESOLUCION ANGULAR DE LA ANTENA

$$\theta \propto \frac{\lambda}{D}$$

Y DEPENDE DE LA LONGITUD DE ONDA E INVERSAMENTE DEL DIAMETRO DE LA ANTENA

16

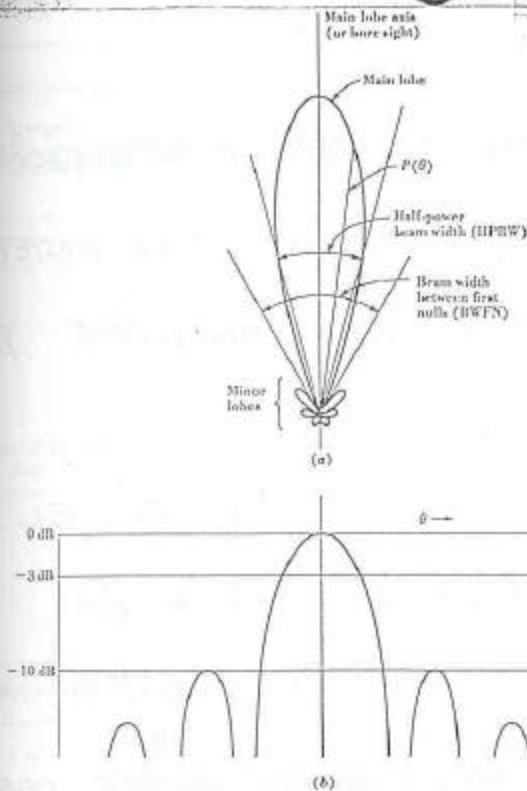


Fig. 6-1. (a) Antenna pattern in polar coordinates and linear power scale; (b) antenna pattern in rectangular coordinates and decibel power scale.

DE KRAUSS "RADIO ASTRONOMY"

LA FIGURA MUESTRA
EN a) EL HAZ
PRINCIPAL Y LOS LOBULOS
SECUNDARIOS EN
COORDENADAS POLARES.

HPBW es EL
ANCHO TOTAL A
POTENCIA MEDIA
(HALF POWER
BEAM WIDTH).

EN b) ES EL MISMO
DIAGRAMA SOLO QUE EN COORDENADAS RECTANGULARES
Y ESCALA EN DECÍBELES.

EN GENERAL PARA UNA ANTENA DE 25m
OBSERVANDO A 20 cm LA RESOLUCION ANGULAR
ES DE APROXIMADAMENTE 28 MINUTOS DE ARCO.
ESTO ES IMPORTANTE YA QUE EN MUCHAS
OCASIONES UNO DESEA OBSERVAR CON MEJOR

(17)

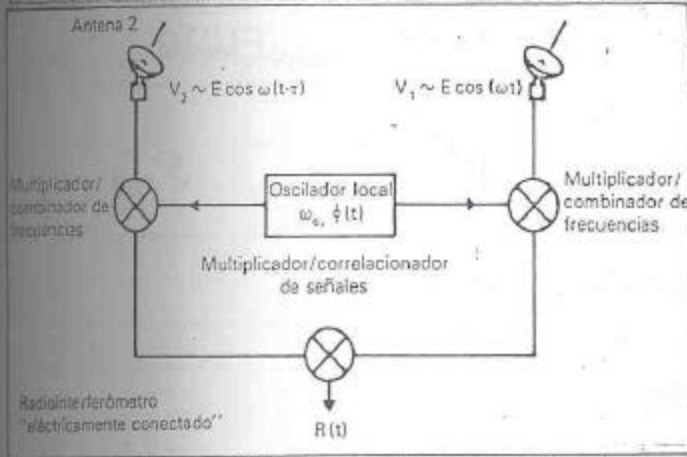
DETALLE QUE ESE. PARA MEJORAR LA RESOLUCIÓN, UNO PUEDE AUMENTAR EL DIÁMETRO DE LA ANTENA PERO EN LA REALIDAD ESTE TIENE UN LÍMITE Y NO AYUDA MUCHO.

COMO SE HA ATACADO EL PROBLEMA ES EL DE CORRELACIONAR LAS SEÑALES DE DOS O MAS ANTENAS QUE OBSERVAN UN MISMO OBJETO AL MISMO TIEMPO. A ESTE ARREGLO SE LE CONOCE COMO INTERFEROMETRO Y ENTONCES EN LUGAR DE SER EL DIÁMETRO DE LA ANTENA EL FACTOR EN LA RESOLUCIÓN ANGULAR SERÁ LA DISTANCIA QUE SEPARA A AMBAS ANTENAS.

$$\theta \propto \frac{\lambda}{d}$$

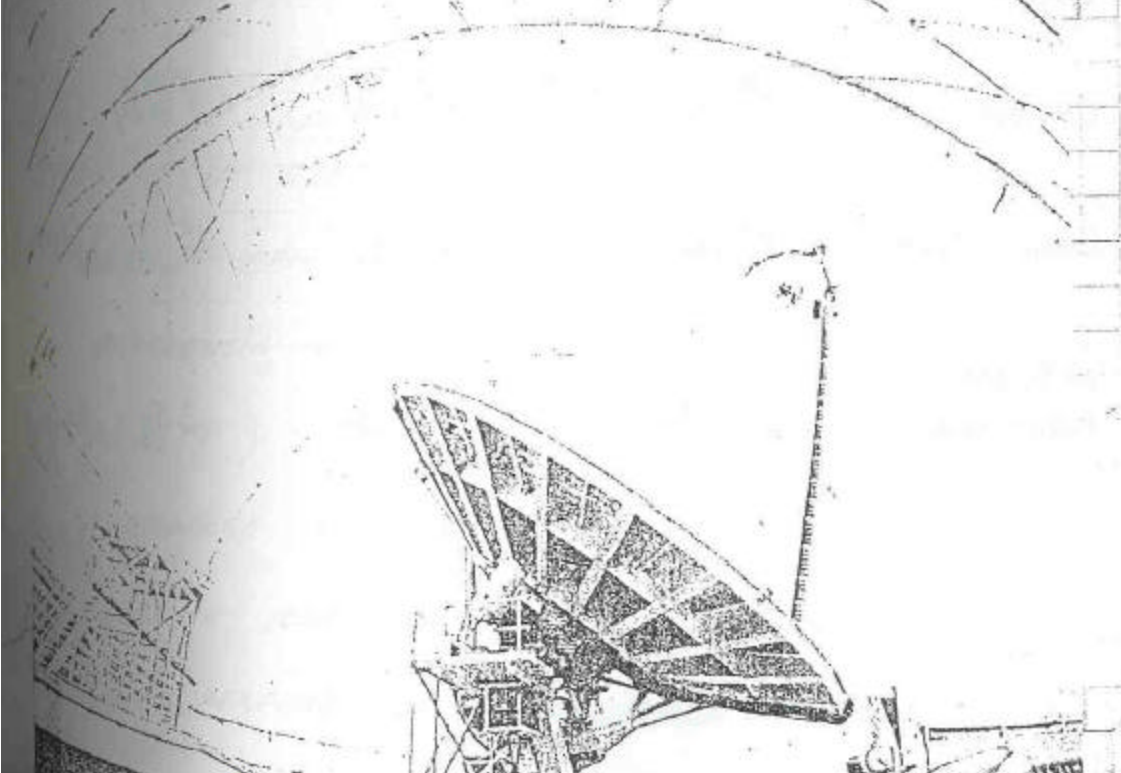
donde d HA TOMADO VALORES HASTA DE MILES DE KILOMETROS. ESTO RESULTA EN UNA RESOLUCIÓN

DE UNOS CUANTOS SEGUNDOS DE ARCO.



TOHARO DE "CIENCIA Y DESARROLLO"
1983 RADIO INTERFEROMETRÍA

View from the Millimeter-Wave Radio Telescope on Kitt Peak.



PARAMETROS CARACTERISTICOS DE DIFERENTES OBJETOS EMISORES DE ONDAS DE RADIO

	MASA	DIAMETRO	FLUJO
MASERES DE OH INDIVIDUALES	$< 0.01 M_{\odot}$	$10^{13} - 10^{15} \text{ cm}$	5 Jy
NUBES MOLECULARES GIGANTES	$10^5 M_{\odot}$		-
REGION H II	$10^3 M_{\odot}$	$5 \times 10^{19} \text{ cm}$	50 Jy
GALAXIA	$10^{11} M_{\odot}$	10^{23} cm	$< 5 \text{ mJy}$
RADIO GALAXIA	$10^{11} M_{\odot}$	10^{24} cm	15 Jy
NEBULOSA PLANETARIA	0.1 M_{\odot}	$\sim 10^{17} \text{ cm}$	3 Jy

①

Seminario de Astrofísica
(0979)

RADIO ASTRONOMÍA

LECCIÓN 2: "CONCEPTOS BÁSICOS"

- LECTURA RECOMENDADA:
- 1) Capítulo 2 y 3 del libro "RADIO ASTRONOMÍA" de Krauss.
 - 2) Secciones 7.3 y 32.7 del libro II de Feynman "LECTURES ON PHYSICS" ~~(ELECTROMAGNETISMO Y MATERIA)~~.
(ELECTROMAGNETISMO Y MATERIA).

En la clase pasada se mencionaba que la banda de radio es solo una parte de espectro electromagnético, y también se hacía mención a otras bandas en las cuales la frecuencia era menor (infrarroja) o mayor que la frecuencia de la luz (rayos X, rayos ultravioleta, y rayos γ).

Sin embargo también se hacía mención al hecho de que no todas las radiaciones nos llegan a la superficie de la ~~tierra~~ tierra.

(2)

EN PARTICULAR EN LA BANDA DE RADIO SE DICE QUE EXISTE UNA FRECUENCIA MÍNIMA PARA LA CUAL POR ARRIBA DE ELLA LA IONOSFERA ES TRANSPARENTE Y DEJA PASAR LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. SI LA FRECUENCIA ES MENOR ENTONCES LA ONDA NO ES TRANSMITIDA SINO REFLEJADA. ¿CÓMO ES ESTO?

RECORDEMOS QUE LA IONOSFERA ES UNA CAPA SUPERIOR DE LA ATMOSFERA DE LA TIERRA ~~EN~~ LA CUAL ESTÁ FORMADA POR PLASMA. COMO TODOS UDS. SABEN ~~LA PALABRA~~ LA PALABRA PLASMA SE REFIERE A UN GAS IONIZADO EN EL CUAL LAS DENSIDADES VOLUMÉTRICAS DE ELECTRONES E IONES SON SUBSTANCIALMENTE LAS MISMAS. (EN FORMA GLOBAL SE DICE QUE UN PLASMA ES ELECTRICAMENTE NEUTRO). ESTOS ELECTRONES ^{Y IONES} SON EL PRODUCTO DE LA IONIZACIÓN DE LAS MOLECULAS DEBIDO A LOS RAYOS ULTRAVIOLETA (LO BASTANTE ENERGETICOS COMO PARA DESPRENDER LOS ELECTRONES DE LAS MOLECULAS).

(3)

SIN EMBARGO COMO DIJIMOS ANTES EN UN PLASMA EXISTEN TANTO IONES COMO ELECTRONES. PERO LOS IONES SON MAS PESADOS QUE LOS ELECTRONES Y POR LO TANTO SOLO CONSIDERAREMOS LOS ELECTRONES. ¿QUE PASA CUANDO EL GAS SE DISTURBA, ES DECIR, CUANDO POR ALGUN MOTIVO SE ESTABLECE UN DESEQUILIBRIO? POR UN LADO SI LA DENSIDAD DE ELECTRONES AUMENTA EN ALGUNA REGION, EXISTIRÁ UNA FUERZA DE REPULSION ELECTRICA (CARGA NEGATIVA REPELE CARGA NEGATIVA). AL MOMENTO DE TRATAR DE REGRESAR A SU POSICION ORIGINAL, LOS ELECTRONES GANARÁN ENERGÍA CINÉTICA Y EN RESUMEN EMPEZARÁN A OSCILAR. (LA UNICA FUERZA QUE EXISTE ES LA FUERZA ELECTRICA DEBIDA A LOS PROPIOS DESPLAZAMIENTOS DE LOS ELECTRONES).

PARA HACER EL ANÁLISIS MAS SENCILLO, SUPONGAMOS QUE SOLO ANALIZAMOS LA OSCILACION EN UNA

(4)

DIMENSION, DIGAMOS EL EJE X. SUPONGAMOS QUE ~~EN~~
ORIGINALMENTE LOS ELECTRONES SE ENCUENTRAN EN UNA
POSICION X. CON UNA DENSIDAD n_0 . DE TAL FORMA
QUE EL NUMERO DE ELECTRONES ENTRE X Y X+ Δx
SEA $n_0 \Delta x$. SI EN EL MOMENTO t SE DESPLAZAN
UNA DISTANCIA $s(x, t)$ LA DENSIDAD VA A CAMBIAR
A SER $n(\Delta x + \Delta s)$. LA ~~DENSIDAD~~ ^{NUMERO} DE ELECTRONES
DEBE SER LA MISMA POR LO QUE TENEMOS

$$n(\Delta x + \Delta s) = n_0 \Delta x \quad (1)$$

$$\therefore \frac{n}{n_0} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta x + \Delta s} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta s}{\Delta x}} \right)$$

pero ya que $\frac{\Delta s}{\Delta x}$ ES PEQUEÑO PODEMOS USAR LA
EXPANSION BINOMIAL QUE NOS DA:

$$\frac{n}{n_0} = \left(1 - \frac{\Delta s}{\Delta x} \right) \quad (2)$$

(5)

LA DENSIDAD DE CARGA SERÁ ~~ES~~

$$\rho = -(n - n_0)e \quad (3)$$

$$\rho = -en + en_0 = -e\left(n_0 - \frac{n_0 \Delta s}{\Delta x}\right) + en_0$$

EN DONDE n_0 REPRESENTA LA DENSIDAD DE IONES (POSITIVOS)

QUE SUPUSIMOS CONSTANTE (ANTES Y DESPUES DEL

DESEQUILIBRIO. IONES TIENEN MAYOR INERCIA Y SUPONEMOS

QUE SU DESPLAZAMIENTO ERA DESPRECIABLE CON RESPECTO

AL DE LOS ELECTRONES).

$$\rho = -n_0e\left(\frac{n}{n_0} - 1\right)$$

$$= -n_0e\left(x - \frac{\Delta s}{\Delta x} - x\right)$$

USANDO (2) EN (3) TENEMOS

$$\rho = n_0e \frac{ds}{dx} \quad (4)$$

AHORA BIEN, TODOS SABEMOS QUE LA ECUACION DE

MAXWELL RELACIONA AL CAMPO ELECTRICO CON LA

DENSIDAD DE CARGA:

$$\nabla \cdot E = 4\pi\rho \quad (5)$$

donde en una dimension nos da:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 4\pi n_0e \frac{ds}{dx} \quad (6)$$

(6)

INTEGRANDO TENEMOS

$$E_x = 4\pi\epsilon_0 e^2 s \quad (7)$$

LA FUERZA QUE EL ELECTRON SIENTE CUANDO SE ENCUENTRA EN SU POSICIÓN FUERA DE EQUILIBRIO ES (ES DECIR CUANDO SE HA DESPLAZADO UNA DISTANCIA s)

$$F_x = -e E_x \quad (\text{FUERZA DE COULOMB})$$

DE DONDE

$$F_x = -4\pi\epsilon_0 e^2 s \quad (8)$$

LA CUAL ES UNA FUERZA PROPORCIONAL AL DESPLAZAMIENTO Y QUE NOS LLEVA A UNA OSCILACIÓN HARMÓNICA DE LOS ELECTRONES

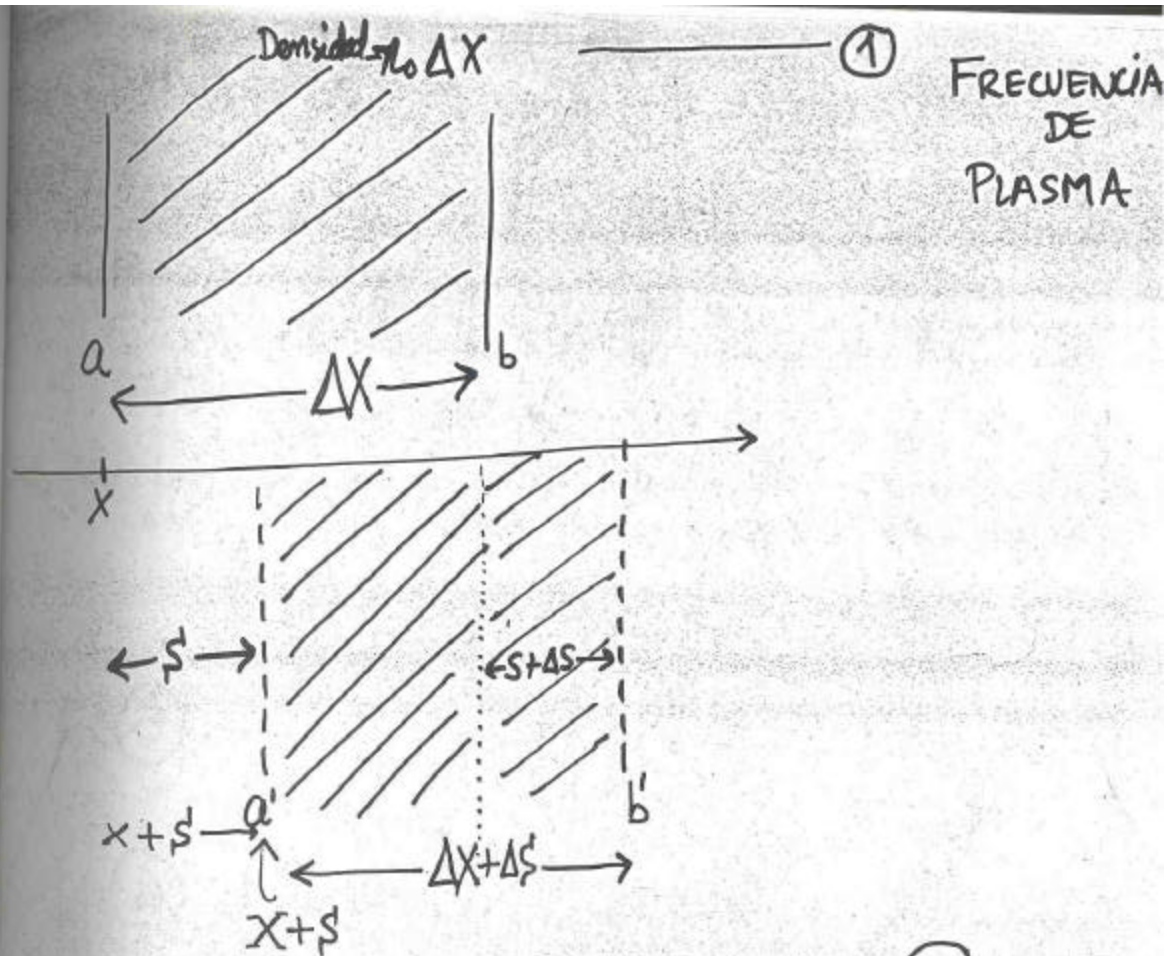
$$m_e \frac{d^2 s}{dt^2} = -4\pi\epsilon_0 e^2 s \quad (9)$$

DE DONDE UNA SOLUCIÓN SERÍA

$$s(t) = A e^{i\omega_p t} \quad (10)$$

donde A es una constante y ω_p está dada por

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2}{m_e} n_0 \quad (11)$$



DENSIDAD = $\eta (\Delta X + \Delta S')$ ②

IGUALANDO ① y ②

$$n_0 \Delta X = \eta (\Delta X + \Delta S')$$

$$\eta = \frac{n_0 \Delta X}{\Delta X + \Delta S'} \quad \text{③}$$

$$\eta = \frac{n_0}{1 + \frac{\Delta S'}{\Delta X}}$$

$$\eta = n_0 \left(1 - \frac{\Delta S'}{\Delta X}\right) \quad \text{④}$$

DENSIDAD ELECTRICA ($\rho = -e n_e$)

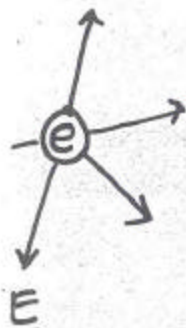
DENSIDAD ELECTRICA EN CUALQUIER PUNTO
ES LA DIFERENCIA DE DENSIDADES
ENTRE LA DENSIDAD EN UN TIEMPO t_0
(REPOSO) Y LA DENSIDAD EN UN
TIEMPO t_1 (PERTURBACION)

$$\rho = -e (n - n_0) \quad \text{--- (5)}$$

$$= -e n + e n_0 \quad \text{--- (6)}$$

SUBSTITUYENDO (4) EN (6)

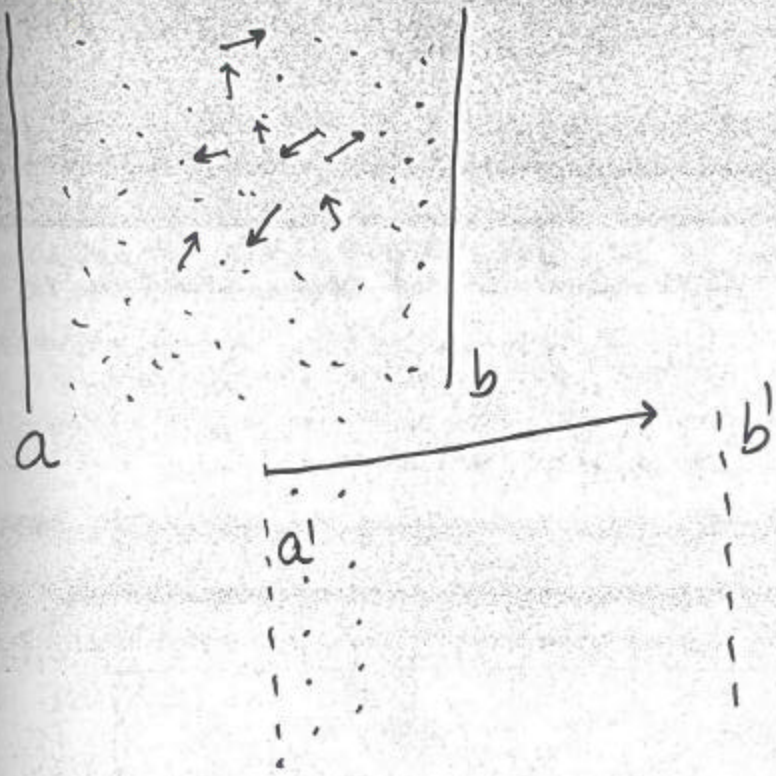
$$= -e \left(n_0 - \frac{n_0 \Delta s}{\Delta x} \right) + e n_0$$



$$\rho = \cancel{-e n_0} + e n_0 \frac{\Delta s}{\Delta x} + \cancel{e n_0}$$

$$\rho = e n_0 \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad \text{(7)}$$

en el límite: $\boxed{\rho = e n_0 \frac{ds}{dx}} \quad \text{(8)}$



$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2}{m_e} n_0$$

EL PLASMA "ABSORBE" (RADIACIÓN)
 ENERGÍA BAJA (FRECUENCIAS BAJAS) y OSCILA

Si LA ENERGÍA ES ALTA (ALTAS FRECUENCIAS)
 EL PLASMA NO RESPONDE (le toma mucho tiempo)
 Y POR LO TANTO NO OSCILA: EL PLASMA es TRANSPARENTE

(7)

A ω_p se le conoce como FRECUENCIA DE PLASMA
Y ES LA FRECUENCIA CON LA CUAL OSCILARÍAN LOS
ELECTRONES DEBIDA SOLAMENTE A LA FUERZA DE
ATRACCIÓN/REPULSIÓN ELÉCTRICA.

$$\omega_p \approx 5.64 \times 10^4 n_e^{1/2} \text{ rad seg}^{-1}$$

o'

$$\nu_p \equiv \frac{\omega_p}{2\pi} \approx 8.9 \times 10^3 n_e^{1/2} \text{ Hz}$$

(12)

VALORES TÍPICOS DE DENSIDADES EN LA ^{IONÓSFERA} ~~IONÓSFERA~~
(a 100km sobre la superficie terrestre)

SERIAN $n_e \sim 10^5$ DURANTE EL DÍA

$n_e \sim 10^3$ DURANTE LA NOCHE

$\Rightarrow \nu_p \approx 2.7 \text{ MHz}$ durante el día

$\nu_p \approx 270 \text{ kHz}$ durante la noche

(13)

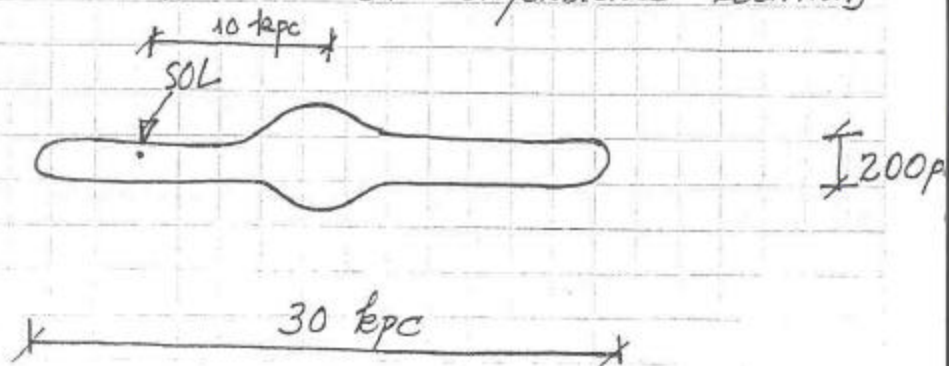
Este plasma se ha supuesto en equilibrio termodinámico
local a una temperatura de aproximadamente 200°K.

(8)

EN SU TAREA DEMOSTRARAN QUE POR LO TANTO
UNA ONDA CON UNA FRECUENCIA MAYOR A LA FRECUENCIA
DEL PLASMA SÍ SE TRANSMITE MIENTRAS QUE UNA
ONDA CON UNA FRECUENCIA MENOR ES REFLEJADA
(LA ONDA QUE DEBIA DE TRANSMITIRSE EN REALIDAD SE
ATENÚA).

PERO VOLVAMOS AL CAMPO DE LA RADIO ASTRONOMÍA.

TENEMOS QUE LA GALAXIA SE ASEMENJA A UN
DISCO CON UN NUCLEO CON DIMENSIONES RELATIVAS



EN ELLA EXISTEN ALREDEDOR DE 10^9 ESTRELLAS
ESTAS ESTRELLAS TIENEN DIFERENTES CARACTERÍSTICAS
(TAMAÑO, COLOR, TEMPERATURA, LUMINOSIDAD, MASA, etc)

(9)

Si LA ORBITA DEL SOL AL REDEDOR DE LA GALAXIA SE DEBIERA A LA ATRACCION GRAVITACIONAL DE UNA MASA M EN EL CENTRO DE LA MISMA SE TENDRIA QUE LA MASA DE LA GALAXIA $M = 1.5 \times 10^{11} M_{\odot}$

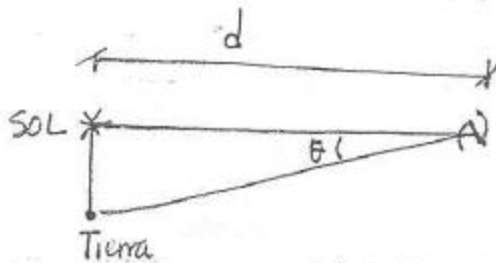
$$1 M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33} \text{ gm.}$$

$$1 \text{ pc} \cong 3.1 \times 10^{18} \text{ cm.}$$

$$c \cong \text{velocidad de la luz} \cong 3 \times 10^{10} \text{ cm/seg.}$$

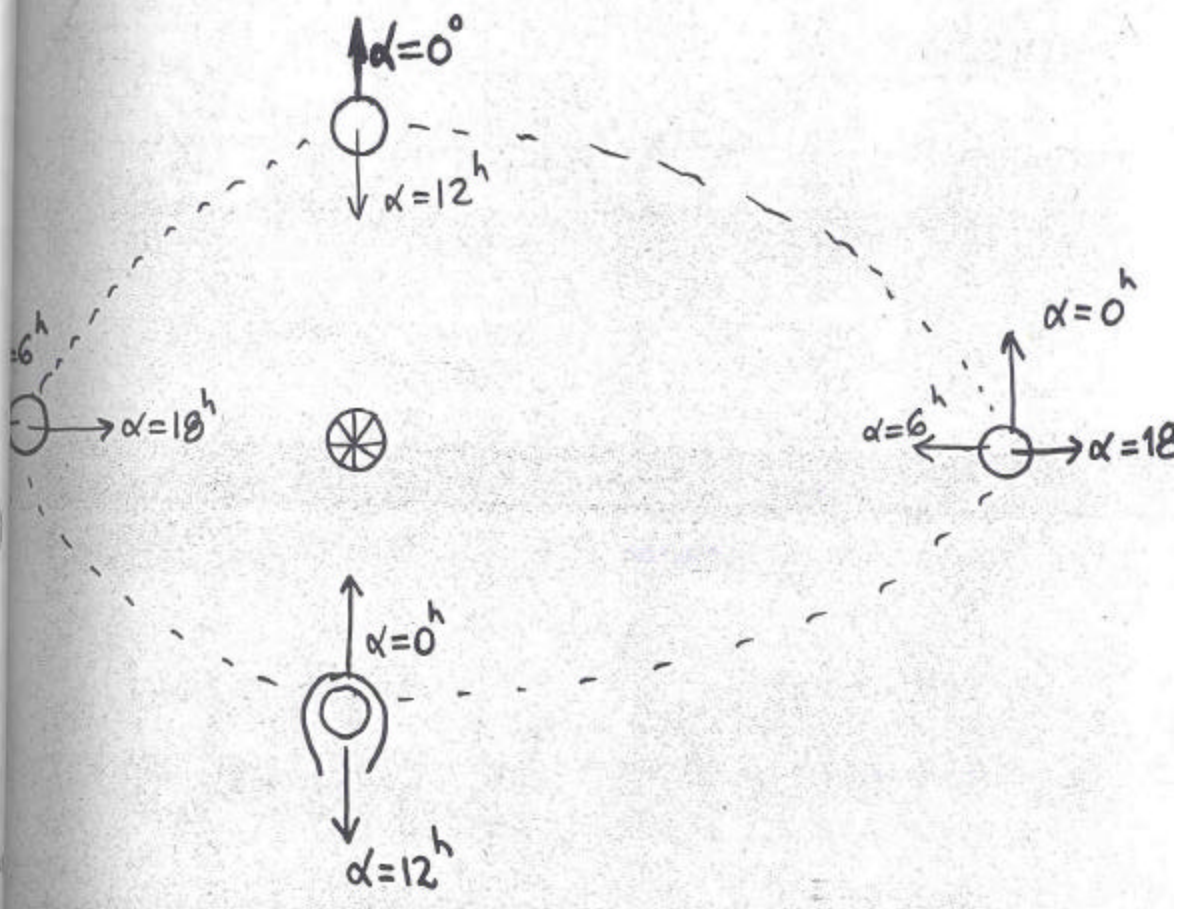
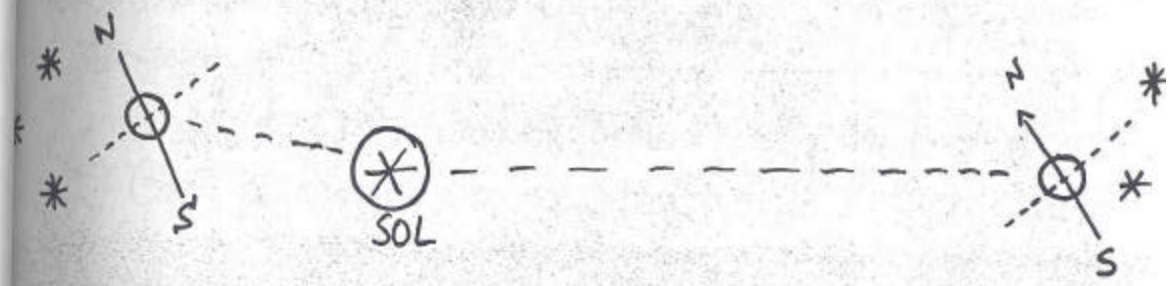
La palabra parsec es un acronimo de parallax arcsecond. O sea que es la distancia a un objeto si el paralaje es de 1 segundo de arco

$$d = \frac{1}{\theta} \quad (14)$$



si y solo si $d = 1 \text{ pc}$
 $\angle \text{ SOL-ESTRELLA-TIERRA} = 1''$

NOTA SOBRE SISTEMA DE COORDENADAS.



(10)

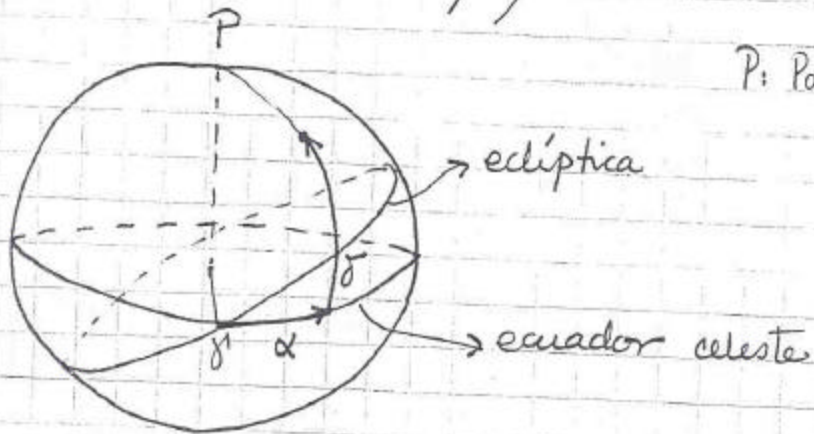
1 pc = 3.265 años luz.

1 año luz $\approx 1 \times 10^{18}$ cm.

SISTEMAS DE COORDENADAS:

I) EL SISTEMA ACTUAL DE COORDENADAS ES EL DENOMINADO "SISTEMA DE COORDENADAS EQUATORIALES", EN DONDE SE ESPECIFICAN

i) LA ASCENSION RECTA y ii) LA DECLINACION



γ : equinoccio de ~~primavera~~ (hacia la constelación de Piscis)

δ : declinación (grados, minutos, segundos)

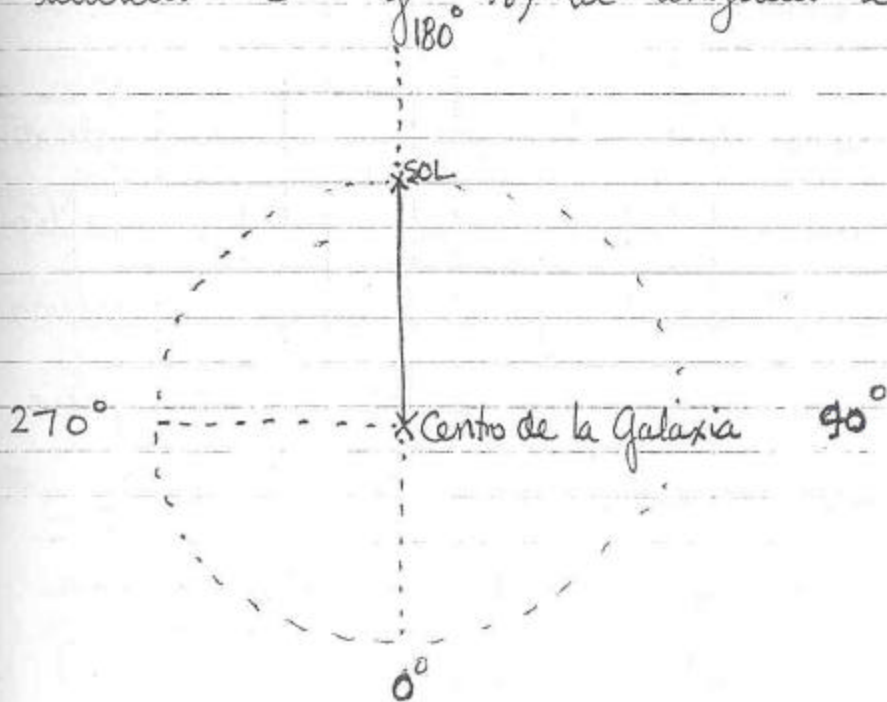
α : ascensión recta (horas, minutos, segundos)
(hr, min, seg)

(11)

El polo norte celeste corresponde al polo norte terrestre y el ecuador celeste al ecuador terrestre.

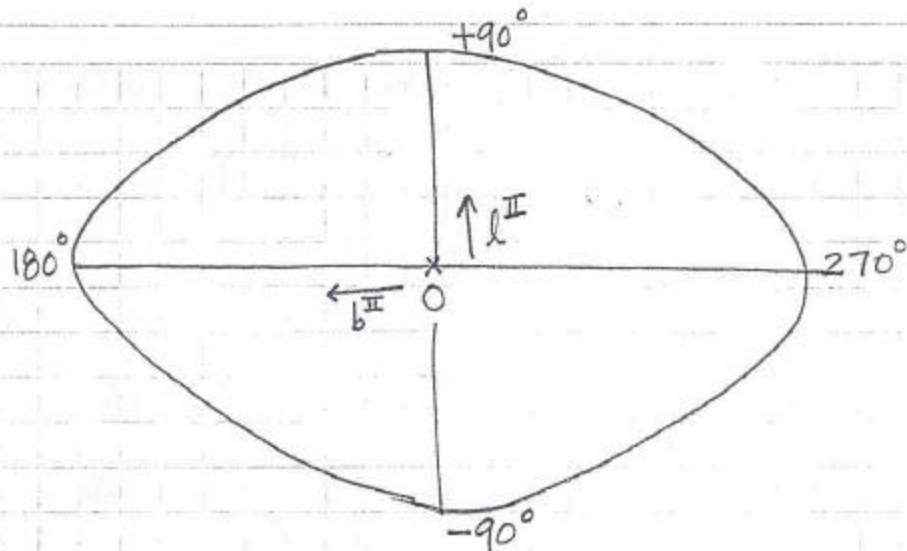
II) Con anterioridad se usaba el sistema de coordenadas conocido como "SISTEMA DE COORDENADAS GALACTICO" en donde se especificaba

i) la latitud b^{II} y ii) la longitud l^{II} .



Galaxia vista desde su polo norte.

(12)



Galaxia vista desde el Sol hacia ~~el~~ el centro de la misma.

~~Debido~~ Debido a la precesión del eje de rotación de la Tierra alrededor del polo de la eclíptica, existe un cambio gradual en las coordenadas ecuatoriales para un objeto en el espacio. Este movimiento completa un ciclo en 26 000 años.

Esto hace necesario especificar la fecha para la cual la ascensión recta (α) y declinación han sido calculadas. En general esto se toma para 1950 aunque ya se

(3)

piensa referirlas al año 2000.

En estas coordenadas el centro de la Galaxia se encuentra hacia

$$\alpha = 17^{\text{hr}} 42^{\text{min}} 24^{\text{seg}}$$

$$\delta = -28^{\circ} 55' 00''$$

(15)

Una aproximación para calcular las diferencias entre una posición en 1950 y otro año está dada por (cada año)

$$\Delta\alpha = m + n \sin \alpha \tan \delta \quad (16)$$

$$\Delta\delta = n \cos \alpha \quad (17)$$

$$m = 3^{\text{seg}}.07327$$

$$n = 1^{\text{seg}}.33617 \quad \text{o} \quad 20.0426 \text{ segundos de arco}$$

(14)

Ahora bien para calcular las coordenadas galácticas de las ecuatoriales o viceversa se tienen las siguientes fórmulas:

$$\cos b^{\text{II}} \cos (l^{\text{II}} - 33^\circ) = \cos \delta \cos (\alpha - 282.25) \quad (1)$$

$$\cos b^{\text{II}} \sin (l^{\text{II}} - 33^\circ) = \cos \delta \sin (\alpha - 282.25) \cos 62.6^\circ + \sin \delta \sin 62.6^\circ \quad (19)$$

$$\sin b^{\text{II}} = \frac{\sin \delta \cos 62.6^\circ - \cos \delta \sin (\alpha - 282.25)}{\sin 62.6^\circ} \quad (20)$$

$$\cos \delta \sin (\alpha - 282.25) = \cos b^{\text{II}} \sin (l^{\text{II}} - 33^\circ) \cos 62.6^\circ - \sin b^{\text{II}} \sin 62.6^\circ \quad (21)$$

$$\sin \delta = \frac{\cos b^{\text{II}} \sin (l^{\text{II}} - 33^\circ) \sin 62.6^\circ + \sin b^{\text{II}} \cos 62.6^\circ}{\sin 62.6^\circ} \quad (22)$$

o simplemente por un método gráfico como se muestra en la siguiente página

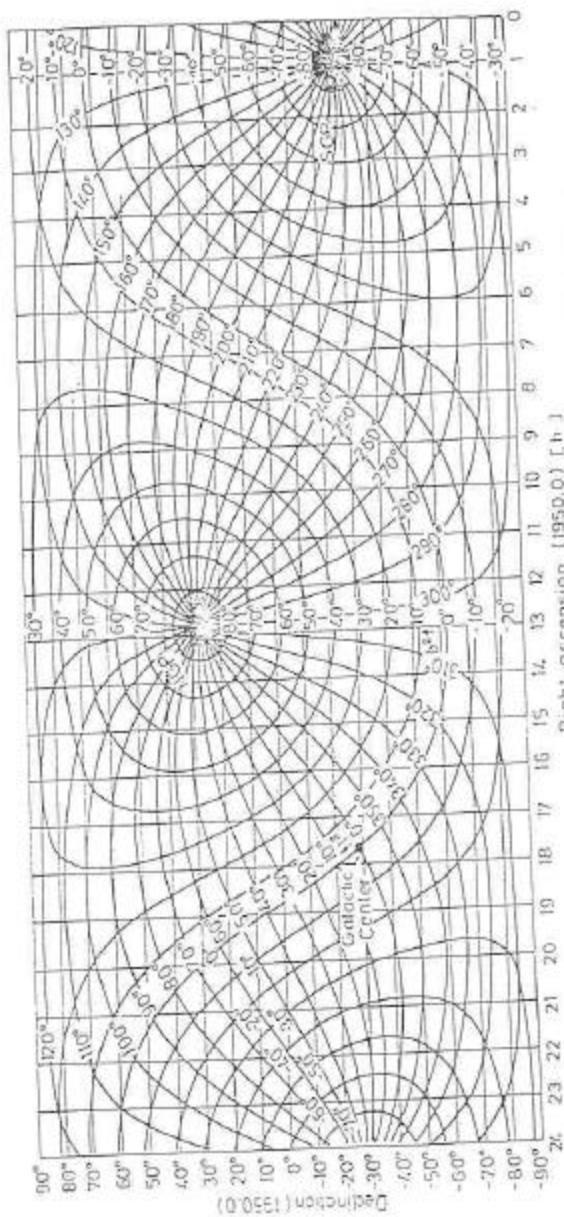


Fig. 33. Chart for the conversion of equatorial (1950.0) coordinates to new galactic coordinates (l', b') or vice versa

(5.45)
right
(5.46)
c to
(5.47)
galactic
(5.48)
con-
-down
galactic
nites,
s have
ld ga-
-titude,
(5.49)

(16)

RELACION ENTRE MAGNITUD Y LUMINOSIDAD

En 1827 Herschel encontró empíricamente que la razón de la luminosidad aparente entre la 1^{a} y 6^{a} magnitud era de 100 a 1. Esto significa que si existe una razón de 100 para una diferencia de 5 magnitudes, la razón de una magnitud a otra debería de ser $100^{\frac{1}{5}}$ ó 2.512.

En general la magnitud de una estrella con respecto a una estrella de referencia está dada por

$$m - m_0 = 2.5 \log\left(\frac{L_0}{L}\right) \quad (23)$$

pero la luminosidad no es otra cosa más que el flujo por ~~un área~~ área (por ejemplo $L \sim r^2$)

$$\therefore m - m_0 = 5 \log\left(\frac{r}{r_0}\right) \quad (24)$$

Ahora bien ~~en~~ si uno quiere expresarlo

(17)

en terminos de la potencia (como se usara un cociente en Ingenieria electrica)

$$1 \text{ dB} = 10 \log \left(\frac{\text{Potencia A}}{\text{Potencia B}} \right)$$

⇒

$$1 \text{ mag} = 10 \log (100^{1/5})$$

$$1 \text{ mag} = 4 \text{ dB}$$

25

En terminos prácticos la energía recibida de un objeto se mide usando un ancho de banda finito y por lo tanto en la ventana optica la magnitud aparente, m , tiene un subíndice que indica el centro de la banda o filtro usado:

$$\begin{matrix} m_R \\ m_V = V \\ m_{\text{pg}} \end{matrix}$$

centro en $\begin{matrix} 6800 \text{ \AA} \\ 5550 \text{ \AA} \\ 4300 \text{ \AA} \end{matrix}$

(18)

$$m_B = B \quad \text{centro en } 4350 \text{ \AA}$$

$$m_U = U \quad 3500 \text{ \AA}$$

$$\text{donde } m_B = m_{pg} + 0.11 \quad ; \quad m_V = m_R + 0.3$$

donde $v = \text{visual}$

B = azul

U = ultravioleta

R = rojo

pg = fotográfica

Si $r_0 = 10 \text{ pc.}$ y $M = m_0 \equiv \text{magnitud absoluta}$
entonces

$$m - M = 5 \log r - 5 \quad (26)$$

si m y M son de la misma estrella entonces

$m - M$ es el MODULO DE DISTANCIA

donde r es la distancia en pc.

EL INDICE DE COLOR SE DEFINE COMO

$$C = m_{pg} - m_V \quad (27)$$

entre mas roja sea la estrella mayor indice de color

(19)

Existe una definición (NO MUY USADA) de la "magnitud aparente en radio"

$$m_r = -53.4 - 2.5 \log S \quad (28)$$

donde $S =$ ~~flujo~~ densidad de flujo a 158 MHz en unidades de $\text{watts m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$

Esto nos lleva a la definición de la densidad de flujo:

EL FLUJO TOTAL (INTEGRADO SOBRE TODAS LAS LONGITUDES DE ONDA) ES:

$$S(\lambda) = \frac{f(\lambda)}{\Delta\lambda} \quad \text{erg cm}^{-2} \text{seg}^{-1} \text{Å}^{-1}$$

o en radiofrecuencias

$$S(\nu) = \frac{f(\nu)}{\Delta\nu} \quad \text{erg cm}^{-2} \text{seg}^{-1} \text{Hz}^{-1}$$

Flujo total recibido $F = \frac{L}{4\pi D^2}$

(20)

donde $F \equiv$ flujo total recibido en la Tierra

$L =$ luminosidad del objeto

$D =$ distancia del objeto a la tierra.

TABLE II
CONTINUUM BANDS OF THE GREATEST IMPORTANCE TO RADIO ASTRONOMY

Approx. Octave Intervals*	Band Allocated at WARC-79	Percent Bandwidth	Remarks
10 MHz	13.360-13.410 MHz	0.37	Extremely difficult to share band with active services. Band should be widened.
20 MHz	25.550-25.670 MHz	0.47	Band should be widened. Will not be available until at least 1989 due to reaccommodation of active services.
40 MHz	37.5-38.25 MHz	1.97	Need to upgrade allocation status.
75 MHz	73-74.6 MHz	2.16	Allocation status OK in Region 2, need to upgrade status in Region 1 and 3.
150 MHz	150.05-153 MHz	1.97	Allocation status OK in Region 1, need an allocation in Regions 2 and 3.
300 MHz	322-328.6 MHz	2.03	Allocation status OK, but probably will not be implemented in some countries.
600 MHz	406.1-410 MHz	0.96	Allocation status OK.
	608-614 MHz	0.98	Allocation status OK in Region 2, need to upgrade status in Regions 1 and 3.
1400 MHz	1400-1427 MHz	1.91	Allocation status OK.
2700 MHz	2690-2700 MHz	0.37	Allocation status OK, but primary band should be widened. Need to upgrade allocation status in the band 2655-2690 MHz.
5000 MHz	4990-5000 MHz	0.20	Allocation status OK, but primary band should be widened.
10 GHz	10.6-10.7 GHz	0.94	Allocation status OK.
15 GHz	15.35-15.4 GHz	0.33	Allocation status OK, but band should be widened.
25 GHz	23.6-24 GHz	1.68	Allocation status OK.
31 GHz	31.3-31.8 GHz	1.58	
	42.5-43.5 GHz	2.33	
60 GHz	51.4-54.25 GHz	5.48	
	58.2-59 GHz	1.36	
	64-65 GHz	1.55	
90 GHz	86-92 GHz	6.7	
110 GHz	105-116 GHz	10	
165 GHz	164-168 GHz	2.4	
220 GHz	217-231 GHz	6.22	
270 GHz	265-275 GHz	3.70	

* Based partly on historical precedent of actual allocations.

While cosmic sources of radiation, such as the sun, exist which may interfere with highly sensitive observations, they are generally at known positions and of known intensity and a radio astronomer can usually avoid them or correct for their effects on his data. Man-made emissions, on the other hand, are usually unpredictable, erratic, can occur at any intensity level, and are difficult to control.

IV. WARC PREPARATION

Although scientific justifications could be made for observing in any band in the spectrum, it is obvious that the requirements for frequency allocations must be restricted to the most important bands and bandwidths must be limited. Radio astronomers must be in reasonable agreement amongst themselves if they are to have an effective voice in the regulatory forum.

Preparation by radio astronomers and space scientists for WARC-79 was coordinated overall by the InterUnion Commission on the Allocation of Frequencies (IUCAF). Preparatory efforts were initiated in the United States by the Radio Astronomy Subcommittee of the Committee on Radio Frequencies (CORF) of the National Academies of Sciences and Engineering. As early as 1974, this group began identifying the needs of radio astronomy for frequency allocations and changes in the Radio Regulations. These studies resulted in the publication in 1975 with a revision in 1979 of a document entitled "Views of the National Academy of Sciences Commit-

tee on Radio Frequencies Concerning Frequency Allocation for the Radio Astronomy Service." This document and several other brief papers generated internally were the mainstay of the input to the formal U.S. preparatory groups.

Beginning in 1977, the IUCAF set up an extensive network of correspondents in countries where radio astronomy, space science, and similar radio sciences are carried out. This list of 40 correspondents then formed the primary group to which the IUCAF distributed material and from which the IUCAF solicited comments. The CORF Radio Astronomy Report was circulated to the IUCAF correspondents as an example of the kind of planning being carried out in the United States to serve as a model for radio scientists in other countries in preparing their presentations, and to provide these scientists with a "working paper" on which they could comment.

To augment the communication by mail, two meetings of IUCAF with some correspondents were held in international forums. The first was a special meeting on frequency allocation held during the 1978 General Assembly of the International Union of Radio Science (URSI) in Helsinki, Finland. A similar meeting was held during the General Assembly of the International Astronomical Union (IAU) in Montreal, Canada, in 1979, just prior to the WARC.

The IUCAF compiled a report based on the work of the correspondents and preparatory groups which was distributed to all correspondents and interested telecommunications officials in the countries involved. This document became the official input from the IUCAF to WARC-79.

TABLE III
RADIO-FREQUENCY LINES OF THE GREATEST IMPORTANCE TO ASTRONOMY

Substance	Rest Frequency	Suggested Minimum Bandwidth*	Remarks
Deuterium (D)	327.384 MHz	327.0 to 327.7 MHz	Allocation status OK, but probably will not be implemented in some countries.
Hydrogen (H)	1420.406 MHz	1370 to 1427 MHz	Need to upgrade allocation status below 1400 MHz.
Hydroxyl (OH)	1612.231 MHz	1610.6 to 1613.8 MHz	Need to upgrade allocation status.
Hydroxyl (OH)	1665.402 MHz		
Hydroxyl (OH)	1667.359 MHz	1660 to 1670 MHz	Allocation status OK.
Hydroxyl (OH)	1720.530 MHz		
CH Radical	3263.794 MHz	1718.8 to 1722.2 MHz	Need to upgrade allocation status.
CH Radical	3335.481 MHz		
CH Radical	3349.193 MHz	3260.0 to 3267.0 MHz	Need to upgrade allocation status.
Formaldehyde (H ₂ CO)	4829.660 MHz		
Formaldehyde (H ₂ CO)	14.488 GHz	14.47 to 14.50 GHz	Need to upgrade allocation status and expand bandwidth to suggested value.
Water Vapor (H ₂ O)	22.235 GHz	22.01 to 22.28 GHz	
Ammonia (NH ₃)	23.694 GHz	23.6 to 24.0 GHz	Allocation status OK.
Ammonia (NH ₃)	23.723 GHz		
Ammonia (NH ₃)	23.870 GHz	36.43 to 36.50 GHz	Need to upgrade allocation status.
Excited Hydrogen (H ⁺)	36.466 GHz		
Silicon monoxide (SiO)	42.821 GHz	42.77 to 42.86 GHz	Allocation status OK.
Silicon monoxide (SiO)	43.122 GHz	43.07 to 43.17 GHz	
Carbon monosulphide (CS)	48.991 GHz	48.94 to 49.04 GHz	Allocation status OK.
Hydrogen cyanide (HCN)	88.632 GHz		
Formyl ion (HCO ⁺)	89.189 GHz	86.0 to 92.0 GHz	Need to upgrade allocation status.
Carbon monosulphide (CS)	97.981 GHz		
Carbon monoxide (¹² C ¹⁸ O)	109.782 GHz	97.88 to 98.08 GHz	Allocation status OK.
Carbon monoxide (¹³ C ¹⁶ O)	110.201 GHz	109.67 to 109.89 GHz	
Carbon monoxide (¹² C ¹⁶ O)	115.271 GHz	110.09 to 110.31 GHz	Need to upgrade allocation status.
Formaldehyde (H ₂ CO)	140.840 GHz	114.11 to 115.5 GHz	
Deuterated hydrogen cyanide (DCN)	144.827 GHz	140.69 to 140.98 GHz	Allocation status OK.
Formaldehyde (H ₂ CO)	145.603 GHz	144.68 to 144.97 GHz	
Carbon monosulphide (CS)	146.969 GHz	145.45 to 145.75 GHz	Need to upgrade allocation status.
Formaldehyde (H ₂ CO)	150.498 GHz	146.82 to 147.11 GHz	
Carbon monoxide (¹² C ¹⁸ O)	219.560 GHz	150.34 to 150.65 GHz	Allocation status OK.
Carbon monoxide (¹³ C ¹⁶ O)	220.399 GHz	219.34 to 219.78 GHz	
Carbon monoxide (¹² C ¹⁶ O)	230.538 GHz	220.17 to 220.62 GHz	Allocation status OK.
		230.30 to 230.77 GHz	

* The bandwidths are determined by Doppler shifts in the frequencies due to the motion of the sources relative to the observer.

Throughout the same time period, Study Group II of the CCIR met in its regular cycle and then a special preparatory meeting was convened by CCIR Study Groups to form the technical bases for the WARC [12]. The frequency-allocation needs for radio astronomy and space sciences were among the issues discussed.

One of the major problems faced by radio astronomers in the use of the spectrum is a lack of full understanding of their techniques and objectives. Thus in the three years before WARC-79, presentations were made at universities and government agencies and laboratories all over the United States in order to acquaint spectrum managers more thoroughly with the concepts and problems of the Radio Astronomy service.

Many of the scientists and frequency managers involved in the CCIR were also aware of or involved in the IUCAF and in country groups discussing the needs of the Radio Astronomy service. Thus it is not surprising that the requirements coming from the radioastronomists all over the world were very similar.

The general radio-astronomy position which was developed through this process going into WARC-79 sought allocations for radio astronomy in the Allocation Table: 1) for frequency bands for continuum observations positioned at approximately octave intervals throughout the spectrum above 10 MHz with at least a 1-percent bandwidth in each band; and 2) for ap-

proximately 30 lines emitted from molecules and atoms which are considered of prime astrophysical importance. In this case, the bandwidth should be at least ± 0.1 percent centered on the rest frequency of the line. The desired placement of the continuum bands in the spectrum is summarized in Table II. This is a practical rather than a theoretical listing, and it is based partly on allocations which were already in the Radio Regulations and on receiver systems which exist at observatories. The list of ~ 30 atomic and molecular lines which were given the highest priority is reproduced from CCIR Recommendation 3144 [13] in Table III.

A primary allocation status is, of course, sought in these important bands. An exclusive allocation or a primary allocation shared with other passive services would offer the best protection, but it is clear that radio astronomy not only can but must share some bands with compatible active services. Failing a primary allocation, there are two fallback levels available. Secondary status does not offer protection from services which are primary in that band, but it is a means of granting official recognition for use of a band, and it provides protection from out-of-band and unauthorized operations. Notification of Use (NoU) in a footnote to the Allocation Table carries no formal protection from services with allocations in the Table. Nevertheless, an NoU is commonly used

①

RADIO ASTRONOMÍA

()

LECCIÓN 3:

III ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Parte 1.

Nota: Se tratará primero la sección III del temario antes que la sección II para darle mayor fluidez al tema.

LECTURA RECOMENDADA:

- a) Capítulo 5 del libro "Radio Astronomy" de Krauss
- b) Capítulo 7 del libro "Classical Electrodynamics" de Jackson.
- c) Capítulo 18 y 20 del libro "Lectures on Physics II" (Electromagnetismo y Materia)

Lección 3:

Ondas Electromagnéticas I.

Las Ecuaciones de Maxwell:

TODOS SABEMOS

QUE LAS ECUACIONES DE MAXWELL SON UN CONJUNTO DE 4 ECUACIONES QUE RELACIONAN A LOS CAMPOS ELECTRICOS Y MAGNETICOS LOS CUALES SON FUNCIONES DEL ESPACIO (x, y, z) Y DEL TIEMPO (t) .

$\vec{E}(x, y, z, t)$ Y $\vec{B}(x, y, z, t)$. TANTO \vec{E} COMO \vec{B} SON VECTORES Y AMBOS SON "CAMPOS".

UN "CAMPO" ES TODA CANTIDAD ~~QUE~~ (FÍSICA) QUE PUEDE TOMAR (Y SER ESPECIFICADO) DIFERENTES VALORES EN DIFERENTES PUNTOS DEL ESPACIO.

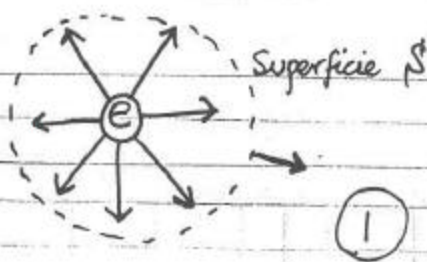
ESTAS LEYES DE MAXWELL SE LES CONOCE COMO LAS LEYES DE ELECTROMAGNETISMO:

1) LA PRIMERA LEY (LEY DE GAUSS) ~~LA PRIMERA LEY DE GAUSS~~

~~LA PRIMERA LEY DE GAUSS~~ NOS DA

EL CAMPO ELECTRICO DEBIDO A UNA CARGA q :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi q \quad (3)$$



donde S es una superficie cerrada y la integral ~~es una~~ es una integral de superficie. Si la superficie encierra un volumen V dentro del cual se encuentra la carga q entonces tenemos

$$\int_V \rho \, dv = q \quad (2)$$

q : carga total dentro del volumen V
 ρ : densidad de carga

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{E} \, dv \quad (3)$$

POB EL TEOREMA DE DIVERGENCIA

(ver por ejemplo las páginas 44-51 del libro

"DIV, GRAD, CURL, AND ALL THAT" por H.M. SCHEY

Editorial Norton 1973.

que deducen el TEOREMA DE LA DIVERGENCIA)

(7)

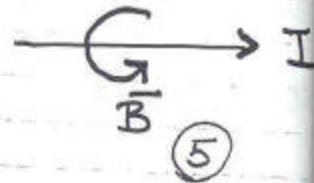
DE ①, ② y ③ TENEMOS QUE LA PRIMERA LEY DE MAXWELL ES

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi \rho \quad (4)$$

si $\vec{E} = -\nabla\phi \quad \therefore \quad \nabla^2\phi = -4\pi\rho$ (4a), (4b)

2) LA SEGUNDA LEY (LEY DE AMPERE) NOS DICE QUE LA CORRIENTE ELECTRICA PRODUCE CAMPOS MAGNETICOS:

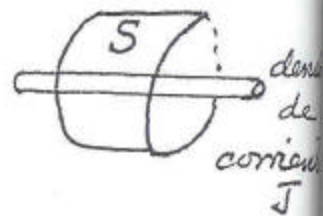
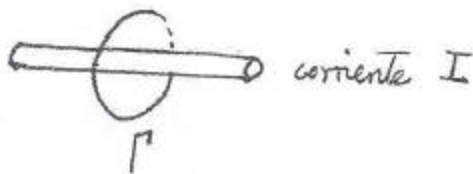
$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I$$



Y USANDO EL TEOREMA DE STOKES (pág 92-101 del libro anterior)

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad (6)$$

donde Γ es una trayectoria cerrada (digamos alrededor de un alambre



S = superficie cerrada

$$\int \vec{J} \cdot d\vec{s} = I \quad (7)$$

(5)

$$\therefore \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \frac{4\pi}{c} \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$\therefore \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}$$

(8)

En realidad la gran contribución de Maxwell fue añadir la idea de que la ecuación (8) era solo válida para casos de estado estacionario. Cuando hay "campos" dependientes del tiempo entonces la densidad de corriente \vec{J} se transformaría en

$$\vec{J} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{en donde} \quad \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{se le conoce}$$

como la CORRIENTE DE DESPLAZAMIENTO.

Entonces la 2ª ecuación de Maxwell es

~~$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}$$~~

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(9)

(6)

3) LA 3ª LEY DE MAXWELL (LEY DE FARADAY)

NOS EXPRESA LA IDEA DE QUE UNA CORRIENTE ES INDUCIDA EN UN CIRCUITO CUANDO HAY UN CAMBIO EN EL FLUJO DE CORRIENTE EN UN CIRCUITO ADJUNTO O CUANDO UN IMÁN SE MUEVE EN LA PROXIMIDAD DEL CIRCUITO

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \text{emf} \quad \text{fuerza electromotriz (I)}$$

(II)

$$\text{emf} = -\frac{1}{c} \frac{\partial F}{\partial t} \quad \text{la fuerza electromotriz}$$

es proporcional ~~al~~

a la tasa de cambio

con el tiempo del

flujo magnético

$$F = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} ds \quad (1)$$

$$\therefore \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{1}{c} \int_S \frac{\partial \vec{B} \cdot \hat{n}}{\partial t} ds \quad (13)$$

usando el teorema de Stokes

$$\int_S \nabla \times \vec{E} \cdot \hat{n} ds = -\frac{1}{c} \int_S \frac{\partial \vec{B} \cdot \hat{n}}{\partial t} ds \quad (14)$$

y por lo tanto

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (15)$$

(7)

4) La 4^a ley de Maxwell expresa la idea de que

no hay cargas magnéticas (monopolos) (ya sea en el caso estático o no estático)

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

(16)

Esta ecuación se puede obtener tomando la divergencia de la expresión (15)

EN RESUMEN:

ECUACIONES
DE
MAXWELL

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$$

(4)

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \left[4\pi\vec{J} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right]$$

(9)

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(15)

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

(16)

AHORA BIEN, COMBINANDO (9) y (15) UNO PUEDE

OBTENER LA ECUACION DE ONDA PARA UN CAMPO.

DIGAMOS EL CAMPO ELECTRICO EN ~~UN CAMPO~~ EL VACIO

ES DECIR DONDE NO EXISTEN CARGAS

∴

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

(17)

(7a) $\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \left[\underset{\substack{\downarrow \\ \text{en el vacío!}}}{4\pi\vec{J}} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] \dots \dots \dots (1)$

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \dots \dots \dots (2)$

Tomando ~~la divergencia~~ el rotacional en ambos lados

$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \times \left[-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] \dots \dots \dots (3)$

Como c es una constante y x, y, z son independientes de t (el rotacional de una derivada igual a la derivada del rotacional)

$\nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}) \dots \dots \dots$

~~en el vacío!~~ substituyendo (1) en (4) ($\vec{J} = \sigma \vec{E}$)

$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \dots \dots \dots$

En forma análoga se puede tomar el rotacional de la ecuación (1) para llegar a la expresión

$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \dots \dots \dots$

$$\textcircled{7b} \quad \nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t^2} \quad \textcircled{7}$$

$$\nabla^2 B = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad \textcircled{8}$$

Son 6 ecuaciones (3 para cada componente x, y, z).

SE CONCLUYE que las ecuaciones de electromagnetismo:

- ① Ley de Gauss
- ② Ley de Faraday
- ③ Ley de Ampere
- ④ Ley de Maxwell

CUANDO SE CONSIDERAN EN CONJUNTO PERMITEN LA EXISTENCIA DE ONDAS ELECTROMAGNETICAS es decir perturbaciones que no requieren (aparentemente) materia (física) para propagarse

ES DECIR SON LAS SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES $\textcircled{7}$ y $\textcircled{8}$ para \vec{E} y \vec{B}

\vec{E} y \vec{B} son dos campos oscilantes INTERDEPENDIENTES

(8)

DEPENDIENDO SI UNO EXPRESA EL CAMPO EN COORDENADAS
(x, y, z, t) O EN (r, θ , ϕ , t) UNO TENDRÍA ONDAS
PLANAS U ONDAS ESFÉRICAS: Resolvamos el
caso de ondas esféricas y sólo pongamos atención a
la componente $\vec{E}(r, t)$.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial \vec{E}}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial x^2} \quad (20)$$

$$\text{y } \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) \quad (22)$$

para y y z se encuentran expresiones similares
a (21) y (22) de tal forma que

$$\nabla^2 E(r) = E''(r) + \frac{2}{r} E'(r) \quad (23)$$

$$\text{ó } \nabla^2 E(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (rE) \quad (24)$$

RECORDAMOS QUE LA ECUACION DE ONDA ES: $\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$

(9)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rE) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (rE) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (rE) = 0 \quad (26)$$

La solución de la ecuación (26) es cualquier función f tal que

$$rE(r,t) = f(r \pm ct) \quad (27)$$

$$\therefore \boxed{E(r,t) = \frac{f(t - r/c)}{r}} \quad (28)$$

La ecuación (28) expresa a una onda esférica propagándose hacia afuera (alejándose del origen, $r=0$) con una velocidad c . El factor en el denominador nos dice que la amplitud de la onda decrece como $1/r$ cuando viaja la onda.

(6) (9a)

Combinando 39 y 40 tenemos

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times B \quad (42)$$

pero ~~es~~ por la ecuación (39)

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{c} 4\pi J + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \right] \quad (43)$$

$$\text{Pero } \nabla \times (\nabla \times E) = \nabla (\nabla \cdot E) - \nabla^2 E \quad (44)$$

en el vacío ($\nabla \cdot E = 0$; $J = 0$) NO HAY CARGAS

$$\boxed{+\nabla^2 E + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0} \quad (45)$$

En coordenadas esféricas ~~es~~

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (46)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} \quad (47)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial E}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial x^2} \quad (48)$$

$$\text{pero } \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} = \frac{x}{r} \quad (49)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = \frac{r - x^2/r}{r^2} = \frac{1}{r} \left[1 - \frac{x^2}{r^2}\right] \quad (50)$$

~~Substituyendo en~~
Análogamente

$$\frac{\partial E}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 + \frac{\partial E}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} \quad (51)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 + \frac{\partial E}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \quad (52)$$

Substituyendo (48), (51) y (52); (49), (50) en 45 tenemos

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} \left[\left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{z}{r}\right)^2 \right] + \frac{\partial E}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \left[1 - \frac{x^2}{r^2}\right] + \frac{1}{r} \left[1 - \frac{y^2}{r^2}\right] + \frac{1}{r} \left[1 - \frac{z^2}{r^2}\right] \right] = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} (3 - 1) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (53)$$

9a ii

De donde

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial E}{\partial r} = + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (54)$$

Pero

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial E}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rE)}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{\partial r} rE \right) \quad (55)$$

Entonces

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rE)}{\partial r^2} &= + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(E + r \frac{\partial E}{\partial r} \right) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial E}{\partial r^2} + \frac{\partial E}{\partial r} \end{aligned} \quad (56)$$

El lado izquierdo solo depende de r . El lado derecho solo depende de t . Por lo tanto cada lado puede ser igual a una constante digamos k^2

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rE)}{\partial r^2} = k^2 \quad (57)$$

$$+ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = k^2 \quad (58)$$

$$r \frac{\partial^2 (rE)}{\partial r^2} - r k^2 = 0 \quad (59)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - c^2 k^2 = 0 \quad (60)$$

$$E = A_0 (1 + t + t^2) \quad (61)$$

$$\begin{aligned} 2A_0 &= c^2 k^2 \\ A_0 &= \frac{c^2 k^2}{2} \end{aligned} \quad (62)$$

$$E = \frac{c^2 k^2}{2} (1 + t + t^2) \quad (63)$$

o mejor si suponemos r independiente de t , tenemos

$$\frac{\partial^2 (rE)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rE)}{\partial t^2} = 0 \quad (64)$$

$$\frac{\partial^2 (rE)}{\partial r^2} = + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rE)}{\partial t^2} \quad (65)$$

$$\frac{\partial^2 (rE)}{\partial r^2} = k^2 \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rE)}{\partial t^2} = k^2 \quad (66)$$

$$(rE) = B_0 (1 + r + r^2) \quad (rE) = A_0 (1 + t + t^2) \quad \begin{aligned} B_0 &= k^2 \\ 2A_0 &= c^2 k^2 \therefore A_0 = \frac{c^2 k^2}{2} \end{aligned}$$

9b

$$\Rightarrow (rE)_1 = \frac{k^2}{2} (1+r+r^2) \quad (rE)_2 = \frac{k^2}{2} (1+ct+c^2t^2)$$

rE puede ser la suma o resta de las funciones
 $rE = (rE)_1 \pm (rE)_2$

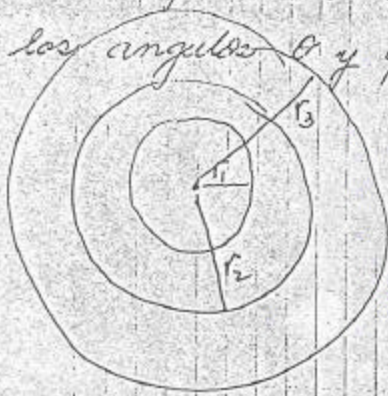
$$rE = \frac{k^2}{2} (1+r+ct+r^2+c^2t^2)$$

$$= \frac{k^2}{2} (r+ct+r^2+c^2t^2) \pm z$$

$$rE = f(r \pm ct)$$

Entonces $E(r,t) = \frac{f(r \pm ct)}{r}$

La solución nos indica que es un campo eléctrico donde r empieza en $r=0$ y r aumenta con una velocidad c ($r=ct$). Es decir es una onda que se aleja del origen y la amplitud de la ONDA DECRECE como $\frac{1}{r}$. La onda es esférica (mismo valor de E sólo dependiendo de r y t pero independiente de los ángulos θ y φ).



$$E(r,t) \propto \frac{1}{r}$$

Appendix

let $f(r, t) = F(r)T(t) = rE(r, t)$

$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$

$\frac{\partial^2 F(r)T(t)}{\partial r^2} = T(t) \frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2}$

$\frac{\partial^2 F(r)T(t)}{\partial t^2} = F(r) \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2}$

$T(t) \frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} F(r) \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2}$

$\frac{1}{F(r)} \frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{1}{T(t)} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2}$

Since each side is only a function of a variable (left h.s. is only dep on r; right h.s. on t)

$\frac{1}{F(r)} \frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} = -k^2$

$\frac{1}{c^2} \frac{1}{T(t)} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} = -k^2$

$\frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} + k^2 F(r) = 0$

$\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} = -k^2 c^2 T(t)$

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$
 $= \cos\theta + i\cos\theta$

From 9 $F(r) = A_0 e^{-i(kr)}$

From 10 $T(t) = B_0 e^{-i(kc \cdot t)}$

$F(r, t) = A_0 B_0 e^{-i(kr + \omega t)}$

And from 13 and 14

$E(r, t) = \frac{A_0 B_0}{r} e^{-i(kr \pm \omega t)}$

Real part of $E(r, t) = \frac{A_0 B_0}{r} \cos(kr \pm \omega t)$

where $\omega = 2\pi\nu$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$



9d

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta E_\varphi) - \frac{\partial E_\theta}{\partial \varphi} \right) \hat{r}$$

$$+ \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial E_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_\varphi)}{\partial r} \right] \hat{\theta}$$

$$+ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right] \hat{\varphi}$$

~~$\vec{E} = E_\theta \hat{\theta}$~~ $\vec{E} = E_r \hat{r} + E_\theta \hat{\theta} + E_\varphi \hat{\varphi}$

pero $E_r = 0$; $E_\theta = \frac{A_\theta B_\theta}{r} e^{-i(kr - \omega t)} \hat{\theta}$ $E_\varphi = 0$

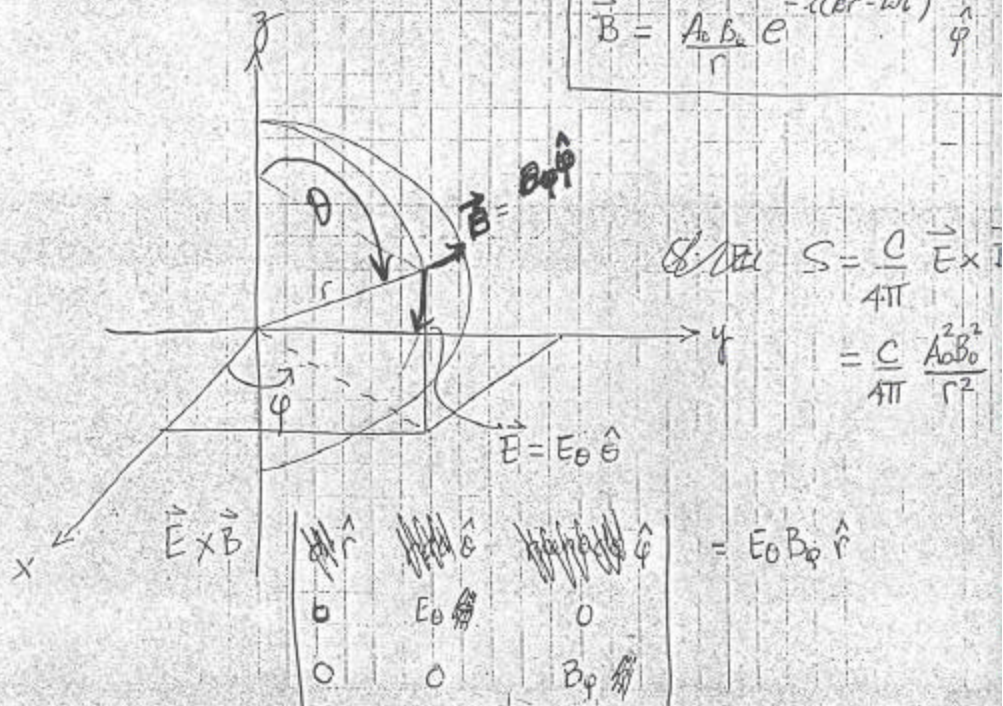
$$\nabla \times \vec{E} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{A_\theta B_\theta}{r} e^{-i(kr - \omega t)} \right) \hat{\varphi}$$

$$= -i k A_\theta B_\theta e^{-i(kr - \omega t)} \hat{\varphi}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \therefore \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = i k e^{-i(kr - \omega t)}$$

$$\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \int i k e^{-i(kr - \omega t)} dt$$

$$\vec{B} = \frac{A_\theta B_\theta}{r} e^{-i(kr - \omega t)} \hat{\varphi}$$



1) 9e

2.2) Las ecuaciones de Maxwell en el vacío son:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \nabla \times \mathbf{B}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (6)$$

Las soluciones son

$$\vec{E} = E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{a}_1 \quad (7)$$

$$\vec{B} = B_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{a}_2 \quad (8)$$

$\vec{k} = k \hat{n}$; $\omega = 2\pi\nu$. Representan ondas viajantes en la dirección \hat{n} (ya que superficies con fase constante avanzan con respecto al tiempo en la dirección \hat{n}).

Substituyendo esos valores en las ecuaciones de Maxwell, es decir, ~~7 y 8~~ en 1, 2, 3 y 4 tenemos:

$$i \vec{k} \cdot \hat{a}_1 E_0 = 0$$

$$i \vec{k} \times \hat{a}_1 E_0 = +\frac{i \omega}{c} \hat{a}_2 B_0$$

$$i \vec{k} \cdot \hat{a}_2 B_0 = 0$$

$$i \vec{k} \times \hat{a}_2 B_0 = -\frac{i \omega}{c} \hat{a}_1 E_0$$

$$\vec{k} \cdot \hat{a} = |\vec{k}| |\hat{a}| \cos \theta \quad (9)$$

(10)

(11)

(12)

(2) (9f)

Las ecuaciones (9) y (11) nos dicen que \hat{a}_1 y \hat{a}_2 son perpendiculares a la dirección de propagación \hat{k} .

De las expresiones (10) y (12) se tiene que \hat{a}_1 es perpendicular a \hat{a}_2 .

Los valores de E_0 y B_0 están relacionados por

$$E_0 = \frac{\omega}{kc} B_0 \quad ; \quad E_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} B_0$$

de donde

$$B_0 = \frac{\omega}{kc} E_0$$

de donde

$$\omega^2 = k^2 c^2$$

$$\omega = ck$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$E_0 = B_0$$

La velocidad de la fase es $v_{\text{fase}} = \frac{\omega}{k} = v\lambda = c$

La velocidad de grupo es $v_{\text{grupo}} = \frac{d\omega}{dk} = v\lambda = c$ para el caso del vacío.

$$\text{Sea } A(t) = E_0 e^{i(k \cdot r - \omega t)} = E_0 e^{i(k \cdot r)} e^{-i\omega t}$$

$$\langle \text{Re } A(t) \text{ Re } B(t) \rangle = \frac{1}{2} (E_0 e^{i(k \cdot r)} E_0 e^{-i(k \cdot r)})$$

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} \text{Re} (E_0 E_0)$$

$$= \frac{c}{8\pi} |E_0|^2$$

$$\langle S \rangle = \frac{c}{8\pi} |B_0|^2$$

(3) (9g)

Apêndice

$$\vec{E} = E_0 e^{i(k\vec{r} - \omega t)} \hat{a}_1 = E_0 \hat{a}_1 \quad \text{donde } E_0 = E_0 e^{i(k\vec{r} - \omega t)}$$

$$\text{Re } \vec{E} = E_0 \cos(k\vec{r} - \omega t) \hat{a}_1$$

$$\text{Im } \vec{E} = E_0 [\cos(k\vec{r}) \cos \omega t + \sin(k\vec{r}) \sin \omega t] \hat{a}_1$$

Análogamente

$$\text{Re } \vec{B} = B_0 [\cos(k\vec{r}) \cos \omega t + \sin(k\vec{r}) \sin \omega t] \hat{a}_2 \quad \omega t = \theta$$

$$\begin{aligned} \langle \text{Re } \vec{E}(t) \text{Re } \vec{B}(t, r) \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_0 B_0 [\cos^2(k\vec{r}) \cos^2 \omega t \\ &\quad + 2 \cos(k\vec{r}) \sin(k\vec{r}) \cos \omega t \sin \omega t \\ &\quad + \sin^2(k\vec{r}) \sin^2 \omega t] dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{E_0 B_0 \cos^2(k\vec{r})}{2} \cos^2 \omega t dt + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{2 E_0 B_0 \cos(k\vec{r}) \sin(k\vec{r})}{2} \cos \omega t \sin \omega t dt \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} E_0 B_0 \int_0^{2\pi} \sin^2(k\vec{r}) (1 - \cos^2 \omega t) dt \\ &= \frac{1}{4\pi \omega} E_0 B_0 \cos^2(k\vec{r}) \int_0^{2\pi} [1 + \cos(2\omega t)] d(\omega t) \\ &\quad + \frac{E_0 B_0 \sin^2(k\vec{r})}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - \frac{1}{2} (1 + \cos(2\omega t))) d(\omega t) \\ &= \frac{1}{8\pi \omega} E_0 B_0 \cos^2(k\vec{r}) \int_0^{4\pi} (1 + \cos \theta) d\theta \\ &\quad + \frac{E_0 B_0 \sin^2(k\vec{r})}{8\pi \omega} \int_0^{4\pi} (1 + \cos \theta) d\theta \\ &= \frac{E_0 B_0}{8\pi \omega} [\cos^2(k\vec{r}) + \sin^2(k\vec{r})] 4\pi \\ \langle \text{Re } \vec{E}(t) \text{Re } \vec{B}(t) \rangle &= \frac{E_0 B_0}{2\omega} \\ &= \frac{1}{2} (\text{Re } \vec{E}_0 \cdot \text{Re } \vec{B}_0) \end{aligned}$$

(4) (9h)

$$\vec{E} = E_0 e^{i(k \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \hat{a} = \int_0^1 \hat{a}_1 \Rightarrow \text{Re}$$

$$\vec{E}_0 = E_0 e^{i(k \cdot \vec{r})} e^{-i\omega t}$$

$$\text{Re } \vec{E}_0 = \text{Re } E_0 \cos \omega t$$

$$\text{Re } \vec{B}_0 = \text{Re } B_0 \cos \omega t$$

$$\begin{aligned} \langle \text{Re } \vec{E}_0 \text{ Re } \vec{B}_0 \rangle &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \text{Re } E_0 B_0 \cos^2 \omega t \frac{d(\omega t)}{\omega} \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \text{Re } E_0 B_0 \frac{1}{2} (1 + \cos(2\omega t)) \frac{d(2\omega t)}{2\omega} \\ &= \frac{\omega}{8\pi\omega} \text{Re } E_0 \text{Re } B_0 \int_0^{2\pi} (1 + \cos \theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2} \text{Re } E_0 \text{Re } B_0 \end{aligned}$$

$$\vec{E} = E_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-i\omega t} \hat{a}_1$$

$$= \cancel{E_0} \hat{a}_1$$

$$E_0 = E_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-i\omega t}$$

$$E_0' = E_0 e^{-i\omega t}$$

$$= (E_0 \cos kr + i E_0 \sin kr) e^{-i\omega t}$$

$$E_0^* = E_0^* e^{+i\omega t}$$

$$= (E_0 \cos kr - i E_0 \sin kr) e^{+i\omega t}$$

$$E_1 + E_2 = 2E_0 \cos kr e^{-i\omega t}$$

$$E = \frac{1}{2}(E_0 + E_0^*) = 2$$

$$A(t) = \frac{1}{2} (a(t) e^{-i\omega t} + a^*(t) e^{+i\omega t})$$

$$\text{Sea } E(t) = A e^{-i\omega t}$$

$$B(t) = B e^{i\omega t}$$

$$\langle \text{Re } E(t) \text{ Re } B(t) \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} (A B^*) = \frac{1}{2} \text{Re} (A^* B)$$

(10)

PERO CONCENTREMOS EN LAS ONDAS PLANAS

DE LAS ECUACIONES DE MAXWELL

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

Supongamos que no hay variaciones en y y z , es o

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

ejemplo: $\begin{cases} E_y = E_0(x, z, t) \\ E_z = E_0(x, y, t) \end{cases}$

$$\therefore \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow E_x \text{ es constante e}$$

y de $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$

$$\nabla \times \vec{B} = \begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{nos queda para } (\nabla \times \vec{B})_x$$

$$0 = \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \quad \therefore \text{esto implica}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} B_y = B_0(x, y, t) \\ B_z = B_0(x, z, t) \end{cases}$$

E_x es constante en (3)

PERO SOLO ESTAMOS INTERESADOS EN CAMPOS QUE VARIAN DINAMICAMENTE CON EL TIEMPO, es decir, la única solución es $E_x = 0$

\Rightarrow PARA LA PROPAGACION DE UNA ONDA PLANA (digamos en la dirección x) SU CAMPO ELECTRICO SOLAMENTE PODRA SER DIFERENTE DE CERO EN DIRECCIONES PERPENDICULARES A LA DIRECCION DE PROPAGACION $\vec{E} = (0, E_y, E_z)$

(11)

ES DECIR, NO HAY COMPONENTE LONGITUDINAL.

LO MISMO APLICA PARA EL CAMPO MAGNETICO, DE TAL FORMA QUE PARA UNA ONDA ELECTROMAGNETICA LOS CAMPOS ELECTRICO Y MAGNETICO DEBERÁN TENER SOLO COMPONENTES PERPENDICULARES A LA DIRECCIÓN DE PROPAGACIÓN. AUN MAS

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (32)$$

$$(\nabla \times \vec{E})_x = (\nabla \times \vec{E})_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{\partial B_y}{\partial t} = 0 \quad \therefore B_x, B_y \text{ constants in time}$$

$$\begin{matrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{matrix} \quad (\nabla \times \vec{E})_z = \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad \therefore \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (33)$$

\therefore Si \vec{E} SOLO TIENE COMPONENTES EN LA DIRECCIÓN $y \Rightarrow \vec{B}$ SOLO DEBE TENER COMPONENTE EN LA DIRECCIÓN z .

ES DECIR EN ONDAS PLANAS ELECTROMAGNÉTICAS

$$\vec{E} \perp \vec{B}$$

LOS CAMPOS SIEMPRE SON PERPENDICULARES ENTRE SI Y PERPENDICULARES A LA DIRECCIÓN DE PROPAGACIÓN.

Y DEBEN DE SATISFACER RELACIÓN (33) Y

(12)

$$-c^2 \frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (34)$$

QUE RESULTA DE $c^2 (\nabla \times \mathbf{B})_y = \frac{\partial E_y}{\partial t}$

COMBINANDO (33) Y (34) OBTENEMOS LA YA CONOCIDA

ECUACION DE ONDA QUE DEBERA SATISFACER E_y :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0 \quad (35)$$



DECIMOS QUE ESTA ONDA ESTA POLARIZADA EN LA DIRECCION Y . LINEAL

PODRIAMOS HACER LAS MISMAS SUPOSICIONES CON LA UNICA DIFERENCIA DE PERMITIR SOLO LA COMPONENTE Z . ENTONCES ENCONTRARIAMOS UNA RELACION

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = 0 \quad (36)$$

EN DONDE LA UNICA COMPONENTE PERMITIDA DEL CAMPO MAGNETICO SERIA EN LA DIRECCION Y .

ESTA NUEVA ONDA ESTARIA POLARIZADA LINEALMENTE EN LA DIRECCION Z .

(12a)

ONDAS ELECTROMAGNETICAS PLANAS

HABIAMOS MENCIONADO QUE SI UNA ONDA VIAJARA EN LA DIRECCIÓN X, SE DEBERIAN DE CUMPLIR LAS SIGUIENTES

RELACIONES :

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (4)$$

Si consideramos que una solución a la ecuación de ONDA ES

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi_E) \quad (5)$$

SIMILARMENTE $B_y = B_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi_B) \quad (6)$

DONDE $\phi_E =$ FASE DEL CAMPO ELECTRICO DE LA ONDA

$\phi_B =$ ✓ ✓ ✓ MAGNETICO DE LA ONDA

SUBSTITUYENDO (5) y (6) EN (1) y (2) TENEMOS:

$$E_{0y} k \sin(\omega t - kx + \phi_E) = B_{0y} \omega \sin(\omega t - kx + \phi_B) \quad (7)$$

$$k B_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi_B) = \frac{\omega}{c^2} E_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi_E) \quad (8)$$

(12b)

LAS CUALES DEBEN DE CUMPLIRSE EN CUALQUIER PUNTO X Y CUALQUIER TIEMPO t. POR LO TANTO SE REQUIERE QUE $\phi_E = \phi_B = \phi$ ES DECIR QUE TANTO EL CAMPO ELECTRICO COMO MAGNETICO ESTAN EN FASE UNO CON EL OTRO. DIVIDIENDO (8) ENTRE (7) TENEMOS

$$\frac{B_{0z}}{E_{0y}} = \frac{1}{c^2} \frac{E_{0y}}{B_{0z}} \quad (9)$$

$$\therefore \boxed{B_{0z} = \frac{1}{c} E_{0y}} \quad (10)$$

DE DONDE LAS EXPRESIONES (5) Y (6), SOLUCIONES DE LA ECUACION DE ONDA, NOS QUEDAN:

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi) \\ B_z &= \frac{1}{c} E_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi) \end{aligned} \right\} (11)$$

LAS ECUACIONES (11) DESCRIBEN UNA ONDA TRANSVERSAL, UNIFORME Y PLANA.

a) TRANSVERSAL PORQUE NI \vec{E} NI \vec{B} TIENEN COMPONENTES EN LA DIRECCION DE PROPAGACION. (EN NUESTRO EJEMPLO $E_x = B_x = 0$)

12c

b) UNIFORME PORQUE NI \vec{E} NI \vec{B} VARIAN EN LA DIRECCIONES PERPENDICULARES A LA DIRECCION DE PROPAGACION

(EN NUESTRO EJEMPLO: $\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial y} = 0$; $\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = 0$ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial z} = 0$)

c) PLANA PORQUE EL CONJUNTO DE PUNTOS CON UNA MISMA FASE SON PLANOS PERPENDICULARES A LA DIRECCION DE PROPAGACION.

VECTOR DE POYNTING:

ESTE ES UN VECTOR QUE EXPRESA EL FLUJO DE ENERGIA DE UN CAMPO ELECTROMAGNETICO. PARA OBTENER ESTE VECTOR NECESITAMOS EMPEZAR POR ALGO MAS ELEMENTAL: CONSERVACION DE ENERGIA.

PERO AUN ANTES DE ESO QUIZAS NECESITEMOS DERIVAR COMO EJERCICIO LA CONSERVACION DE CARGA.

MATEMATICAMENTE TENEMOS QUE LA SEGUNDA LEY DE MAXWELL NOS DICE

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

12

(10)

UNA SOLUCIÓN GENERAL SERÍA LA SUPERPOSICIÓN DE
AMBAS ONDAS ES DECIR

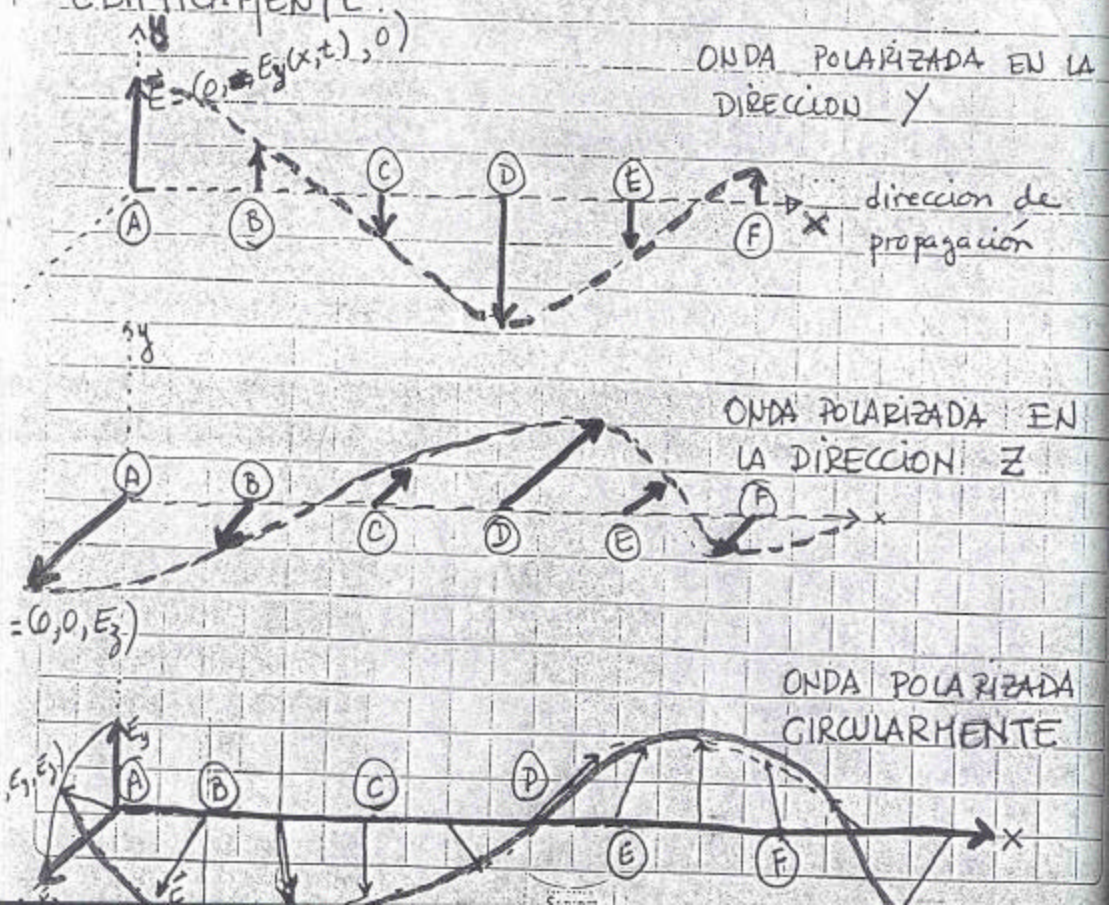
$$\vec{E} = (0, E_y, E_z)$$

$$\vec{B} = (0, B_y, B_z)$$

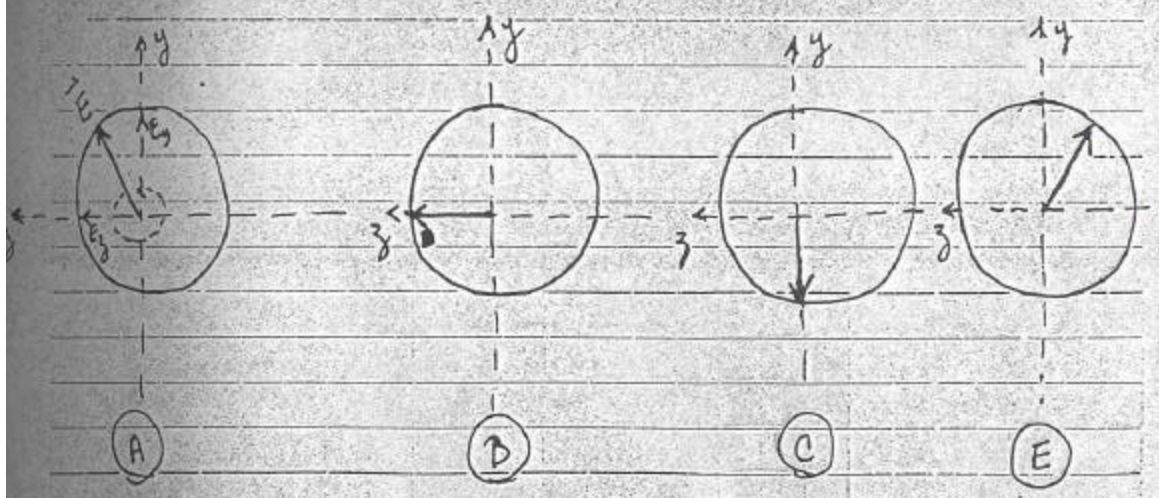
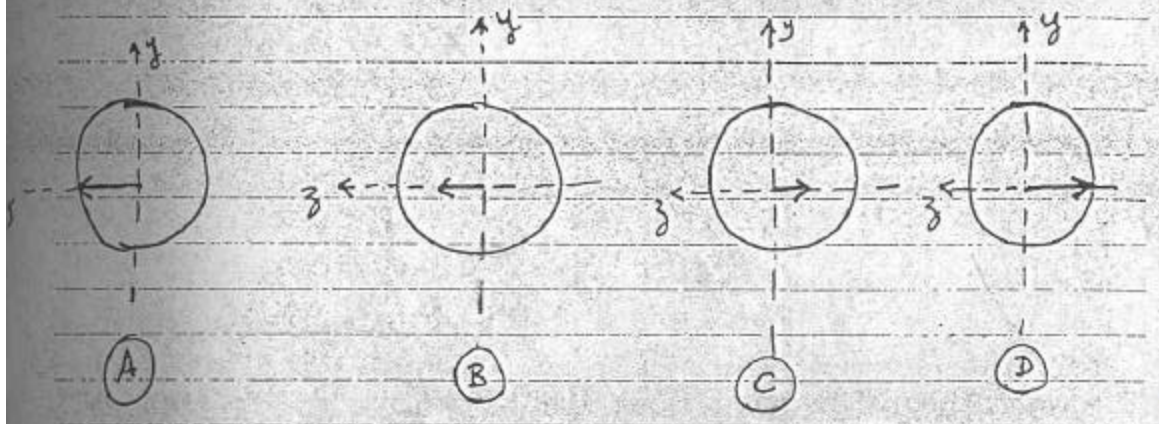
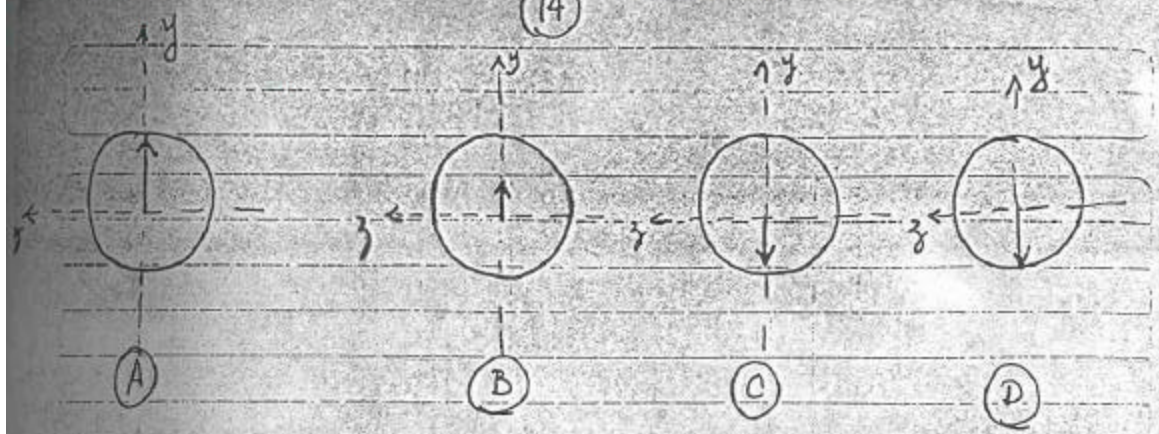
(37)

DE TAL FORMA QUE LA ONDA TENDRÍA UN VECTOR \vec{E}
QUE GIRARÍA EN UNA FORMA ARBITRARIA EN EL PLANO
YZ. ~~ESTA~~ ESTA ONDA SE DICE QUE ESTÁ POLARIZADA

ELIPTICAMENTE.



(14)



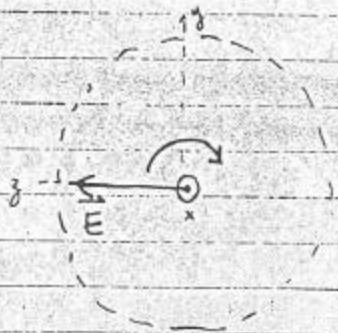
(15)

PARA UNA ONDA POLARIZADA CIRCULARMENTE SE DICE QUE TIENE POLARIZACION

DERECHA



IZQUIERDA



EN DONDE AMBAS ONDAS ESTAN VIAJANDO HACIA AFUERA DE PAPEL.

AHORA BIEN, POLARIZACION CIRCULAR ES SOLO UN CASO PARTICULAR DE POLARIZACION ELIPTICA. VEAMOS COMO SUCEDE ESTO:

$$\text{SEA } \vec{E} = E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \quad (38)$$

$$\text{EN DONDE } E_y = E_1 \sin(\omega t - \beta x) \quad (39)$$

$$E_z = E_2 \sin(\omega t - \beta x + \delta) \quad (40)$$

(16)

CONSIDEREMOS EL VECTOR \vec{E} EN EL PUNTO $X=0$

$$E_y = E_1 \sin(\omega t) \quad (41) \quad a$$

$$E_z = E_2 \sin(\omega t + \delta) \quad (41) \quad b$$

$$\text{donde } E_z = E_2 (\sin \omega t \cos \delta + \cos \omega t \sin \delta) \quad (42)$$

$$\text{de (41a) } \frac{E_x}{E_1} = \sin \omega t \quad (43a)$$

$$\cos \omega t = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_1}\right)^2} \quad (43b)$$

Substituyendo 43a y b en (42)

$$\frac{E_z}{E_2} = \frac{E_x}{E_1} \cos \delta + \sin \delta \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_1}\right)^2}$$

$$\therefore \frac{E_z^2}{E_2^2} - \frac{2E_x E_z \cos \delta}{E_1 E_2} + \frac{E_x^2 \cos^2 \delta}{E_1^2} = \sin^2 \delta - \sin^2 \delta \left(\frac{E_x}{E_1}\right)^2$$

$$\frac{E_z^2}{E_2^2} - \frac{2E_x E_z \cos \delta}{E_1 E_2} + \frac{E_x^2}{E_1^2} = \sin^2 \delta \quad (44)$$

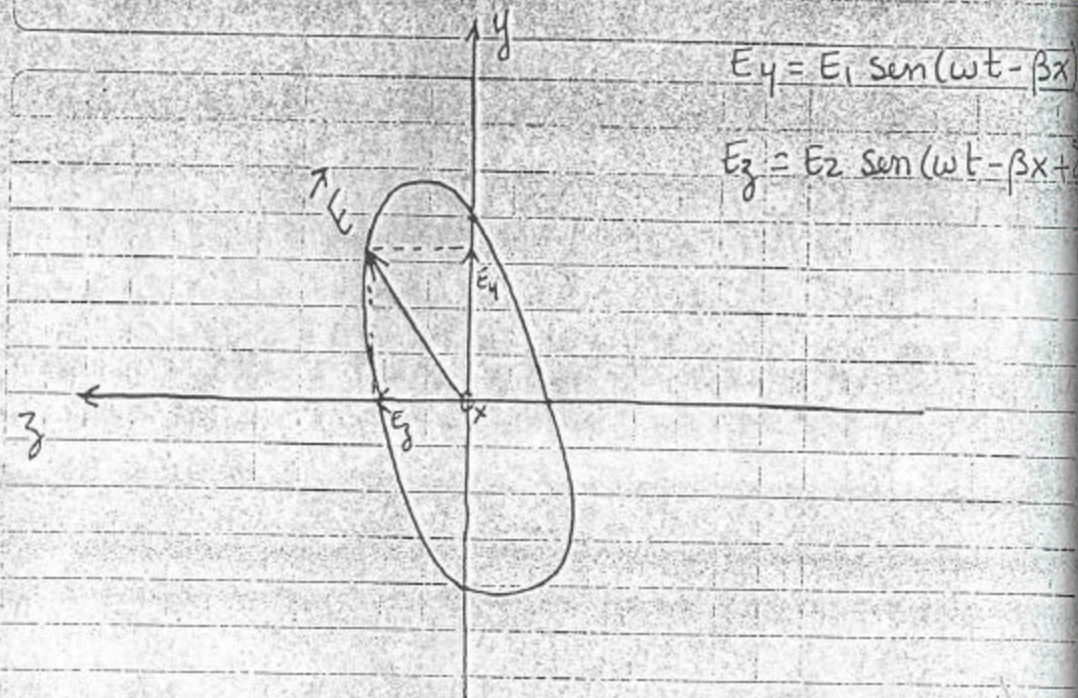
LA CUAL PUEDE EXPRESARSE COMO

$$a E_z^2 - b E_x E_z + c E_x^2 = 1 \quad (45)$$

LA CUAL ES LA ECUACION DE UNA ELIPSE

$$a = \frac{1}{E_2^2 \sin^2 \delta} \quad c = \frac{1}{E_1^2 \sin^2 \delta} \quad b = \frac{2 \cos \delta}{E_1 E_2 \sin^2 \delta} \quad (46)$$

(11)



$$E_y = E_1 \sin(\omega t - \beta x)$$

$$E_z = E_2 \sin(\omega t - \beta x + \delta)$$

CASOS LIMITE

1) $E_1 = 0 \Rightarrow E_y = 0$
ONDA ES POLARIZADA LINEALMENTE EN LA DIRECCION Z.

2) $E_2 = 0 \Rightarrow E_z = 0$
ONDA ES POLARIZADA LINEALMENTE EN LA DIRECCION Y.

3) $E_1 = E_2$ & $\delta = 0$
ONDA POLARIZADA LINEALMENTE A 45° CON RESPECTO AL EJE Z.

4) $\delta = 90^\circ$ $E_1 = E_2$
ONDA POLARIZADA CIRCULARMENTE IZQUIERDA

5) $\delta = -90^\circ$ $E_1 = E_2$
ONDA CON POLARIZACION CIRCULAR DERECHA.

(18)

PARA EL ANALISIS DE POLARIZACION DE LAS ONDAS

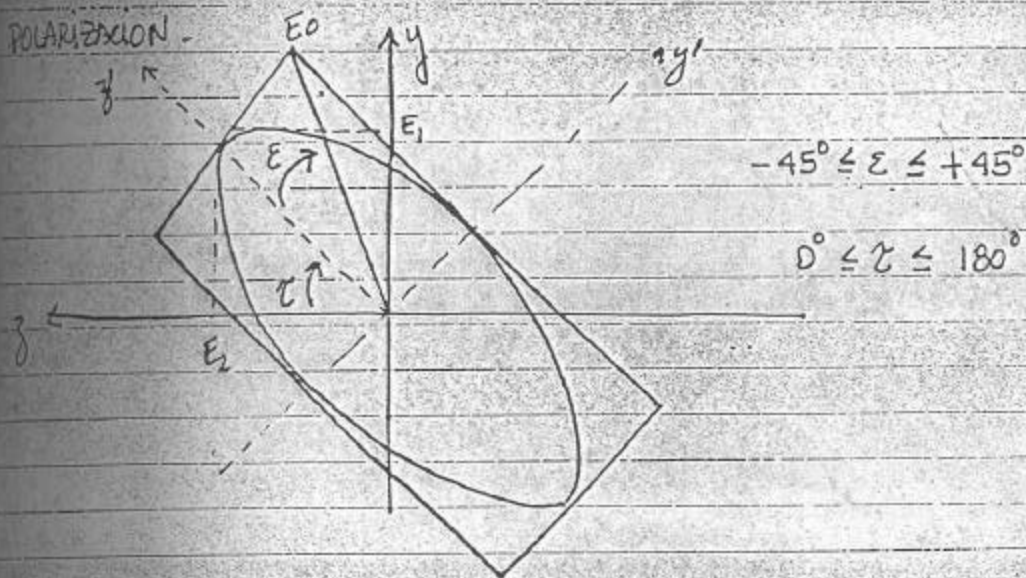
ES CONVENIENTE USAR LOS LLAMADOS

PARAMETROS DE STOKES

ESTOS PARAMETROS EXPRESAN EL ESTADO DE POLARIZACION DE UNA ONDA ELECTROMAGNETICA.

ESTOS PARAMETROS SE BASAN EN LA ELIPSE DE

POLARIZACION



(47) $E_y = E_1 \sin(\omega t - \delta_1)$; $E_{y'} = E_0 \cos \epsilon \sin \omega t$ (48)

(49) $E_z = E_2 \sin(\omega t - \delta_2)$; $E_{z'} = E_0 \cos \epsilon \cos \omega t$ (50)

donde $\delta_1 - \delta_2$ es la diferencia de fase entre

E_y y E_z

$$E_y = E_x \sin \tau + E_z \cos \tau \tag{51}$$

$$E_z = E_x \cos \tau - E_y \sin \tau \tag{52}$$

donde es facil demostrar, despues de un poco de algebra que los parametros de Stokes (I, Q, U, V) son:

$$I = S = S_x + S_y =$$

$$Q = S \cos 2\epsilon \cos 2\tau \tag{53}$$

$$U = S \cos 2\epsilon \sin 2\tau$$

$$V = S \sin 2\epsilon$$

donde S es la magnitud del vector Poynting
o sea la densidad de flujo ($\frac{\text{watts}}{\text{m}^2}$)

$$S \sim E_0^2$$

$$\frac{U}{Q} = \tan 2\tau$$

$$2\tau = \arctan \frac{U}{Q}$$

(20)

Donde se cumple que

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \quad (54)$$

$$\frac{V}{I} \equiv \frac{V}{S} = \frac{V}{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}} \quad (55)$$

ESTA RELACION EXPRESA EL GRADO DE
POLARIZACION CIRCULAR

$$m = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I} \quad (56)$$

EXPRESA EL PORCIENTO DE POLARIZACION LINEAL

Y PARA UNA ONDA PARCIALMENTE POLARIZADA,
ES DECIR AQUELLA QUE TIENE UNA COMPONENTE NO
POLARIZADA Y UNA COMPONENTE SÍ POLARIZADA

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2 \quad (57)$$

(21)

PARÁMETROS DE STOKES PARA DIFERENTES ONDAS CON POLARIZACIÓN LÍMITE

a) CIRCULARMENTE POLARIZADA IZQUIERDA
 $\epsilon = 45^\circ, E_x = E_y$

$$I = S$$

$$Q = 0$$

$$U = 0$$

$$V = S$$

b) CIRCULARMENTE POLARIZADA DERECHA

$$I = S$$

$$Q = 0$$

$$U = 0$$

$$V = -S$$

c) LINEALMENTE POLARIZADA $z=0, \epsilon=0, S_y=S$
 $S_x=0$

$$I = S$$

$$Q = S$$

$$U = 0$$

$$V = 0$$

Vector Formulas

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$$

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$$

$$\nabla \times \nabla \psi = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) = 0$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - \nabla^2 \mathbf{a}$$

$$\nabla \cdot (\psi \mathbf{a}) = \mathbf{a} \cdot \nabla \psi + \psi \nabla \cdot \mathbf{a}$$

$$\nabla \times (\psi \mathbf{a}) = \nabla \psi \times \mathbf{a} + \psi \nabla \times \mathbf{a}$$

$$\nabla(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = (\mathbf{a} \cdot \nabla)\mathbf{b} + (\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{a} + \mathbf{a} \times (\nabla \times \mathbf{b}) + \mathbf{b} \times (\nabla \times \mathbf{a})$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) - \mathbf{a} \cdot (\nabla \times \mathbf{b})$$

$$\nabla \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a}(\nabla \cdot \mathbf{b}) - \mathbf{b}(\nabla \cdot \mathbf{a}) + (\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \nabla)\mathbf{b}$$

If \mathbf{x} is the coordinate of a point with respect to some origin, with magnitude $r=|\mathbf{x}|$, and $\mathbf{n}=\mathbf{x}/r$ is a unit radial vector, then

$$\nabla \cdot \mathbf{x} = 3 \quad \nabla \times \mathbf{x} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{n} = \frac{2}{r} \quad \nabla \times \mathbf{n} = 0$$

$$(\mathbf{a} \cdot \nabla)\mathbf{n} = \frac{1}{r} [\mathbf{a} - \mathbf{n}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{n})] \equiv \frac{\mathbf{a}_\perp}{r}$$

①

RADIO ASTRONOMIA

LECCIÓN 4:

III. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

SEGUNDA PARTE: 1) VECTOR DE POYNTING

2) FLUJO DE ENERGÍA

3) EFECTO DE "PENETRACIÓN SUPERFICIAL"

4) GUÍAS DE ONDA

- LECTURA RECOMENDADA:
- 1) Capítulo 11 del libro "CLASSICAL ELECTRICITY AND MAGNETISM" de W. K. H. Panofsky y Phillips
 - 2) Capítulo 7 del libro "CLASSICAL ELECTRODYNAMICS" de Jackson
 - 3) Capítulos 24, 27 y 32 del libro II "LECTURES ON PHYSICS" de Feynman.
 - 4) Capítulos 3 y 5 del libro "ELECTROMAGNETIC VIBRATIONS, WAVES AND RADIATION" de Bekefi y Barrer MIT Press. 1977

(2)

ONDAS ELECTROMAGNETICAS PLANAS

HABIAMOS MENCIONADO QUE SI UNA ONDA VIAJARA EN DIRECCIÓN X, SE DEBERIAN DE CUMPLIR LAS SIGUIENTES RELACIONES :

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (4)$$

Si consideramos que una solución a la ecuación de onda es

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi_E) \quad (5)$$

SIMILARMENTE $B_z = B_{0z} \cos(\omega t - kx + \phi_B) \quad (6)$

DONDE $\phi_E =$ FASE DEL CAMPO ELECTRICO DE LA ONDA

$\phi_B =$ \checkmark \checkmark \checkmark MAGNETICO DE LA ONDA

SUBSTITUYENDO (5) Y (6) EN (1) Y (2) TENEMOS:

$$E_{0y} k \sin(\omega t - kx + \phi_E) = B_{0z} \omega \sin(\omega t - kx + \phi_B)$$

$$k B_{0z} \sin(\omega t - kx + \phi_B) = \frac{\omega}{c^2} E_{0y} \sin(\omega t - kx + \phi_E)$$

(3)

LAS CUALES DEBEN DE CUMPLIRSE EN CUALQUIER PUNTO X Y CUALQUIER TIEMPO t. POR LO TANTO SE REQUIERE QUE $\phi_E = \phi_B = \phi$ ES DECIR QUE TANTO EL CAMPO ELECTRICO COMO MAGNETICO ESTAN EN FASE UNO CON EL OTRO. DIVIDIENDO (8) ENTRE (7) TENEMOS

$$\frac{B_{0z}}{E_{0y}} = \frac{1}{c^2} \frac{E_{0y}}{B_{0z}} \quad (9)$$

$$\therefore \boxed{B_{0z} = \frac{1}{c} E_{0y}} \quad (10)$$

DE DONDE LAS EXPRESIONES (5) Y (6), SOLUCIONES DE LA ECUACION DE ONDA, NOS QUEDAN:

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi) \\ B_z &= \frac{1}{c} E_{0y} \cos(\omega t - kx + \phi) \end{aligned} \right\} (11)$$

LAS ECUACIONES (11) DESCRIBEN UNA ONDA TRANSVERSAL, UNIFORME Y PLANA.

a) TRANSVERSAL PORQUE NI \vec{E} NI \vec{B} TIENEN COMPONENTE EN LA DIRECCION DE PROPAGACION. (EN NUESTRO EJEMPLO ~~E_x~~ $E_x = B_x = 0$)

(4)

b) UNIFORME PORQUE NI \vec{E} NI \vec{B} VARIAN EN LAS DIRECCIONES PERPENDICULARES A LA DIRECCIÓN DE PROPAGACIÓN

(EN NUESTRO EJEMPLO: $\frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = 0$ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial y} = 0$; $\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = 0$ $\frac{\partial \vec{B}}{\partial z} = 0$)

c) PLANA PORQUE EL CONJUNTO DE PUNTOS CON UNA MISMA FASE SON PLANOS PERPENDICULARES A LA DIRECCIÓN DE PROPAGACIÓN.

VECTOR DE POYNTING:

ESTE ES UN VECTOR QUE REPRESENTA EL FLUJO DE ENERGÍA DE UN CAMPO ELECTROMAGNÉTICO. PARA OBTENER ESTE VECTOR NECESITAMOS EMPEZAR POR ALGÚN CASO ELEMENTAL: CONSERVACIÓN DE ENERGÍA.

PERO AUN ANTES DE ESO, QUIZAS NECESITEMOS DERIVAR COMO EJERCICIO LA CONSERVACIÓN DE CARGA.

MATEMÁTICAMENTE TENEMOS QUE LA SEGUNDA LEY DE MAXWELL NOS DICE

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(5)

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{B}) = \frac{4\pi}{c} \nabla \cdot \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \nabla \cdot \vec{E}}{\partial t} \quad (13)$$

PERO UDS DEMOSTRARON EN SU TAREA 1 QUE EL LADO IZQUIER
ES CERO DE TAL FORMA QUE TENEMOS

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \nabla \cdot \vec{E}}{\partial t} \quad (14)$$

PERO $\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi \rho \therefore$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

LA CUAL NOS EXPRESA LA
CONSERVACION DE CARGA

(15)

DESDE EL PUNTO DE VISTA FISICO NOS DICE QUE EL
CAMBIO DE LA DENSIDAD DE CARGA EN UN VOLUMEN V RODEA
POR UNA SUPERFICIE Σ ES IGUAL AL FLUJO A TRAVES DE
LA SUPERFICIE. EL SIGNO EXPRESA EL HECHO DE QUE SI EL
FLUJO ES POSITIVO (ES DECIR HAY FLUJO DE ADENTRO HACI
AFUERA) ENTONCES LA DENSIDAD DE CARGA DENTRO DEL
VOLUMEN V DISMINUYE.

EN FORMA ANALOGA PENSEMOS EN UNA EXPRESION PARA
LA CONSERVACION DE ENERGIA.

(6)

SEA u LA DENSIDAD DE ENERGÍA EN EL CAMPO Y

\vec{S} EL FLUJO DE ENERGÍA DEL CAMPO.

ENTONCES ESCRIBIRIAMOS (PARA UN SISTEMA DENTRO DE UN VOLUMEN V ~~CON~~ ^{CON} UNA SUPERFICIE Σ):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{S}$$

PERO ¿ESTA ECUACIÓN NOS REPRESENTA EN REALIDAD LA CONSERVACIÓN TOTAL DE ENERGÍA ELECTROMAGNÉTICA? LA RESPUESTA ES NO. DEBEMOS TOMAR EN CUENTA TAMBIÉN LA PERDIDA DE ENERGÍA DEBIDA AL "TRABAJO" DENTRO DEL VOLUMEN V . ES "TRABAJO" SE MANIFIESTA EN LAS INTERACCIONES MUTUAS ENTRE LAS CARGAS DENTRO DEL VOLUMEN V . (LA FUERZA SOBRE UNA CARGA ES $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$; LA TAZA DE REALIZAR TRABAJO ES $\vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$ PERO $Nq\vec{v} = \vec{J} \therefore \vec{E} \cdot \vec{J}$ EXPRESA LA IDEA DEL TRABAJO REALIZADO SOBRE LAS PARTÍCULAS EN VOLUMEN V).

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{S} - \vec{E} \cdot \vec{J}$$

Ó EN FORMA INTEGRAL $-\int_V \frac{\partial u}{\partial t} dV = \int_{\Sigma} \vec{S} \cdot d\hat{\Sigma} + \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV$

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{S} - \frac{\partial u}{\partial t}$$

(7)

$$\text{PERO } \vec{J} = \frac{c}{4\pi} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (19)$$

UN

ENTONCES

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \frac{1}{4\pi} \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (20)$$

16

$$\text{PERO } \vec{\nabla} \cdot (\vec{B} \times \vec{E}) = \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \quad (21)$$

$$\text{DE DONDE } \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{B} \times \vec{E}) + \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \quad (22)$$

ERVA

ENTONCES NUESTRA ECUACION DE CONSERVACION SERA:

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{c}{4\pi} \vec{\nabla} \cdot (\vec{B} \times \vec{E}) + \frac{c}{4\pi} \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi} \vec{E} \cdot \vec{E} \right) \quad (23)$$

$$\text{Y OTRA VEZ } \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{B} \cdot \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{B} \cdot \vec{B}}{2} \right) \quad (24)$$

LA ECUACION DE CONSERVACION DE ENERGIA NOS QUEDA:

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{c}{4\pi} \vec{B} \times \vec{E} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{c}{8\pi} \vec{B} \cdot \vec{B} + \frac{1}{8\pi} \vec{E} \cdot \vec{E} \right) \quad (25)$$

LA CUAL ES SIMILAR A LA ECUACION (17a) SI Y SOLO SI

DEFINIMOS

$$U = \frac{1}{8\pi} \vec{E} \cdot \vec{E} + \frac{c}{8\pi} \vec{B} \cdot \vec{B} \quad (26)$$

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{B}) \quad \left[\frac{\text{watts}}{\text{m}^2} \right] \quad (27)$$

(8)

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{B}$$

ES EL VECTOR DE POYNTING

Y NOS DICE ACERCA DE LA TASA A LA CUAL LA ENERGIA DE
SE MUEVE EN EL ESPACIO.

AHORA BIEN, HABIAMOS DICHO QUE EN UNA ONDA PLANA
UNIFORME Y TRANSVERSAL $\vec{E} \perp \vec{B}$ Y ADEMAS
TANTO $\vec{E} \perp \hat{k}$ COMO $\vec{B} \perp \hat{k}$ DONDE \hat{k} ES UN
VECTOR UNITARIO EN LA DIRECCION DE PROPAGACION (EN
LO LARGO DEL EJE z).

ESTO IMPLICA QUE $\vec{S} \perp \vec{E}$ Y $\vec{S} \perp \vec{B}$ PERO
QUE $\vec{S} \parallel \hat{k}$ (ESO DECIR, EL VECTOR DE FLUJO DE
ENERGIA ES EN LA DIRECCION DE PROPAGACION)
DE (10) SABEMOS TAMBIEN QUE LA MAGNITUD DEL VECTOR DE
POYNTING SERA

$$|\vec{S}| \propto |\vec{E} \times \vec{B}|$$

$$|\vec{S}| \propto \frac{|\vec{E}|^2}{c}$$

Y PARA UNA ONDA, LA TASA PROMEDIO DE FLUJO DE ENERGIA
POR UNIDAD DE AREA (O INTENSIDAD DE LA ONDA)

$$\text{ES INTENSIDAD} = \langle S \rangle_{\text{prom}} = \frac{c}{4\pi} \langle E^2 \rangle$$

(9)

~~LA POTENCIA TOTAL QUE FLUYE A TRAVES DE UNA SUPERFICIE CERRADA ES~~
 AHORA BIEN, LA POTENCIA TOTAL QUE FLUYE A TRAVES DE UNA SUPERFICIE CERRADA ES

$$P = \int_S \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{B}) \cdot d\hat{s} \quad \left[\frac{\text{watts}}{\text{m}^2} \right] \quad (31)$$

EFFECTO DE PENETRACIÓN SUPERFICIAL

EN LA ~~TAREA~~ TAREA #2 SE HABIA ANALIZADO EL CASO EN EL CUAL EXISTE UN MEDIO QUE CUMPLA CON LA LEY DE OHM $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ Y LA ECUACION DE ONDA ANALOGA ERA:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{4\pi\sigma}{c^2} \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (32)$$

Suponiendo una solución de la forma $\vec{E} = E_0 x e^{i(kx - \omega t)}$ (32a)

y considerando sólo una dimensión

$$-k^2 E_0 x e^{i(kx - \omega t)} = \left[i \frac{4\pi\sigma\omega}{c^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \right] E_0 x e^{i(kx - \omega t)} \quad (33)$$

(10)

$$\therefore k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left[1 + \frac{i4\pi\sigma}{\omega} \right] \quad (34)$$

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 + \frac{i4\pi\sigma}{\omega}} \quad (35)$$

vemos que $k = \alpha + i\beta$

y haciendo un poco de algebra vemos que en general

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\sigma}{\omega}\right)^2} + 1}{2}} \quad (36)$$

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{4\pi\sigma}{\omega}\right)^2} - 1}{2}} \quad (37)$$

PARA CONSIDERAR LAS PROPIEDADES DE UN METAL
 $\sigma \gg \omega$ (LA CONDUCTIVIDAD ES ALTA Y CONSIDERAMOS
 FRECUENCIA BAJA — DIGAMOS MENOR QUE LAS FRECUENCIAS DE
 LUZ VISIBLE)

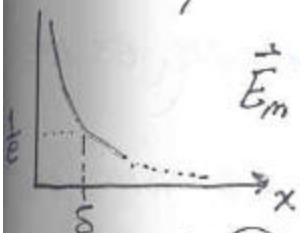
$$\therefore k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\omega}} [1 + i] \quad (38)$$

(11)

de tal forma que $\alpha = \sqrt{\frac{2\pi\sigma\omega}{c^2}}$ (39) } (a)

$\beta = \sqrt{\frac{2\pi\sigma\omega}{c^2}}$ } (b)

Substituyendo (39) (a) y (b) en la expresión (32a) que es una onda que incide perpendicular sobre el metal tenemos que los campos dentro del metal están representados por



$$\vec{E}_m = E_0 x_m e^{i(\sqrt{\frac{2\pi\sigma\omega}{c^2}} x - \omega t)} e^{-\sqrt{\frac{2\pi\sigma\omega}{c^2}} x} \quad (40)$$

Ecuación (40) expresa el hecho de que el campo eléctrico se atenúa adentro de un metal hasta un valor $1/e$ a una distancia $x_m = \sqrt{\frac{c^2}{2\pi\sigma\omega}}$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}; \quad \epsilon = \frac{1}{4\pi} \quad \mu = \frac{4\pi}{c^2}$$

a esta distancia se le denomina

MAXIMA DISTANCIA DE PENETRACIÓN SUPERFICIAL
(en inglés SKIN DEPTH)

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\omega}} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} \quad (41)$$

Por ejemplo para el cobre $\delta_{\text{cobre}} = \frac{0.0661}{\sqrt{\nu}}$

donde $\nu = \frac{\omega}{2\pi} \therefore$ si $\nu = 60 \text{ Hz}$ (que es la frecuencia de corriente eléctrica aquí en México $\delta_{\text{cobre}} = 8.53 \text{ mm}$).

si $\nu = 10,000 \text{ MHz}$ ($\nu = 10^9 \text{ Hz}$) $\delta_{\text{Cu}} = 6.6 \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \delta_{\text{Cu}} \approx 0$

CON ESTO PODEMOS CONCLUIR QUE CUALQUIER DENSIDAD DE CORRIENTE O INTENSIDAD DE UN CAMPO ELECTRICO O MAGNETICO DISMINUYE CONSIDERABLEMENTE EN CUANTO MAS PENETRE EN LA SUPERFICIE DE UN CONDUCTOR. ES DECIR

LA ENERGIA ELECTROMAGNETICA NO ES TRANSMITIDA AL INTERIOR DE UN CONDUCTOR, ~~LA~~ LA DENSIDAD DE CORRIENTE NO ES SOBRE TODO EL CONDUCTOR SINO SOLO SOBRE SU SUPERFICIE.

(ES DECIR EL CONDUCTOR NO CONDUCE SINO SOLO GUIA LA CORRIENTE EN SU SUPERFICIE).

¿SE PUEDEN GUIAR ONDAS ELECTROMAGNETICAS? LA RESPUESTA ES SI Y ES PRECISAMENTE EL SIGUIENTE TEMA.

RADIO ASTRONOMÍA

LECCION 5:

GUIAS DE ONDA

LECTURA RECOMENDADA:

- 1) CAPÍTULO 5 DEL LIBRO
ELECTROMAGNETIC VIBRATIONS,
WAVES AND RADIATION
1977 G. BEREFI, A.H. BARRETT
MIT PRESS: CAMBRIDGE

- 2) CAPÍTULO 8 DEL LIBRO
CLASSICAL ELECTRODYNAMICS
1975 J.D. JACKSON
JOHN WILEY: NUEVA YORK

(13)

GUIÁS DE ONDA

HABIAMOS ESTUDIADO LAS ONDAS ELECTROMAGNETICAS EN EL ESPACIO (O VACIO) DE TAL FORMA QUE NOS INTERESABAN LAS ONDAS PLANAS, TRANSVERSAS Y UNIFORMES. EL HECHO DE QUE EN ESTAS ONDAS TAMBIEN EL CAMPO ELECTRICO COMO EL MAGNETICO SEAN TRANSVERSOS A LA DIRECCION DE PROPAGACION Y CERO EN ESA DIRECCION HA LLEVADO A LLAMARLES ONDAS TEM.

DONDE LA T SIGNIFICA TRANSVERSO O PERPENDICULAR A LA DIRECCION DE PROPAGACION Y E, M INDICA QUE CAMPOS SON LOS QUE TIENEN COMPONENTES QUE CUMPLAN CON LA CONDICION.

EN GENERAL EL TIPO DE ONDAS QUE PUEDEN "GUIARSE" OBEDECE A LA NOMENCLATURA:

- 1) TEM ; $(E_z \text{ y } H_z = 0)$ (NO TIENEN VARIACIONES EN X O Y).
- 2) TE ; $E_z = 0$
- 3) TM ; $H_z = 0$

Suponemos que las ondas viajan en la direccion z.

(14)

En general el guiar una onda significa que ésta está restringida a una región delimitada por superficies metálicas. Así se pueden tener entre otros:

a) ALAMBRES : si la frecuencia no es muy alta (digamos 60 Hz) el problema principal es que los campos pueden esparcirse fuera de los alambres y radiar. Ya que la frecuencia (60 Hz) no es muy alta, la transmisión por alambre es tolerable.

b) ALAMBRES TORCIDOS: esto se usa cuando la frecuencia es más alta que la anterior digamos del orden de kilohertz. (Frecuencias usadas en los teléfonos).

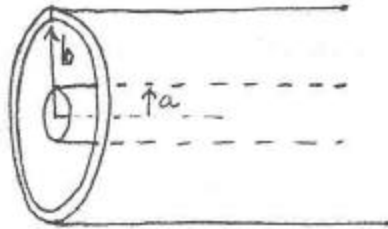
c) CABLES COAXIALES: Para frecuencias entre kHz y MHz ($10^3 \rightarrow 10^6$ Hz).

d) GUÍAS DE ONDA: Para frecuencias altas ($> 10^6$ - ~~MHz~~ Hz)

En especial en c) y d) los campos ELECTRICO y MAGNETICO deben satisfacer las condiciones de FRONTERA.

(15)

c) Los cables coaxiales funcionan cualitativamente como sigue: corriente, $I(t)$, fluye a través del conductor interior



Sabemos que esta corriente SOLO ES GUIADA EN LA SUPERFICIE DE DICHO CONDUCTOR. ÉSTA CORRIENTE, $I(t)$, PRODUCE UN CAMPO MAGNÉTICO, $B(t)$, Y ESTE CAMPO PRODUCE UN CAMPO ELÉCTRICO $E(t)$. SIN EMBARGO HEMOS VISTO QUE ESTOS ~~CAMPOS~~ CAMPOS DEBEN DE CUMPLIR CON LAS CONDICIONES DE FRONTERA DE TAL FORMA QUE EL CILINDRO EXTERIOR ACTUARÍA COMO ESCUDO DE CUALQUIER RADIACIÓN QUE INTENTARA ESCAPAR.

$$\text{LA IMPEDANCIA } Z_0 = \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{2\pi\epsilon_0 C}$$

$$\text{donde } \epsilon_0 C^2 = \frac{10^{-7}}{4\pi} \text{ H/m}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0 C} = 120 \pi \Omega$$

↑
Ohms

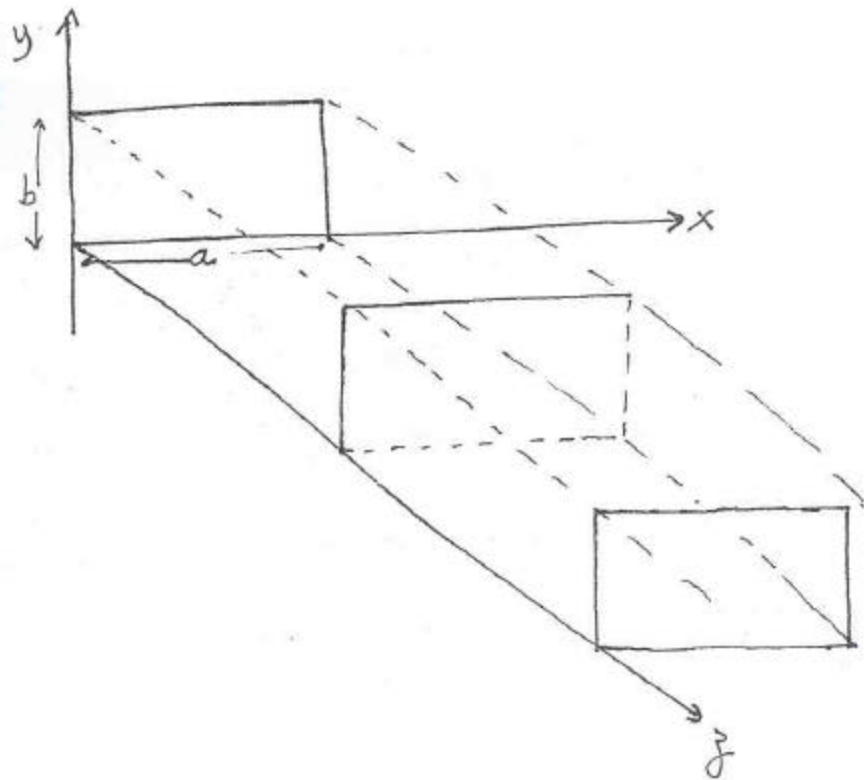
Tipicos valores

$$Z_0 = 50 \Omega$$

(16)

GUIAS DE ONDA : RECTANGULARES : NO SON OTRA COSA QUE

UN CABLE COAXIAL SIN EL CONDUCTOR INTERNO. SEA UNA GUIA DE ONDA RECTANGULAR COMO EN LA FIGURA



SUPONGAMOS QUE LA ONDA VIAJA EN LA DIRECCIÓN z . ENTONCES \vec{E} DEBE SER PERPENDICULAR A z DIGAMOS QUE SOLO TENGA UNA

COMPONENTE, E_y , LA CUAL PUEDE TENER UNA VARIACIÓN EN LA

DIRECCIÓN x . DE HECHO $\frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial B_z}{\partial t}$ y POR LO

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

TANTO EN ESTE CASO EL CAMPO MAGNETICO SÍ PUEDE TENER

(17)

COMPONENTE EN LA DIRECCIÓN DE PROPAGACIÓN. A ESTAS ONDAS SE LES CONOCE COMO TE. De la primera ley de Maxwell se tiene la condición de frontera en las paredes de la guía:

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi q$$

En donde $\vec{E} \perp \hat{n}$: (por las paredes)

$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} ds = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{E} \cdot \hat{n} = 0}$$

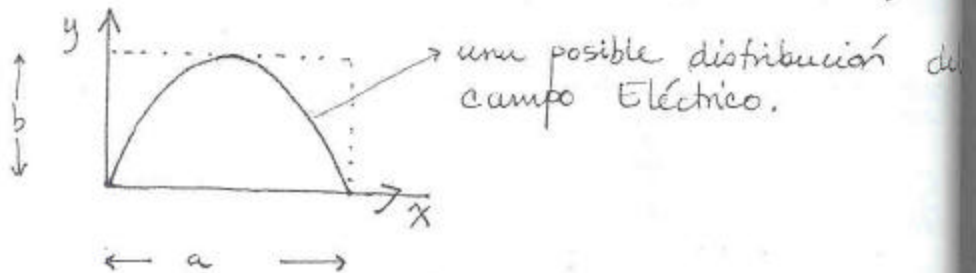
ES DECIR LA COMPONENTE TANGENCIAL DEBE DE SER CERO EN LA SUPERFICIE DEL CONDUCTOR.



E_t = componente tangencial del campo Eléctrico

\hat{n} = vector unitario perpendicular a la superficie de la guía de onda

Sin embargo ~~no~~ sabemos que el campo magnético es perpendicular al campo eléctrico; entonces sí existe un campo magnético tangencial a las superficies de la guía



Radió Astronomía (0979)

NOTA ACLARATORIA

(Ondas Electromagnéticas:
Guías de onda).

Las condiciones de frontera que deben de satisfacer los campos \vec{E} y \vec{B} en una guía con paredes de material que sea conductor perfecto son

$$\begin{array}{l} \text{En la} \\ \text{superficie} \\ \text{de un} \\ \text{conductor} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{n} \cdot \vec{E} = 4\pi J_{\text{superficial}} \quad (1) \\ \hat{n} \times \vec{E} = 0 \quad (2) \\ \hat{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3) \\ \hat{n} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_{\text{superficial}} \quad (4) \end{array} \right.$$

Resulta que satisfaciendo (2) y (3) es suficiente ya que (1) y (4) se satisfacen una vez que J_{sup} y \vec{J}_{sup} se ajusten ellas mismas en magnitud y dirección automáticamente.

(18)

Debido a que deseamos que la onda se propague en la dirección z sabemos que una expresión del campo es $e^{-i(k_z z - \omega t)}$ pero también necesitamos que tenga una distribución deseada en la dirección x . Por tanto tratemos una solución del tipo

$$E_y = E_0 \sin k_x x e^{i(\omega t - k_z z)} \quad (46)$$

Notese que ahora existe un subíndice para los diferentes "números de onda": k_x para expresar que es en la dirección x y k_z que es en dirección z .

Esta expresión (46) satisface las condiciones de frontera

$$1) E_y(0) = 0 \quad (\text{Debido a que } E_y \propto \sin k_x x \text{ entonces } \sin(0) = 0 \Rightarrow E_y|_{x=0} = 0)$$

$$2) E_y(x=a) = 0 \therefore E_0 \sin k_x a e^{i(\omega t - k_z z)} = 0$$

$$\Rightarrow \sin k_x a = 0$$

si y solo si

$$k_x a = n\pi$$

$$\therefore \boxed{k_x = \frac{n\pi}{a}}$$

(19)

$$\boxed{k_x = \frac{n\pi}{a}}$$

donde n es entero

(50)

3) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ adentro de la guía (ya que no hay cargas libres).

Debido a que \vec{E} solo tiene componentes en la dirección y y que esta no varía en y entonces esta condición de frontera se satisface.

4) El campo \vec{E} debe satisfacer la ecuación de onda:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0 \quad (52)$$

$$-k_x^2 E_y + 0 - k_z^2 E_y + \frac{\omega^2}{c^2} E_y = 0 \quad (53)$$

o bien

$$(k_x^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}) E_y = 0 \quad (54)$$

Lo cual tiene 2 soluciones: 1) Que E_y sea cero en todos

lados lo cual no nos interesa y

$$2) \text{ Que } k_x^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (55)$$

(20)

Pero k_x no puede tomar cualquier valor ya que debe de satisfacer relación (50). Esto nos da una relación que nos restringe los valores que puede tomar k_z ; veamos:

$$k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2 \pi^2}{a^2}}$$

Y la velocidad de fase a la cual viaja la onda en la dirección z está dada por

$$v_z = \frac{\omega}{k_z}$$

Ahora bien $k_z = \pm i k'_z$ donde

$$k'_z = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2}$$

Esto nos daría un factor en la exponencial de la expresión (46) de LA FORMA:

~~expresión (46)~~ $e^{i(\omega t \mp i k'_z z)}$

(21)

de tal forma que $E_y = E_0 \sin k_x x e^{\pm k'_z z} e^{i\omega t}$ (61)

DONDE VEMOS QUE EN CAMPO \vec{E} OSCILARA EN EL TIEMPO CON UNA FRECUENCIA ω PERO QUE VARIA EN LA DIRECCION z CON UN FACTOR $e^{\pm k'_z z}$. ENTONCES ENCONTRAMOS UNA FRECUENCIA CRITICA DEBAJO DE LA CUAL LA ONDA NO SE PROPAGARA POR LA GUIA

$$\omega_c = \frac{n\pi c}{a}$$

$$\alpha = \frac{n\pi c}{\omega_c} \quad (62)$$

(EN INGLES SE DENOMINA CUTOFF FREQUENCY)

[Por ejemplo $n=1$ $a=4 \text{ cm} \Rightarrow \omega_c \approx 4 \text{ GHz}$]

HABIAMOS DICHO QUE LA VELOCIDAD DE FASE ESTA DADA POR (57)

$v = \frac{\omega}{k_z}$. SUBSTITUYENDO (56) Y (62) EN (57) TENEMOS

$$v_{\text{fase}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}}$$

(63)

(22)

LA CUAL PARA FRECUENCIAS MAYORES A LA FRECUENCIA CRÍTICA
LA VELOCIDAD DE FASE ES REAL Y MAYOR QUE

LA VELOCIDAD DE LA LUZ :
$$v_{\text{fase}} > c \quad \omega > \omega_c$$

SIN EMBARGO LA VELOCIDAD DE GRUPO (DEFINIDA COMO
LA VELOCIDAD DE LA ENVOLENTE (O PULSOS)) ESTA DADA

$$v_{\text{grupo}} = \frac{d\omega}{dk}$$

PARA LA CUAL OBTENEMOS

$$v_{\text{grupo}} = c \sqrt{1 - (\omega_c/\omega)^2}$$

LA CUAL SIEMPRE ES MENOR QUE C PARA FRECUENCIAS
MAYORES A LA FRECUENCIA CRÍTICA.

Y POR SUPUESTO LLEGAMOS AL RESULTADO QUE

$$v_{\text{grupo}} v_{\text{fase}} = c^2$$

(23)

LA VELOCIDAD DE GRUPO DE LAS ONDAS ELECTROMAGNETICAS ES TAMBIEN LA VELOCIDAD A LA CUAL LA ENERGÍA SE TRANSPORTA EN LA GUIA DE ONDAS.

ESTE ~~RESULTADO~~ RESULTADO LO OBTENDRAN UDS EN SU PROXIMA TAREA.

EN GENERAL PODEMOS HABLAR DE NO SOLO UNA VARIACION EN EL EJE X PERO TAMBIEN EN Y DE LA COMPONENTE DEL CAMPO ELECTRICO EN UNA GUIA DE ONDA RECTANGULAR HACIENDO EL MISMO ANALISIS QUE ANTES (PARA X) Y SATISFACIENDO LAS CONDICIONES DE FRONTERA UNO PUEDE FACILMENTE LLEGAR A UNA EXPRESION COMO

$$E_y = E_0 \sin k_x x \cos k_y y e^{i(\omega t - k_z z)} \quad (6)$$

en donde $k_x = \frac{n\pi}{a}$

$$k_y = \frac{m\pi}{b} \quad (69)$$

donde (69) se obtiene de las condiciones de frontera

(24)
ENTONCES UNO PUEDE HABLAR DE

$$E_y = E_0 \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right) e^{i(\omega t - k_z z)}$$

$$y \quad k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(k_x^2 + k_y^2\right)$$

de donde

$$k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \left[\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2\right]}$$

y siguiendo los mismos pasos que antes tendríamos UNA FRECUENCIA CRÍTICA DADA POR

$$\omega_c(n, m) = \pi c \sqrt{\left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2}$$

y la velocidad de fase y grupo estarían dadas por mismas expresiones (63) y (66) pero USANDO (73) como LA FRECUENCIA CRÍTICA.

(25)

Así, se puede hablar de diferentes modos de propagación de una onda a través de una guía teniendo su campo eléctrico transversal a la dirección de ~~propagación~~ propagación, dependiendo de los valores que n y m tomen. Así se tienen

$TE_{(n,m)}$ por ejemplo

- $TE_{1,0}$
- $TE_{1,1}$
- $TE_{2,1}$
- $TE_{2,0}$

Asimismo se tienen ondas en las cuales es el campo magnético el que es perpendicular a la dirección de propagación (TM) y se tienen ondas

$TM_{(n,m)}$ así por ejemplo:

- $TM_{1,1}$
- $TM_{2,1}$

①

RADIO ASTRONOMÍA

LECCIÓN # 6

TEMA II : FUNDAMENTOS DE RADIO ASTRONOMÍA : I:
DEFINICIONES

LECTURA RECOMENDADA:

- 1) CAPÍTULO 3 "Radio Astronomy" de Krauss
- 2) CAPÍTULO 1 "Radio Astrophysics" de A.G. Pachalzyck.
- 3) Apéndice 1 del mismo libro que 2).

TEMAS A TRATAR:

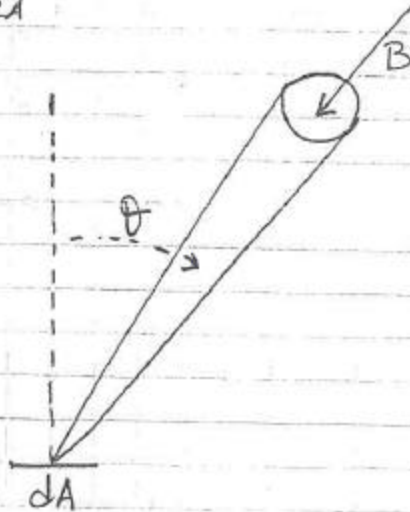
- 1) POTENCIA
- 2) POTENCIA ESPECTRAL
- 3) BRILLO o BRILANTEZ
- 4) DISTRIBUCIÓN DE BRILANTEZ
- 5) INTENSIDAD
- 6) RADIACIÓN DE UN CUERPO NEGRO Y LA LEY DE PLANCK.
- 7) EFICIENCIA DEL HAZ (DE LA ANTENA)

SE TRATARÁ EN LA SIGUIENTE → CLASE!

(2)

1) Potencia:

Considérese radiación electromagnética incidente SOBRE UN DIFERENCIAL DE AREA dA , POR UNIDAD FRECUENCIA, $d\nu$, PROVENIENTE DE UN DIFERENCIAL DE ANGULO SÓLIDO $d\Omega$. LA DIFERENCIAL DE POTENCIA RECIBIDA SERA



$$dW = B \cos \theta d\Omega dA d\nu$$

(1)

donde

dW = diferencial de potencia (watts)

$d\Omega$ = diferencial de ángulo sólido, rad^2

dA = diferencial de Area

$d\nu$ = diferencial de frecuencia, es decir que ancho de banda espectral se observa

θ = ángulo ~~entre~~ entre $d\Omega$ y el zenith

B = BRILLO DEL "CIELO" EN LA DIRECCION

$$\frac{\text{watts}}{\text{m}^2} \text{Hz}^{-1} \text{rad}^{-2}$$

y

(3)

O visto de otra forma

$$\cos \theta \text{ Brillo}_{\Delta \nu} = \frac{dW}{dA d\nu d\Omega}$$

(2)

dW no depende de la posición dA sobre la superficie, de donde la diferencial de potencia recibida por toda el Area A será

$$dW = A B_{\Delta \nu} \cos \theta d\Omega d\nu$$

(3)

el brillo, B , en general es función tanto de la posición en el cielo como de la frecuencia.

Sea $B' = \int_{\nu}^{\nu + \Delta \nu} B d\nu$

(4) el brillo total en el ancho de banda espectral comprendido entre ν y $\nu + d\nu$.

donde $W = \iint_{\Omega} A B' \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$ (5)

donde $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$

(4)

2) POTENCIA ESPECTRAL (dW):

POTENCIA POR UNIDAD DE ANCHO DE BANDA:

$$dW = B \cos \theta d\Omega dA$$

$$dW = AB \cos \theta d\Omega$$

$$W = A \int B \cos \theta d\Omega$$

Por cierto \blacktriangleright $W = \int_{\nu}^{\nu+\Delta\nu} w d\nu = W_{\text{promedio}} \Delta\nu$

donde $\Delta\nu$ es el ancho de banda espectral

W_{promedio} es la potencia promedio por unidad de ancho de banda.

4) DISTRIBUCION ESPACIAL DEL BRILLO:

EN GENERAL SE TIENE QUE EL BRILLO ES FUNCION DE LA DIRECCION A LA QUE SE APUNTA, ES

$B = B(\theta, \phi)$ ENTONCES (8) NOS QUEDA

$$W = A \int B(\theta, \phi) \cos \theta d\Omega$$

SIN EMBARGO EN UNA SITUACION REAL SE TENDRA UNA ANTENA QUE PRESENTE UN AREA EFECTIVA, A , Y UN

(5)

PATRÓN DE RADIACIÓN DADO POR $P_n(\theta, \phi)$.

ESTE PATRÓN DE RADIACIÓN DE LA ANTENA SE OBTENDRÁ

DESPUES CUANDO TRATEMOS EL TEMA DE ANTENAS

PROPIAMENTE. SIN EMBARGO EN UNA FORMA SIMPLE

DIREMOS QUE ES EL PATRÓN ANGULAR QUE UNA

ANTENA TENDRÍA CUANDO ÉSTA ~~EMITE~~ EMITE

RADIACIÓN. ESTE PATRÓN ES EL MISMO CUANDO LA

ANTENA SE USA PARA RECIBIR EN LUGAR DE

TRANSMITIR (COMO SUCEDE CON LOS RADIO TELESCOPIOS

QUE SOLAMENTE RECIBEN). ESTE PATRÓN ES UNA MEDIDA

DE LA RESPUESTA ANGULAR DE LA ANTENA A LA

RADIACIÓN INCIDENTE.

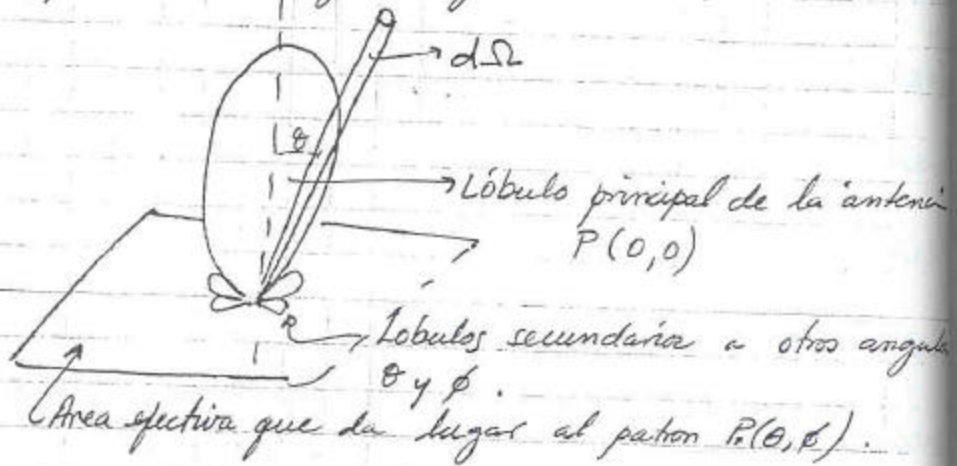
ENFONCES

$$W = \frac{1}{2} A_e \iint_{\Omega} B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega \quad (11)$$

Donde A_e es la Area efectiva que presenta la antena

(6)

con un patrón ~~de radiación~~ angular $P(\theta, \phi)$



En la expresión (11) existe un factor de $\frac{1}{2}$ el cual representa el hecho de que una antena "usualmente" solo puede medir una polarización (recuerden que el primer parámetro de Stokes nos daba $I = S_x + S_y$; o sea la suma de dos intensidades con polarización en diferentes posiciones de tal forma entonces que la expresión (11) nos da la potencia recibida por unidad de frecuencia de un ángulo sólido $d\Omega$ de una FUENTE NO POLARIZADA. Es decir la potencia

(7)

total sería $W_T = 2W$ donde W está dada por la expresión (II).

PARA UNA ANTENA QUE TENGA $P(\theta, \phi) = 1$ para todos θ y ϕ SE DICE QUE ES UNA ANTENA ISOTRÓPICA.

PARA UNA ANTENA NO ISOTRÓPICA, GENERALMENTE SE OBTIENE UN PATRON $P(\theta, \phi)$ QUE VARÍA CON LOS ANGULOS. $P_n(\theta, \phi)$ ES UNA CANTIDAD NORMALIZADA ES DECIR $P(0,0) = 1$ O EN GENERAL.

$$P_{\text{normalizada}}(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{P_{\text{max}}(0,0)} \quad (12)$$

CUANDO SE TIENE UN PATRON DEL TIPO DE LA FIGURA SE LE CONOCE COMO UN "HAZ DELGADO" (O EN INGLES "PENCIL BEAM") DIRIGIDO.

(8)

$$\Omega_A = \iint_{\Omega} P_n(\theta, \phi) d\Omega$$

Ω_A SE LE CONOCE COMO EL AREA DEL HAZ
 ó TAMBIEN SE LE CONOCE COMO EL
"ANGULO SOLIDO DEL HAZ".

$d\Omega =$ elemento de angulo sólido $\equiv \sin\theta d\theta d\phi$

Ejemplo:

Si $B(\theta, \phi) = B$ para todo θ y ϕ entonces de (1) la potencia espectral será

$$W = \frac{1}{2} A_e B \Omega_A$$

Pero si en cambio B es dependiente de los angulos y la potencia varía con la frecuencia, entonces

$$W = \frac{1}{2} A_e \int_{\nu}^{\nu+\Delta\nu} \iint_{\Omega} B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega$$

nos expresaría la potencia total recibida por una antena en una medición

(9)

Si $B(\theta, \phi)$ y $P_n(\theta, \phi)$ son uniformes con el cambio de frecuencia y

Si $B(\theta, \phi) = B$ $\iint P_n(\theta, \phi) d\Omega = \Omega_A$ entonces

$$W = \frac{1}{2} A_e B \Omega_A \Delta \nu$$

(16)

4a) FUENTES DISCRETAS, SU DENSIDAD DE FLUJO, SU BRILLANTEZ Y ALGUNAS RELACIONES ENTRE SÍ:

LAS FUENTES DISCRETAS SON AQUELLAS QUE TIENEN UN TAMAÑO DEFINIDO; ESTO EN CONTRAPOSICIÓN CON UNA FUENTE QUE NO PUDIERA DEFINIRSE LE UNA DIMENSION, SE LE DARÍA EL NOMBRE, PIENSO YO, DE FUENTE (CONTINUA) ^{DIFUSA O}. PARA ESCLARECER ESTA IDEA PENSEMOS EN LO SIGUIENTE:

1) EN REALIDAD A "CASI" TODAS LAS FUENTES UO OBJETOS EN EL UNIVERSO SE LES PUEDE ASOCIAR UNA DIMENSION;

POR EJEMPLO: EL SOL TIENE UN DIAMETRO DE APROX. 10^{11} cm

LA TIERRA ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ 10^9 cm

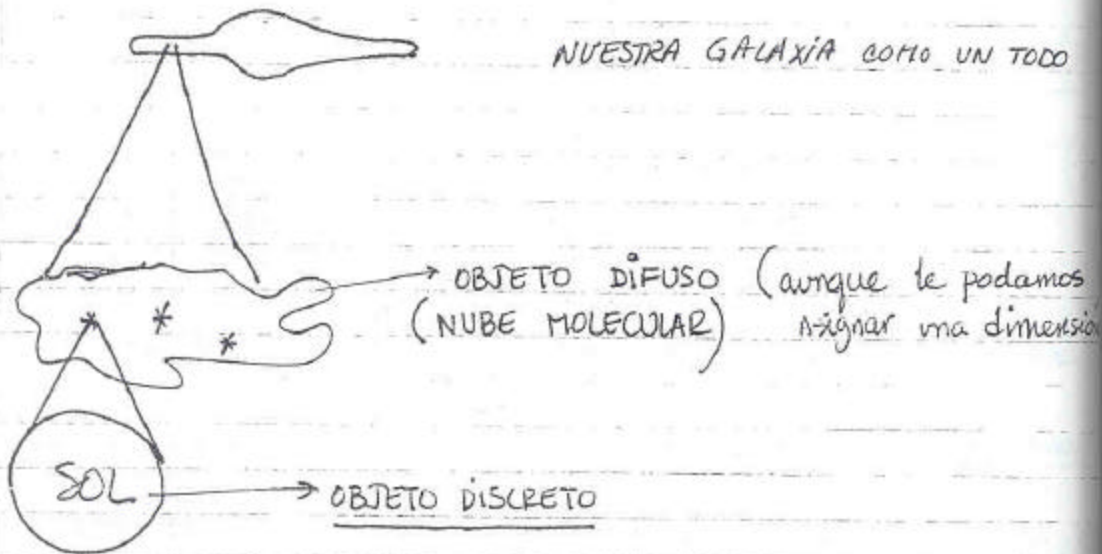
EL SISTEMA SOLAR ✓ ✓ ✓ ✓ 10^{15} cm

LA GALAXIA ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ 10^{23} cm

EL UNIVERSO ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ 10^{28} cm ?!

(10)

2) PERO ... CONSIDERANDO UN SISTEMA AISLADO, DIGAMOS NUESTRA GALAXIA; ~~HABRA~~ HABRA OBJETOS DIFUSOS Y OBJETOS DISCRETOS POR EJEMPLO:



~~HABRA~~ EN ESTE SENTIDO PODEMOS HABLAR DE TRES TIPOS DE OBJETOS DISCERNIBLES CON NUESTROS INSTRUMENTOS (DIGAMOS UN RADIO TELESCOPIO, EL CUAL TIENE UNA CAPACIDAD FINITA DE DISTINGUIR DETALLE DE LOS OBJETOS).

- A) OBJETOS PUNTUALES (en inglés POINT S)
- B) OBJETOS CUASI-PUNTUALES
- C) OBJETOS EXTENDIDOS

(II)

A) UN OBJETO PUNTUAL EN REALIDAD ES UNA IDEALIZACIÓN;
EN DADO CASO SERÍA UN OBJETO QUE SUBTENDIERA UN ÁNGULO
SÓLIDO INFINITESIMAL. EN GENERAL EN RADIO ASTRONOMÍA SE
HABLA DE UN OBJETO O FUENTE PUNTUAL CUANDO EL ÁNGULO
SÓLIDO QUE SUBTIENDE ES MUCHO, PERO MUCHO MENOR AL ÁNGULO
SÓLIDO DEL HAZ DEL RADIOTELESCOPIO ($\Omega_f \lll \Omega_{\text{HAZ}}$)
Y MAS EN PARTICULAR ESTA NOMENCLATURA SE USA
MUY COMUNMENTE CUANDO EL INSTRUMENTO ES UN
RADIO-INTERFEROMETRO YA QUE COMO VEREMOS MAS
ADELANTE EL Ω_{HAZ} PARA UN RADIO INTERFEROMETRO ES
MUY PEQUEÑO Y OBTIAMENTE SI $\Omega_f \lll \Omega_{\text{HAZ INTERF.}}$
ENTONCES SE DICE QUE EL OBJETO ES PUNTUAL.

B) OBJETO CUASI-PUNTUAL: ESTE TIPO DE OBJETO
ES AQUEL QUE SÍ TIENE DIMENSIONES FINITAS PERO
"PEQUEÑAS". $\Omega_f \approx \Omega_{\text{HAZ}}$.

C) OBJETOS EXTENDIDOS: SE LES DA ESTE NOMBRE
A LOS OBJETOS QUE OBTIAMENTE SUBTIENDEN UN ÁNGULO
SÓLIDO MAS GRANDE QUE EL HAZ DEL RADIOTELESCOPIO ($\Omega_f > \Omega_{\text{HAZ}}$)

(12)

AHORA BIEN, PARA CUALQUIER OBJETO DISCRETO,

SU DENSIDAD DE FLUJO SE DEFINE COMO

$$S_{\text{objeto}} = \iint_{\Omega_f} B(\theta, \phi) d\Omega \quad (17)$$

Ó SEA LA INTEGRAL DE SU BRILLANTEZ SOBRE TODA

LA EXTENSIÓN DEL OBJETO, ES DECIR, SOBRE SU ÁNG.

SÓLIDO. $[S] = \text{janskies} \equiv \text{watts m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$

$$[B(\theta, \phi)] = \text{watts m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{rad}^{-2}$$

$$[d\Omega] = \text{rad}^2 \quad (\text{seno } \theta \text{ d } \phi)$$

SIN EMBARGO CUANDO ESTA FUENTE SE OBSERVA CON UN

RADIO-TELESCOPIO CON UNA DISTRIBUCIÓN DE PERCEPCIÓN DE

POR $P_n(\theta, \phi)$ ENTONCES

$$S_{\text{observada}} = \iint_{\Omega_f} B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega \quad (18)$$

LA CUAL SIEMPRE SERÁ $S_{\text{observada}} \leq S_{\text{objeto}}$ YA QUE

P_n A LO MÁS SERÁ 1; (RECUERDEN QUE $P_n(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{P_{\text{max}}}$)

CON ESTO PODRIAMOS DECIR QUE $P_n(\theta, \phi)$ ES UNA FUNCIÓN "PESO". ES DECIR, LE ASIGNA UN PESO A LA BRILLANTEZ DEL

EN ESTE SENTIDO PODRIAMOS DECIR QUE EL INSTRUMENTO NO PROVEE LA VERDADERA IMAGEN DE UN OBJETO SINO QUE PROPORCIONA UN RESULTADO QUE ES LA CONVOLUCIÓN DE LA RESPUESTA DEL INSTRUMENTO ($P_n(\theta, \phi)$) CON LA VERDADERA BRILLANTEZ DEL OBJETO ($B(\theta, \phi)$); ASIGNÁNDOLE UN "PESO" A LAS DIFERENTES PARTES DEL OBJETO, EN ESPECIAL SI ESTE ES UN OBJETO EXTENDIDO.

EN LA TAREA #4 SE VERAN EJEMPLOS EN LOS CUALES UNO LLEVA A CABO ESTA INTEGRAL, POR LO MENOS EN UNA DIMENSIÓN.

POR CIERTO SE DICE QUE LA DENSIDAD DE FLUJO OBSERVADA, $S_{obs}(S_{obs} = \int_{\Omega_f} B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega)$ ES

EL RESULTADO DE LA CONVOLUCION DE DOS FUNCIONES: LA BRILLANTEZ DEL OBJETO Y LA RESPUESTA ANGULAR DE LA ANTENA

$$S_{obs}(\theta_0, \phi_0) = B(\theta, \phi) * \tilde{P}_n(\theta_0 - \theta, \phi_0 - \phi) \quad (19)$$

↑
símbolo que expresa la palabra CONVOLUCION.

(14)

LA CUAL ES LO MISMO QUE

$$S_{\text{observada}}(\theta_0, \phi_0) = B(\theta_0 - \theta, \phi_0 - \phi) * \tilde{P}_n(\theta, \phi)$$

ó simplemente $S = B * \tilde{P}$

AHORA BIEN DE (18) TENEMOS QUE CUANDO LA BRILLANTEZ DEL OBJETO ES ESENCIALMENTE CONSTANTE Y A LA VEZ ES EXTENDIDA $\Omega_{\text{obj}} \gg \Omega_{\text{HAZ}}$ ENTONCES TENDRIAMOS

$$S_{\text{observada}} = B(\theta, \phi) \iint \tilde{P}_n(\theta, \phi) d\Omega \approx B(\theta, \phi) \Omega_{\text{HAZ}}$$

DONDE $\Omega_{\text{HAZ PRINC.}} = \text{ANGULO SOLIDO DEL HAZ PRINCIPAL}$

$S_{\text{observ}} \approx B(\theta, \phi) \Omega_{\text{HAZ PRINC.}}$

DE DONDE OBTENEMOS EL RESULTADO:

$$B_{\text{observada}}(\theta, \phi) = \frac{S_{\text{observada}}}{\Omega_{\text{HAZ PRINC.}}}$$

QUE EXPRESA EL HECHO DE QUE LA BRILLANTEZ OBSERVADA ES IGUAL A LA DENSIDAD DE FLUJO OBSERVADA ENTRE EL ANGULO SÓLIDO DEL HAZ PRINCIPAL.

NOTÉSE QUE EN GENERAL

$$B_{\text{OBSERVADA}} \neq B_{\text{OBJETO}}$$

(15)

CON ESTA IDEA LA BRILLANTEZ OBSERVADA SERA IGUAL A

LA BRILLANTEZ DEL OBJETO SOLO SI EL INSTRUMENTO ES

"PERFECTO", ES DECIR; $\iint_{\Omega_f} P_n(\theta, \phi) d\Omega = \Omega_A = \Omega_{\text{HAZ PRINC}}$

ES DECIR QUE SE NECESITA UN HAZ MUY "DELGADO" DE TAL

FORMA QUE $B(\theta, \phi)$ SEA CONSTANTE SOBRE EL HAZ. ENTONCES, EN
VERAL, APLICANDO ESTAS IDEAS SE TIENE QUE:

$$B_{\text{OBSERVADA}} = \frac{\iint_{\Omega_{\text{fuente}}} B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega}{\iint_{\text{ANT}} P_n(\theta, \phi) d\Omega} = \frac{S_{\text{OBSERVADA}}}{\Omega_{\text{ANT}}}$$

POR CIERTO A $B_{\text{OBSERVADA}}$ SE LE DENOMINA:

BRILLANTEZ APARENTE

(23)

DE AQUI PODEMOS EXAMINAR VARIOS CASOS:

EN TODOS ELLOS EL ANGULO SOLIDO SUBTENDIDO POR
LA FUENTE ES MENOR QUE EL DEL HAZ DE LA
ANTENA:

1) $\Omega_{\text{fuente}} \ll \Omega_{\text{ANTENA}}$ DE TAL FORMA
QUE $S_{\text{OBSERVADA}} = S_{\text{OBJETO}}$ (VER ECUACION 1)

EN DONDE $B(\theta, \phi)$ SOBRE Ω_f ES CONSTANTE Y $P_n(\theta, \phi)$
SIEMPRE ES IGUAL A 1.)

(16)

ENTONCES PODRIAMOS CONSIDERAR OTRA DEFINICIÓN:

$$B_{\text{OBJETO PROMEDIO}} = \frac{1}{\Omega_f} \iint B(\theta, \phi) d\Omega$$

DONDE $\Omega_f = \iint_{\Omega_f} d\Omega \equiv$ ANGULO SÓLIDO DE LA FUENTE

PERO DE LA ECUACIÓN (17) $\iint B(\theta, \phi) d\Omega = S$ ENTONCES

$$B_{\text{OBJETO PROMEDIO}} = \frac{S}{\Omega_f}$$

∴ COMBINANDO (23) Y (25) TENEMOS

$$B_{\text{OBSERVADA}} = \frac{S_{\text{OBSERVADA}}}{\Omega_A} = \frac{S}{\Omega_A}$$

$$B_{\text{OBSERVADA}} = \frac{\Omega_f}{\Omega_A} B_{\text{OBJETO PROMEDIO}}$$

2) EN FORMA SIMILAR CUANDO $\Omega_f \approx \Omega_{\text{HAZ PRINCIPAL}}$

$$B_{\text{OBSERVADA}} = \frac{\Omega_{\text{HAZ PRINCIPAL}}}{\Omega_A} B_{\text{OBJETO PROMEDIO}}$$

DONDE $\Omega_{\text{HAZ PRINC}} \text{ ESTA DADO POR } \iint_{\text{HAZ PRINCIPAL}} P_n(\theta, \phi) d\Omega$

3) Si $\Omega_f > \Omega_{\text{HAZ PRINC}}$ PERO $\Omega_f < \Omega_A$

ENTONCES

$$B_{\text{OBSERVADA}} = \frac{\Omega_{\text{HAZ PRINC}} + \text{LOBULOS}}{\Omega_A} B_{\text{OBTENIDA PROMI}}$$

(28)

DONDE $\Omega_{\text{H.P.L.S.}}$ = ANGULO SOLIDO DEL HAZ PRINCIPAL Y LOBULOS SECUNDARIOS DELIMITANDO LA EXTENSION DE LA FUENTE.

$$\frac{\Omega_{\text{HAZ PRINC}}}{\Omega_A} < \frac{\Omega_{\text{H.P.L.S.}}}{\Omega_A} < 1$$

(29)

A ESTOS COCIENTES SE LES CONOCE COMO
"EFICIENCIA DEL HAZ" DE LA ANTENA

Y EN PARTICULAR

$$\frac{\Omega_{\text{HAZ PRINC}}}{\Omega_A} \equiv \text{EFICIENCIA DEL HAZ PRINCIPAL DE LA ANTENA.}$$

(18)

Y TAMBIEN TENEMOS QUE LA POTENCIA TOTAL RECIBIDA POR UN ANCHO DE BANDA $\Delta\nu$ ES

$$W = \frac{1}{2} A_e \int_{\nu}^{\nu+\Delta\nu} \iint_{\Omega_f} B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega d\nu$$

$$W = \frac{1}{2} A_e S_{\text{OBSERVADO}} \Delta\nu$$

Suponiendo que la densidad de flujo es constante en el ancho de banda $\Delta\nu$. (Esta suposición obviamente no es válida si existen líneas espectrales distribuidas dentro del ancho de banda $\Delta\nu$).

NOTA:

COMO SE PUEDE DEDUCIR, LA DENSIDAD DE FLUJO S y EL VECTOR DE POYNTING \vec{S} TIENEN LAS MISMAS UNIDADES PERO EN GENERAL NO SON IGUALES. S ES UN ESCALAR MIENTRAS QUE \vec{S} ES UN VECTOR. PARA FUENTES DONDE SU ANGULO SOLIDO SEA PEQUEÑO, LA MAGNITUD DEL VECTOR DE POYNTING $|\vec{S}|$ SERÁ IGUAL

(19)

A LA DENSIDAD DE FLUJO, S' .

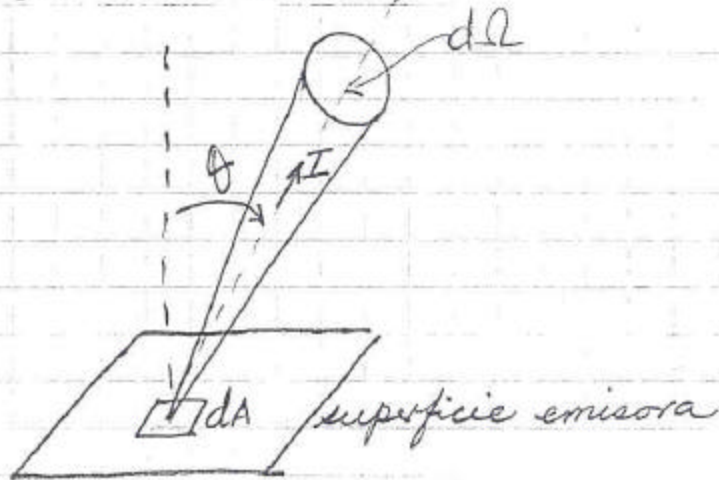
5) INTENSIDAD:

CONSIDERESE EL CASO EN EL CUAL SEA LA SUPERFICIE (ANTES RECEPTORA) LA QUE EMITA RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA

∴ LA POTENCIA ESPECTRAL QUE FLUYE DE LA SUPERFICIE SERÁ

$$dw = I \cos \theta d\Omega dA,$$

(32)



Y si la superficie emite uniformemente desde toda la superficie

$$w = A \iint I \cos \theta d\Omega$$

(33)

(20)

NOTESE QUE ESTE SERIA EL CASO DE

TRANSMISION MIENTRAS QUE SI LA SUPERFICIE

RECIBE RADIACION SERIA EL CASO DE RECEPCION

LAS DIMENSIONES y UNIDADES DE I y B
SON LAS MISMAS.

Entonces

$$I \cos \theta d\Omega dA = -B \cos \theta d\Omega dA$$

$$I = -B$$

(20)

NOTESE QUE ESTE SERIA EL CASO DE

TRANSMISION MIENTRAS QUE SI LA SUPERFICIE

RECIBE RADIACION SERIA EL CASO DE RECEPCION

LAS DIMENSIONES y UNIDADES DE I y B
SON LAS MISMAS.

Entonces

$$I \cos \theta d\Omega dA = -B \cos \theta d\Omega dA$$

$$I = -B$$

(1)

RADIO ASTRONOMÍA ()

LECCIÓN # 7

TEMA II: FUNDAMENTOS DE RADIO ASTRONOMÍA. II.
MÁS DEFINICIONES.

LECTURA RECOMENDADA:

- 1) CAPITULO 3 "RADIO ASTRONOMY" de Krauss
- 2) CAPITULO 4 "ELECTROMAGNETIC VIBRATIONS, WAVES AND RADIATION" DE G. BEKEFI y A. H. BARRETT, MIT PRESS 1977.
- 3) CAPITULO 25 "THERMAL PHYSICS" DE P. H. MORSE Benjamin/Cummings Publishing Co. 1978

TEMAS A TRATAR : 1) RADIACIÓN DE UN CUERPO NEGRO

2) LEY DE PLANCK.

3) LEY DE STEFAN-BOLTZMANN

4) LEY DE RAYLEIGH-JEANS

1) RADIACIÓN DE UN CUERPO NEGRO:

EL NOMBRE DE CUERPO NEGRO OBEDECE AL HECHO DE QUE ES UN CUERPO QUE ABSORBE PERFECTAMENTE TODA LA RADIACIÓN QUE INCIDE SOBRE ÉL. SIN EMBARGO, FUE KIRCHHOFF QUIEN SOSTUVO QUE UN CUERPO QUE ABSORBE PERFECTAMENTE ENERGÍA ELECTROMAGNÉTICA ERA UN CUERPO QUE ^{TAMBIÉN} PODÍA EMITIR ENERGÍA ELECTROMAGNÉTICA. CON ESTA DEFINICIÓN, UN CUERPO NEGRO ES AQUEL QUE ABSORBE TODA LA RADIACIÓN QUE CAE SOBRE ÉL A TODAS LAS FRECUENCIAS Y LA RADIACIÓN QUE ÉL EMITE ES SOLO FUNCIÓN DE LA TEMPERATURA Y DE LA FRECUENCIA. OBVIAMENTE NO EXISTE NINGÚN OBJETO CON TALES CARACTERÍSTICAS, ES DECIR, ES UNA IDEALIZACIÓN; SIN EMBARGO SÍ EXISTEN CUERPOS ~~DE~~ LOS CUALES SE APROXIMAN A LA DEFINICIÓN DEL CUERPO NEGRO.

PUNTO DE VISTA CLÁSICO: DIGAMOS QUE TENEMOS UN RECIPIENTE AL CUAL ES IMPOSIBLE QUE PENETRE CUALQUIER RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA Y CUYAS PAREDES INTERNAS ESTAN FORMADAS DE UN MATERIAL ALTAMENTE REFLECTANTE

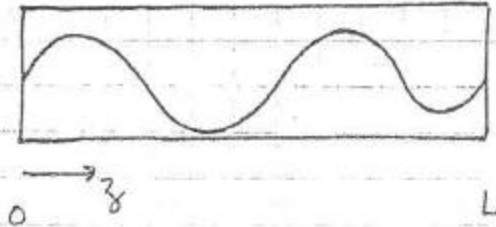
3)

SUPONGAMOS AHORA QUE DENTRO DE ESTE RECIPIENTE EXISTE UN ELECTRON QUE ESTA OSCILANDO Y POR LO TANTO RADIA ONDAS ELECTROMAGNETICAS. SI NO HUBIERA RECIPIENTE, ESTAS ONDAS ESCAPARIAN Y COMO RESULTADO EL ELECTRON TENDRIA A PERDER ENERGIA Y EVENTUALMENTE A NO RADIAR MAS.

SIN EMBARGO EL EFECTO DE LAS PAREDES REFLEJANTES DEL RECIPIENTE ES QUE "REFLEJAN" ESTAS ONDAS HASTA QUE EN UN MOMENTO DADO IMPACTAN SOBRE EL ELECTRON Y LO ACELERAN OTRA VEZ PARA RESTABLECER SU CAPACIDAD DE RADIAR O SEA QUE EL ELECTRON SE ENCUENTRA "BAÑADO" O "RODEADO" DE SU PROPIA RADIACION. LA EMISION Y ABSORCION ESTAN BIEN BALANCEADAS (LEY DE KIRCHHOFF) DE TAL FORMA QUE EL RECIPIENTE ENTERO ADQUIERE UNA TEMPERATURA CONSTANTE Y UNIFORME CUANDO SE HA ALCANZADO EL EQUILIBRIO. EL RECIPIENTE ESTA UNIFORMEMENTE PERMEADO DE LA DENSIDAD DE ENERGIA DE LA RADIACION ELECTROMAGNETICA. COMO CUANTIFICAR ESTA DENSIDAD DE ENERGIA? ES MUY FACIL; VEAMOS:

(4)

CONSIDEREMOS EL CASO MAS SENCILLO EN EL CUAL TENEMOS UNA ONDA QUE SOLO PUEDE VIJITAR EN UNA DIRECCION, DIGAMOS LA DIRECCION z . AHORA CONSIDEREMOS QUE LA ONDA REBOTA



ENTRE LAS PAREDES EN $z=0$ y $z=L$. DE TAL FORMA QUE SE FORMA UNA ONDA ESTACIONARIA. SU CAMPO ELECTRICO DIGA QUE ES $E_n(z,t) = A_n \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \cos(\omega_n t)$

DONDE $\omega_n = \frac{n\pi c}{L}$ ES LA FRECUENCIA EN EL MODO n

$E_n =$ ES EL CAMPO ELECTRICO TAMBIEN EN EL MODO n

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{L} = \frac{2n\pi}{2L} \lambda_n \nu_n \rightarrow \boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$$

LO CUAL NOS

INDICA QUE PARA TENER UNA ONDA ESTACIONARIA, L DEBE SER UN NUMERO ENTERO DE MEDIAS-LONGITUDES DE ONDA.

$$\boxed{L = n \frac{\lambda_n}{2}} \quad (4)$$

(5)

PARA CALCULAR EL ESPECTRO DE RADIACIÓN, DEBEMOS DE ENCONTRAR EL NUMERO DE MODOS, dn , DE OSCILACIÓN DENTRO DEL INTERVALO DE FRECUENCIAS $d\omega$.

$$d\eta = \frac{L}{\pi c} d\omega \quad (5)$$

SABEMOS DE TERMODINÁMICA QUE UN SISTEMA EN EQUILIBRIO TÉRMICO TIENE UNA ENERGÍA, U , IGUAL A $\frac{1}{2} kT$ POR CADA "GRADO DE LIBERTAD" O EN ESTE CASO POR CADA "MODO DE OSCILACIÓN". ($k = 1.38 \times 10^{-16}$ ergs/°K).

PROPIAMENTE HABLANDO, UN "MODO ELECTROMAGNETICO" TIENE UNA ENERGÍA IGUAL A kT ($\frac{1}{2} kT$ EN EL CAMPO ELÉCTRICO Y $\frac{1}{2} kT$ EN EL CAMPO ~~ELÉCTRICO~~ MAGNÉTICO). (ESTE METODO LO APLICARON RAYLEIGH - JEANS).

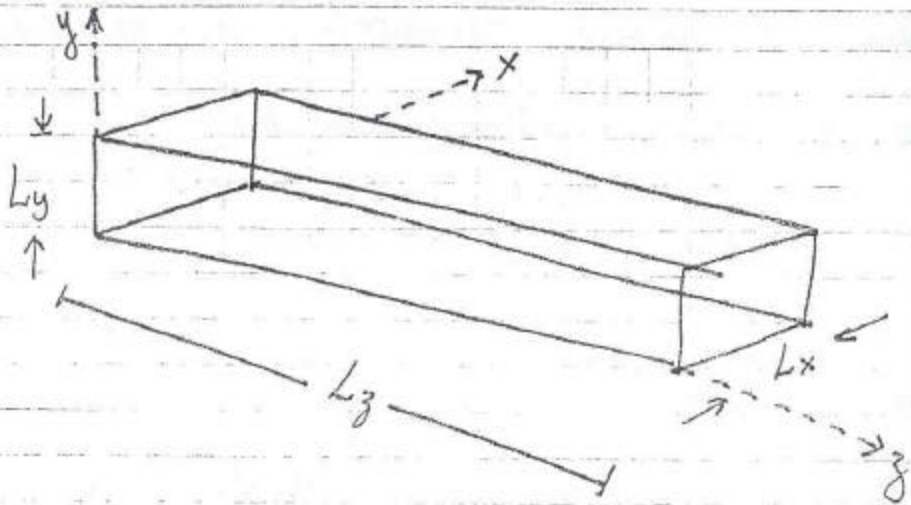
LA ENERGÍA PROMEDIO DE RADIACIÓN EN EL INTERVALO DE FRECUENCIA $d\omega$ SERÍA

$$kT \frac{L}{\pi c} d\omega \quad (6)$$

CONSIDEREMOS AHORA UNA CAVIDAD EN TRES DIMENSIONES (x, y, z) (ESTA CAVIDAD PODRÍA SER UNA GUÍA DE ONDA

(b)

CON TAPAS AL FONDO Y FRENTE

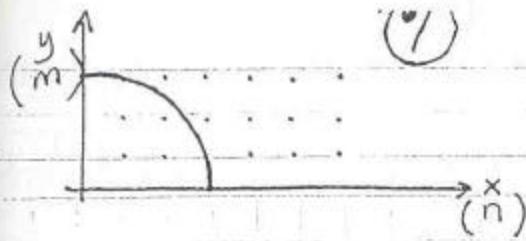


CADA MODO DE OSCILACIÓN TIENE UNA FRECUENCIA ω DETERMINADA POR LOS NUMEROS ~~DE~~ (n, m, l)



$$\frac{\omega^2}{c^2} = \pi^2 \left(\frac{n^2}{L_x^2} + \frac{m^2}{L_y^2} + \frac{l^2}{L_z^2} \right)$$

DE DONDE NECESITARIAMOS ENCONTRAR EL NUMERO TOTAL DE MODOS DE OSCILACIÓN (ONDAS ESTACIONARIAS), ES DECIR CONJUNTOS DE NUMEROS (l, n, m) CON FRECUENCIAS MENORES QUE ω . SI GRAFICARAMOS EN DOS DIMENSIONES TENDRIAMOS UN CONJUNTO DE PUNTOS UNIFORMEMENTE ESPACIADOS



LO CUAL NOS DA UNA IDEA DE QUE LAS SUPERFICIES CON FRECUENCIA CONSTANTE ω SON ELIPSOIDES CON SEMIEJES $\left(\frac{L_x \omega}{\pi c}, \frac{L_y \omega}{\pi c}, \frac{L_z \omega}{\pi c} \right)$. DE DONDE TODOS LOS PUNTOS DENTRO DE ESTA ELIPSOIDE TENDRAN UNA FRECUENCIA MENOR QUE ω . SÓLO TENEMOS QUE DIBUJAR EL PRIMERO OCTANTE DE LA ESFERA YA QUE SOLO NOS INTERESAN VALORES POSITIVOS DE (n, m, l) . SI EL RECIPIENTE TIENE MUCHOS MODOS DE OSCILACIÓN, ES DECIR, QUE EL NUMERO DE PUNTOS ES GRANDE DENTRO DEL OCTANTE, ENTONCES EL NUMERO DE PUNTOS SE APROXIMA AL VOLUMEN DEL OCTANTE

$$N \approx \frac{1}{8} \frac{4\pi}{3} \left(\frac{L_x \omega}{\pi c} \right) \left(\frac{L_y \omega}{\pi c} \right) \left(\frac{L_z \omega}{\pi c} \right) \quad ($$

$$N = \frac{\omega^3}{6\pi^2 c^3} V \quad ($$

donde $V = L_x L_y L_z \equiv$ volumen del recipiente.

(8)

EL NÚMERO DE ONDAS ESTACIONARIAS ES EN REALIDAD EL DOBLE QUE EL VALOR DADO POR LA ECUACIÓN (9) YA QUE POR CADA DIRECCIÓN DE PROPAGACIÓN HAY DOS POLARIZACIONES POSIBLES DE LA ONDA, DE TAL FORMA QUE

$$N = \frac{\omega^3}{3\pi^2 c^3} V$$

Y ENTONCES EL NUMERO DE ONDAS ESTACIONARIAS POR UN INTERVALO DE FRECUENCIA SERÍA

$$dN = \frac{\omega^2 V}{\pi^2 c^3} d\omega$$

LA DENSIDAD DE ENERGÍA DE LA RADIACIÓN DE UN CUEPO NEGRO, EN EL INTERVALO ω Y $\omega + d\omega$ ES:

$$U(\omega) d\omega = \frac{kT\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega$$

ESTA ECUACIÓN FUE ORIGINALMENTE DERIVADA POR RAYLEIGH Y JEANS

$$U(\omega) = \frac{kT\omega^2}{\pi^2 c^3}$$

(9)

VEREMOS DESPUES QUE ESTA ECUACION SOLO ES VALIDA PARA EL LIMITE $h\nu \ll kT$ O SEA PARA FRECUENCIAS BAJAS PERO DENTRO DEL RANGO DE LAS MICROONDAS.

¿QUE PASA SI UNO INTEGRA LA ECUACION (13) DESDE $\omega=0$ HASTA $\omega = \infty$? TENDRIAMOS UNA DENSIDAD DE ENERGÍA INFINITA LO CUAL INDICARIA QUE NUNCA SE ALCANZARIA EL EQUILIBRIO TERMICO. FUE PLANCK EL QUE NOTO QUE EN LUGAR DE SER kT LA ENERGÍA POR CADA MODO DE OSCILACIÓN, ERA $\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$

DE DONDE LLEGAMOS A LA YA CONOCIDA LEY DE PLANCK

$$U(\omega) d\omega = \frac{h\omega^3}{2\pi^3 c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\omega}{2\pi kT}} - 1} d\omega \quad (1)$$

$$U(\nu) = \frac{4h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (15)$$

(10)

DESARROLLO CUANTO-MECÁNICO:

LOS FOTONES SON BOSONES,
 SU POTENCIAL QUÍMICO (μ) ES CERO CUANDO SE
 ENCUENTRAN EN EQUILIBRIO TÉRMICO A UNA TEMPERATURA
 DENTRO DE UN VOLUMEN V ; LOS FOTONES ADEMÁS SIGUEN
 LA ESTADÍSTICA DE BOSE-EINSTEIN.

EL NÚMERO PROMEDIO DE FOTONES EN EL ESTADO j ES

$$\bar{n}_j = \frac{1}{e^{\epsilon_j/kT} - 1}$$

PERO EL ESTADO j ES UN ESTADO EN EL CUAL SE TIENE
 UNA FRECUENCIA $\frac{\omega_j}{2\pi}$ DONDE $\omega_j = \pi c \left(\left(\frac{m}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{m}{L_y} \right)^2 \right)$

DEBIDO A QUE UN FOTÓN DE ~~ENERGÍA~~ ^{FRECUENCIA} $\frac{\omega_j}{2\pi}$ TIENE UNA
 ENERGÍA $\hbar \omega_j = \epsilon_j$, ENTONCES (16) QUEDA

$$\bar{n}_j = \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega_j}{kT}} - 1}$$

ENTONCES DEBIDO A QUE EXISTEN $dN = \frac{V \omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}$

DIFERENTES ESTADOS DEL FOTÓN (ONDAS ESTACIONARIAS)

(11)

CON FRECUENCIAS ENTRE $\frac{\omega}{2\pi}$ Y $\frac{(\omega+d\omega)}{2\pi}$, ENTONCES

$$d\bar{n} = \frac{V}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^2 d\omega}{e^{h\omega/kT} - 1}$$

(18)

Y LA DENSIDAD DE ENERGIA PROMEDIO SERIA (EN UN RANGO DE FRECUENCIA, $d\omega$):

$$du = \frac{h\omega d\bar{n}}{V}$$

$$u(\omega)d\omega = \frac{h\omega^3 d\omega}{\pi^2 c^3 (e^{h\omega/kT} - 1)}$$

(19)

ESTA ES ENERGIA POR UNIDAD DE VOLUMEN. SI QUEREMOS LA ENERGIA QUE FLUJE O VIAJE CON EL TIEMPO A TRAVES DE UNA SUPERFICIE (SUPERFICIE QUE ABARCA EL VOLUMEN V)

TENDRIAMOS $B(\nu) = \frac{c}{4\pi} u(\nu)$

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

(20)

LEY DE PLANCK DE RADIACION DE UN CUERPO NEGRO

INTEGRANDO SOBRE TODAS LAS FRECUENCIAS SE ENCUENTRA
BRILLANTEZ TOTAL DE UN CUERPO NEGRO:

$$B = \frac{1}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{2h\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

$$B = \sigma T^4$$

LEY DE STEFAN-BOLTZMANN

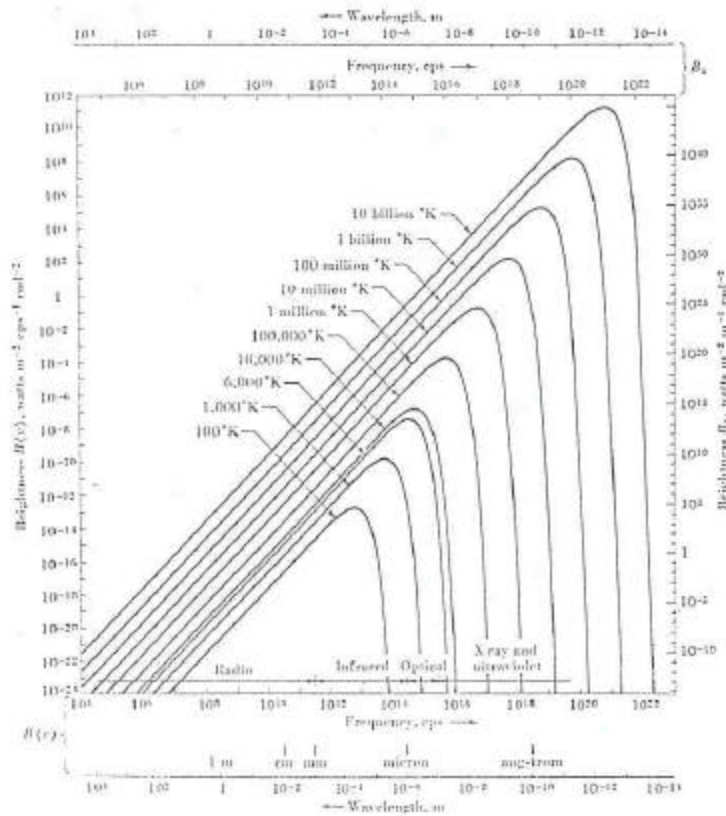


Fig. 3-14. Planck-radiation-law curves with frequency increasing to the right.

CURVAS DE LA LEY DE RADIACION DE PLANCK
CON FRECUENCIA AUMENTANDO HACIA LA DERECHA

(13)

¿QUE SUCEDE CUANDO $h\nu \ll kT$? ES DECIR EN

EL RANGO DE LAS MICRO-ONDAS DEL ESPECTRO ELECTROMAGNETA

$$e^{-\frac{h\nu}{kT}} = 1 - \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2} \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 - \dots \quad (23)$$

a primer orden $\exp(h\nu/kT) = 1 - h\nu/kT \quad (24)$

SUSTITUYENDO (24) EN (20) TENEMOS:

$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{h\nu}{kT} - 1\right)} \quad (25)$$

$$B(\nu) = \frac{2kT\nu^2}{c^2} \quad (26)$$

LEY DE RAYLEIGH-JEANS

VALIDA SOLAMENTE EN EL RANGO DE FRECUENCIAS DE RADIO CON LONGITUDES DE ONDA CENTIMÉTRICAS.

ESTE RESULTADO, EC. (26), ESTA IMPLICITO EN EL DESARROLLO CLASICO DE RAYLEIGH-JEANS DE LA RADIACIÓN DE UN CUERPO NEGRO. VEASE ECUACIÓN (13) LA CUAL NOS

DICE $U(\omega) = \frac{kT\omega^2}{\pi^2 c^3}$, ES LA DENSIDAD DE

(17)

ENERGÍA. $U(\omega) = 2\pi U(\nu)$ y $B(\nu) = \frac{c}{4\pi} U(\nu)$

ENTONCES

$$B(\nu) = \frac{2kT}{\lambda^2}$$

LEY DE RAYLEIGH-JEANS

COMO HABIAMOS MENCIONADO ANTES, MUCHOS OBJETOS A TEMPERATURAS ELEVADAS TIENEN UNA EMISIÓN PARECIDA O APROXIMADA A LA DE UN CUERPO NEGRO IDEAL.

ALGUNOS EJEMPLOS SERÍAN: EL INTERIOR DE UN HORNO DE FUNDICIÓN, LA SUPERFICIE DEL SOL, ETC. DE HECHO EL UNIVERSO ENTERO PARECE ESTAR DENTRO DE UN "BAÑO" DE RADIACIÓN DÉBIL A LA CUAL SE LE CONOCE COMO RADIACIÓN DE FONDO; LO CUAL NOS DICE QUE ESTAMOS DENTRO DE UN CUERPO NEGRO GIGANTE CON UNA TEMPERATURA DE APROX. 3°K.

ESTE RESULTADO FUE OBSERVADO EN 1965 POR A.A. PENZIAS Y R.W. WILSON Y ES UNO DE LOS MAS IMPORTANTES EN EL CAMPO DE LA COSMOLOGÍA. POR CIERTO PENZIAS Y WILSON RECIBIERON EL PREMIO

(15)

NOBEL POR HABER OBTENIDO ESTE RESULTADO.

SE SUGIERE QUE EL UNIVERSO ~~ERA~~ ESTABA EN UN PRINCIPIO

A UNA TEMPERATURA MUY ALTA Y CON UNAS DIMENSIONES

MUY PEQUEÑAS. EN ESTOS MOMENTOS LA DENSIDAD DE

ENERGÍA ERA MUY ALTA PERO AL EXPANDERSE,

BAJA SU TEMPERATURA Y AHORA SOMOS TESTIGOS DE

UNA DENSIDAD DE ENERGÍA CON UNA TEMPERATURA DE

$\sim 3^{\circ}\text{K}$. LOS PUNTOS OBTENIDOS SE AJUSTAN A UNA

CURVA DE CUERPO NEGRO DE $\sim 2.8^{\circ}\text{K}$.

16

A MEASUREMENT OF EXCESS ANTENNA TEMPERATURE AT 4080 Mc/s

Measurements of the effective zenith noise temperature of the 20-foot horn-reflector antenna (Crawford, Hogg, and Hunt 1961) at the Crawford Hill Laboratory, Holmdel, New Jersey, at 4080 Mc/s have yielded a value about 3.5° K higher than expected. This excess temperature is, within the limits of our observations, isotropic, unpolarized, and

420

LETTERS TO THE EDITOR

Vol. 112

free from seasonal variations (July, 1964-April, 1965). A possible explanation for the observed excess noise temperature is the one given by Dicke, Peebles, Roll, and Wilkinson (1965) in a companion letter in this issue.

The total antenna temperature measured at the zenith is 6.7° K of which 2.3° K is due to atmospheric absorption. The calculated contribution due to ohmic losses in the antenna and back-lobe response is 0.9° K.

The radiometer used in this investigation has been described elsewhere (Penzias and Wilson 1965). It employs a traveling-wave mixer, a low-loss (0.027-dB) comparison switch, and a liquid helium-cooled reference termination (Penzias 1965). Measurements were made by switching manually between the antenna input and the reference termination. The antenna, reference termination, and radiometer were well matched so that a round-trip return loss of more than 55 db existed throughout the measurement; thus errors in the measurement of the effective temperature due to impedance mismatch can be neglected. The estimated error in the measured value of the total antenna temperature is 0.3° K and comes largely from uncertainty in the absolute calibration of the reference termination.

The contribution to the antenna temperature due to atmospheric absorption was obtained by recording the variation in antenna temperature with elevation angle and employing the secant law. The result, $2.3 \pm 0.3^\circ \text{K}$, is in good agreement with published values (Hogg 1959; DeGrasse, Hogg, Ohm, and Scovil 1959; Ohm 1961).

The contribution to the antenna temperature from ohmic losses is computed to be $0.8 \pm 0.1^\circ \text{K}$. In this calculation we have divided the antenna into three parts: (1) two non-uniform tapers approximately 1 m in total length which transform between the 2½-inch round output waveguide and the 6-inch-square antenna throat opening; (2) a double-choke rotary joint located between these two tapers; (3) the antenna itself. Care was taken to clean and align joints between these parts so that they would not significantly increase the loss in the structure. Appropriate tests were made for leakage and loss in the rotary joint with negative results.

The possibility of losses in the antenna horn due to imperfections in its seams was eliminated by means of a taping test. Taping all the seams in the section near the throat and most of the others with aluminium tape caused no observable change in antenna temperature.

The backlobe response to ground radiation is taken to be less than 0.1°K for two reasons: (1) Measurements of the response of the antenna to a small transmitter located on the ground in its vicinity indicate that the average back-lobe level is more than 30 db below isotropic response. The horn-reflector antenna was pointed to the zenith for these measurements, and complete rotations in azimuth were made with the transmitter in each of ten locations using horizontal and vertical transmitted polarization from each position. (2) Measurements on smaller horn-reflector antennas at these laboratories, using pulsed measuring sets on flat antenna ranges, have consistently shown a back-lobe level of 30 db below isotropic response. Our larger antenna would be expected to have an even lower back-lobe level.

From a combination of the above, we compute the remaining unaccounted-for antenna temperature to be $3.5 \pm 1.0^\circ \text{K}$ at 4080 Mc/s. In connection with this result it should be noted that DeGrasse *et al.* (1959) and Ohm (1961) give total system temperatures at 5650 Mc/s and 2390 Mc/s, respectively. From these it is possible to infer upper limits to the background temperatures at these frequencies. These limits are, in both cases, of the same general magnitude as our value.

We are grateful to R. H. Dicke and his associates for fruitful discussions of their results prior to publication. We also wish to acknowledge with thanks the useful comments and advice of A. B. Crawford, D. C. Hogg, and E. A. Ohm in connection with the problems associated with this measurement.

Note added in proof.—The highest frequency at which the background temperature of the sky had been measured previously was 404 Mc/s (Pauliny-Toth and Shakeshaft 1962), where a minimum temperature of 4.6°K was observed. Combining this value with our result, we find that the average spectrum of the background radiation over this frequency range can be no steeper than $\lambda^{0.7}$. This clearly eliminates the possibility that the radiation we observe is due to radio sources of types known to exist, since in this event, the spectrum would have to be very much steeper.

A. A. PENZIAS
R. W. WILSON

May 13, 1965

BELL TELEPHONE LABORATORIES, INC.
CRAWFORD HILL, HOLMDDEL, NEW JERSEY

REFERENCES

- Crawford, A. B., Hogg, D. C., and Hunt, L. E. 1961, *Bell System Tech. J.*, 40, 1095.
DeGrasse, R. W., Hogg, D. C., Ohm, E. A., and Scovil, H. E. D. 1959, "Ultra-low Noise Receiving System for Satellite or Space Communication," *Proceedings of the National Electronics Conference*, 15, 370.
Dicke, R. H., Peebles, P. J. E., Roll, P. G., and Wilkinson, D. T. 1965, *A. J.*, 142, 414.
Hogg, D. C. 1959, *J. Appl. Phys.*, 30, 1417.
Ohm, E. A. 1961, *Bell System Tech. J.*, 40, 1065.
Pauliny-Toth, I. I. K., and Shakeshaft, J. R. 1962, *M.N.*, 124, 61.
Penzias, A. A. 1965, *Rev. Sci. Instr.*, 36, 68.
Penzias, A. A., and Wilson, R. W. 1965, *A. J.* (in press).

RADIO ASTRONOMIA (0979)

7

LECCION #8 y 9.

TEMA II: FUNDAMENTOS DE RADIO ASTRONOMIA III.
MUCHAS MAS DEFINICIONES !!

LECTURA RECOMENDADA:

- 1) CAPÍTULO 3 "RADIO ASTRONOMY" DE KRAUSS
- 2) CAPÍTULO 1 "RADIATIVE PROCESSES IN ASTROPHYSICS" DE G. B. RYBICKI y A. P. LIGHTMAN John Wiley & Sons 1979. (ESTA EN LA BIBLIOTECA).

TEMAS A TRATAR: DENSIDAD

- 1) FLUJO DE FUENTES DISCRETAS Y SUS LEY.
- 2) ABSORCIÓN Y EMISIÓN DE ENERGÍA ELECTROMAGNÉTICA:
- 3) ECUACIÓN DE TRANSFERENCIA
- 4) LEY DE KIRCHHOFF
- 5) TEMPERATURA DE ANTENA
- 6) TEMPERATURAS Y DENSIDAD DE FLUJO MÍNIMAS DETECTABLES.

1) DENSIDAD DE FLUJO DE FUENTES DISCRETAS: SUS LEYES

HABIAMOS MENCIONADO EN LAS CLASES ANTERIORES LAS LEYES QUE EXPRESABAN LA EMISIÓN DE UN CUERPO NEGRO

$$\text{LEY DE RADIACIÓN DE PLANCK } B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} (e^{h\nu/kT} - 1)^{-1}$$

$$\text{LEY DE WIEN } B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}$$

LEY DE RALEIGH-JEANS $B_\nu(T) = \frac{2kT\nu^2}{c^2}$

Y TAMBIEN SE HABIA MENCIONADO QUE LA DENSIDAD DE FLUJO ESTABA DADA POR

$$S_{\text{OBJETO}} = \iint_{\Omega_{\text{OBJETO}}} B(\theta, \phi) d\Omega$$

SI SUPONEMOS QUE LA BRILLANTEZ ES CONSTANTE SOBRE EXTENSION DEL OBJETO, ENTONCES

$$S_{\text{OBJETO}} = B(T) \Omega_f$$

Y POR LO TANTO TENDREMOS LAS LEYES SIGUIENTES PARA LA DENSIDAD DE FLUJO DE UN OBJETO QUE SUBTIENDE UN ANGULO SOLIDO Ω_f .

LEY DE PLANCK

$$S_{\text{OBJETO}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{\Omega_f}{(e^{h\nu/kT} - 1)}$$

LEY DE WIEN

$$S_{\text{OBJETO}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}$$

~~LEY DE STEFAN-BOLTZMANN~~

LEY DE RALEIGH-JEANS

$$S_{\text{OBJETO}} = \frac{2kT\nu^2}{c^2} \Omega_f$$

OBVIAMENTE SI LA TEMPERATURA ^{NO} ES CONSTANTE SOBRE EL OBJETO, ENTONCES SE DEBE DE HACER LA INTEGRAL, POR EJEMPLO

LEY DE RALEIGH-JEANS

$$S_{\text{OBJETO}} = \frac{2k}{\lambda^2} \iint_{\Omega_f} T(\theta, \phi)$$

ABSORCIÓN Y EMISIÓN DE ENERGÍA ELECTROMAGNÉTICA:

a) ABSORCIÓN: ESTE CONCEPTO INTRODUCE LA IDEA DE QUE DADA UNA CIERTA INTENSIDAD INICIAL QUE ATRAVIESA UN MEDIO QUE "ABSORBE" ENERGÍA LA INTENSIDAD DESPUÉS DE UNA CIERTA DISTANCIA ~~de~~ SE VERA ATENUADA POR UN FACTOR ~~de~~ dI .

EN TÉRMINOS DE LA DENSIDAD DE FLUJO

$$dS = -S \alpha dx, \quad (10)$$

DE DONDE $S = S_0 e^{-\alpha x}$

DONDE $\alpha =$ CONSTANTE DE ATENUACIÓN LA CUAL PUEDE EXPRESARSE COMO

$$\alpha = k \rho \quad (11)$$

DONDE $k =$ COEFICIENTE DE ABSORCIÓN cm^2/gm

$\rho =$ DENSIDAD gm/cm^3

$$\tau = \alpha x \equiv \text{ESPESOR OPTICO} = \int_0^x k \rho dx, \quad (12)$$

b) EMISIÓN:

$$dW = j \rho dV \quad (13)$$

$j =$ COEFICIENTE DE EMISIÓN $\left(\frac{\text{ergs}}{\text{seg}} \frac{\text{Hz}^{-1}}{\text{gm}} \right)$

$dW =$ POTENCIA ESPECTRAL DEL OBJETO QUE ~~CONTIENE~~ TIENE UN VOLUMEN dV .

$dV =$ ELEMENTO DE VOLUMEN

ABSORCIÓN Y EMISIÓN DE ENERGÍA ELECTROMAGNÉTICA:

a) ABSORCIÓN: ESTE CONCEPTO INTRODUCE LA IDEA DE QUE DADA UNA CIERTA INTENSIDAD INICIAL QUE ATRAVIESA UN MEDIO QUE "ABSORBE" ENERGÍA LA INTENSIDAD DESPUÉS DE UNA CIERTA DISTANCIA ~~de~~ SE VERA ATENUADA POR UN FACTOR ~~de~~ dI .

EN TÉRMINOS DE LA DENSIDAD DE FLUJO

$$dS = -S \alpha dx, \quad (10)$$

DE DONDE $S = S_0 e^{-\alpha x}$

DONDE $\alpha =$ CONSTANTE DE ATENUACIÓN LA CUAL PUEDE EXPRESARSE COMO

$$\alpha = k \rho \quad (11)$$

DONDE $k =$ COEFICIENTE DE ABSORCIÓN cm^2/gm

$$\rho = \text{DENSIDAD } \text{gm}/\text{cm}^3$$

$$\tau = \alpha x \equiv \text{ESPESOR OPTICO} = \int_0^x k \rho dx, \quad (12)$$

b) EMISIÓN:

$$dW = j \rho dV \quad (13)$$

$j =$ COEFICIENTE DE EMISIÓN $\left(\frac{\text{ergs}}{\text{seg}} \frac{\text{Hz}^{-1}}{\text{gm}} \right)$

$dW =$ POTENCIA ESPECTRAL DEL OBJETO QUE ~~CONTIENE~~ TIENE UN VOLUMEN dV .

$dV =$ ELEMENTO DE VOLUMEN



$$dS = \frac{dw}{4\pi r^2}$$

EXPRESA LA DENSIDAD DE FLUJO OBSERVADA A UNA DISTANCIA r DEL OBJETO

$$dS = \frac{j_e dv}{4\pi r^2}$$

NÓTESE LA DEPENDENCIA INVERSA DE LA DISTANCIA AL CUADRADO.

EN CAMBIO LA BRILLANTEZ DEL OBJETO ES

$$dB = \frac{dS}{d\Omega} = \frac{j_e dv}{4\pi r^2 d\Omega} = \frac{j_e r^2 dr d\Omega}{4\pi r^2 d\Omega}$$

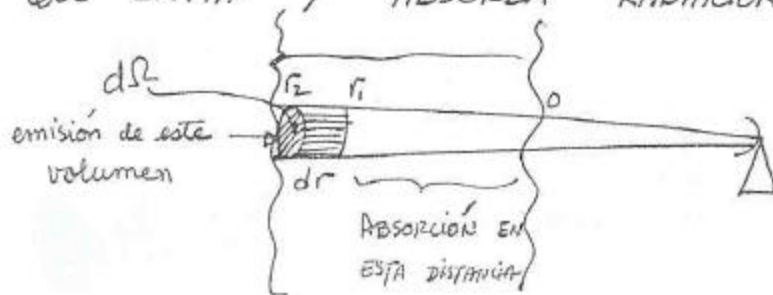
$$dB = \frac{j_e dr}{4\pi}$$

DONDE PARA UN RANGO DE r DES DE r_1 A r_2 SE TENDRÍA

$$B = \frac{1}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} j_e dr$$

NÓTESE QUE LA BRILLANTEZ NO DEPENDE DE LA DISTANCIA DEL OBJETO AL OBSERVADOR !!

CONSIDERESE AHORA EL CASO DE TENER UN OBJETO QUE EMITA Y ABSORBA RADIACIÓN, ES DECIR,



$$dB = \frac{j}{4\pi} \rho dr e^{-\int_0^r k \rho d\xi}$$

(18)

EXPRESA EL HECHO QUE LA EMISIÓN DE UN VOLUMEN dV ES ATENUADA POR EL MATERIAL DESDE LA ORILLA DEL OBJETO HASTA LA DISTANCIA r .

Si AHORA INTEGRAMOS SOBRE TODA LA EXTENSION DEL OBJETO ES DECIR DE 0 A r_2 TENEMOS

$$B = \frac{j}{4\pi k} \int_0^{r_2} e^{-\tau} k \rho d\xi$$

(19)

DONDE $\tau = \int_0^r k \rho d\xi$

$$\therefore B = \int_0^{\tau_0} \frac{j}{4\pi k} e^{-\tau} d\tau$$

$$B = \frac{j}{4\pi k} (1 - e^{-\tau_0})$$

(20)

DONDE $\tau_0 =$ ESPESOR OPTICO DE TODA LA NUBE.

$$[j] = \frac{\text{ergs}}{\text{seg}} \frac{1}{\text{gm}} \frac{1}{\text{Hz}}$$

$$[B] = \frac{\text{ergs}}{\text{seg}} \frac{1}{\text{cm}^2} \frac{1}{\text{Hz}} \frac{1}{\text{rad}^2}$$

$$[\rho] = \text{gm/cm}^3$$

$$[\tau] = \underline{\underline{\text{SIN UNIDADES}}}$$

$$[k] = \frac{\text{cm}^2}{\text{gm}}$$

Si $\tau_c \gg 1$ ENTONCES $B \rightarrow B_i \equiv \frac{j}{4\pi K}$ LA CUAL

EXPRESA LA BRILLANTEZ INTRINSECA DEL OBJETO
ENTONCES LA EXPRESION (20) SE ESCRIBIRIA

$$B = B_i (1 - e^{-\tau_c})$$

DONDE B = LA BRILLANTEZ OBSERVADA DEL OBJETO
 B_i = ✓ ✓ INTRINSECA ✓ ✓
 τ_c = ESPESOR OPTICO DEL OBJETO.

EN SU TAREA DEMOSTRARAN QUE PARA $h\nu/kT \ll 1$

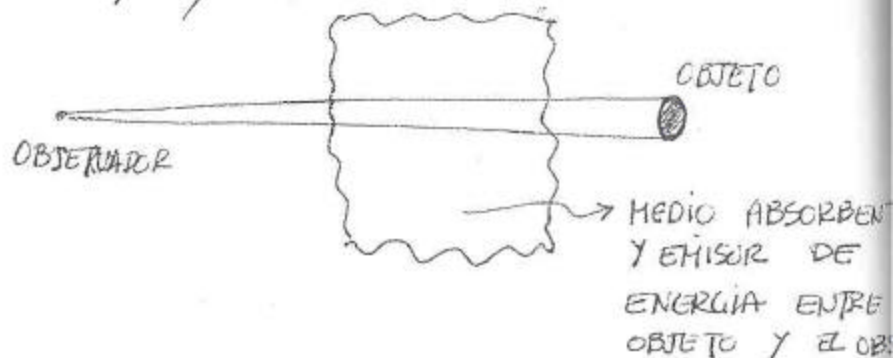
$$T_B = T_c (1 - e^{-\tau_c})$$

DONDE T_B = TEMPERATURA OBSERVADA O TAMBIEN
LLAMADA
TEMPERATURA DE BRILLO

T_c = TEMPERATURA ACTUAL DEL OBJETO
 τ_c = ESPESOR OPTICO

3) ECUACION DE TRANSFERENCIA.

EN GENERAL LA VIDA
ES TAN FACIL COMO PARECE Y LO QUE OBSERVAMOS EN
GENERAL ES UNA MEZCLA DE LA EMISION DE UN OBJETO
LA ABSORCION DE RADIACION POR PARTE DEL MEDIO QUE ESTÁ
ENTRE EL OBJETO Y NOSOTROS ES DECIR



(7)

$$dB = -B k_g dr + \frac{j_e}{4\pi} dr$$

(a)

$$\frac{dB}{dr} = -B k_g + \frac{j_e}{4\pi}$$

 ECUACION
DE
TRANSFERENCIA (c)

 o como $d\tau = k_g dr$

$$dB = -B d\tau + \frac{j}{4\pi k} d\tau$$

(24)

 pero $\frac{j}{4\pi k} = B_i$ LA INTENSIDAD INTRINSECA DEL MATERIAL INTERMEDIO

$$B = B_f e^{-\tau_c} + B_i (1 - e^{-\tau_c})$$

(25)

 DONDE $B_f =$ BRILLANTEZ DEL OBJETO O FUENTE EMISOR DE RADIACION

 $B =$ BRILLANTEZ OBSERVADA

 Y PARA $h\nu/kT \ll 1$

$$T_B = T_f e^{-\tau_c} + T_c (1 - e^{-\tau_c})$$

(26)

 DONDE $T_B =$ TEMPERATURA DE BRILLO OBSERVADA

 $T_f =$ ✓ INTRINSECA DEL OBJETO

 $T_c =$ ✓ ✓ DEL MATERIAL INTERMEDIO

(8)

DE LA EXPRESIÓN (26) PODEMOS OBTENER IMPORTANTES RESULTADOS QUE DESPUES EXPLOTAREMOS CUANDO VEA LAS APLICACIONES RADIO-ASTRONOMICAS:

CASO 1) $\tau_c = 0$ ~~■~~

$$\Rightarrow \boxed{T_B = T_f}$$

(27)

ESTE CASO NOS INDICA QUE NO HAY ABSORCIÓN POR PARTE DEL MEDIO INTERMEDIO, ES DECIR, ES COMPLETAMENTE ~~■~~ TRANSPARENTE A LA RADIACIÓN DEL OBJETO QUE FÍSICAMENTE ESTÁ DETRAS DE ÉL.

\Rightarrow LA TEMPERATURA OBSERVADA CORRESPONDE A LA TEMPERATURA INTRÍNSECA DEL OBJETO

CASO 2) $\tau_c \gg 1$

$$\Rightarrow \boxed{T_B = T_c}$$

SE DICE QUE QUE EL MATERIAL ABSORBE TANTA RADIACIÓN QUE LA TEMPERATURA OBSERVADA ES LA TEMPERATURA DE ~~■~~ MATERIAL INTERMEDIO. ESTE CASO ES GENERALMENTE DENOMINADO ÓPTICAMENTE GRUESO

CASO 3) $\tau_c \ll 1$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} T_B &= T_c \tau_c + T_f (1 - \tau_c) \\ T_B &= T_f + (T_c - T_f) \tau_c \end{aligned}}$$

ESTE CASO ($\tau_c < 1$) SE DENOMINA OPTICAMENTE DELGADO Y LA TEMPERATURA OBSERVADA CORRESPONDE A UNA COMBINACIÓN DE LAS TEMPERATURAS DEL OBJETO FUENTE Y EL MATERIAL INTERMEDIO.

4) LEY DE KIRCHHOFF:

QUE CUANDO $\boxed{dB=0}$

NOS DICE MATEMÁTICAMENTE

$$\boxed{B_{\text{OBJETO}} = B_i}$$

$$dB = -B k_g dr + \frac{j}{k_{\text{eff}}} k_g dr = 0$$

ABSORCIÓN ES IGUAL A LA EMISIÓN.

(30)

$$\boxed{B_{\text{OBJETO}} = B_{\text{intermedia}} \text{ del medio intermedio}}$$

ESTE CASO NOS DICE QUE LA BRILIANTEZ DE UN OBJETO ES EXACTAMENTE LA BRILIANTEZ DEL MEDIO INTERMEDIO CUANDO EXISTE EQUILIBRIO TERMODINÁMICO A UNA TEMPERATURA T . EN OTRAS PALABRAS:

UN OBJETO BUEN EMISOR ES POR LO TANTO UN OBJETO BUEN ABSORBEDOR

5) TEMPERATURA DE ANTENA:

ESTE CONCEPTO NO TIENE NADA QUE VER CON LA TEMPERATURA FÍSICA DE UNA ANTENA.



SI TENEMOS UNA RESISTENCIA A UNA TEMPERATURA T , SU EMISIÓN ESPECTRAL SERÁ

$$\boxed{W = kT}$$

(31)

$$[W] = \frac{\text{ergs}}{\text{seg}} \frac{1}{\text{Hz}} \quad \text{POTENCIA POR UNIDAD DE ANCHO DE BANDA}$$

$$[k] = \frac{\text{ergs}}{\text{ok}} \quad \text{CONSTANTE DE BOLTZMANN}$$

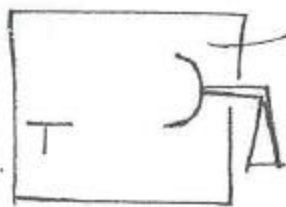
$$[T] = \text{ok} \quad \text{TEMPERATURA ABSOLUTA}$$

LA POTENCIA ESPECTRAL OBSERVADA CON UNA ANTENA SERA

$$W = \frac{1}{2} A_e \iint B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega$$

LA CUAL PARA UN CASO EN EL CUAL LA BRILLANTEZ ES UNIFORME SOBRE EL HAZ DE LA ANTENA $P_n \propto \Omega_A$ SE TIENE

$$B(\theta, \phi) = B_{\text{constante}} = \frac{2kT}{\lambda^2}$$



ESTRUCTURA A UNA TEMPERATURA T ES DECIR UNA ESTRUCTURA DE CUERPO NEGRO.

CUANDO ESTA ESTRUCTURA SE ENCUENTRA EN EQUILIBRIO CON LA ANTENA A UNA TEMPERATURA T ENTONCES LA ANTENA RADIARA O ABSORBERA UNA POTENCIA ESPECTRAL $W = kT$.

DE LAS EXPRESIONES (33) y (32)

$$W = \frac{kT}{\lambda^2} A_e \Omega_A \quad (34)$$

PERO COMO VEREMOS MAS ADELANTE $A_e \Omega_A = \lambda^2$ ENTONCES

$$W = kT \quad (35)$$

ES IMPORTANTE SEÑALAR QUE AUNQUE LA TEMPERATURA FÍSICA DE LA ANTENA ES TAMBIEN T , ÉSTA NO DETERMINA LA TEMPERATURA DE SU RADIACIÓN. ESTA TEMPERATURA QUEDA DETERMINADA POR LA REGION EMISORA QUE LA ANTENA ES CAPAZ DE DETECTAR CON SU PATRON ANGULAR.

ES ESTA TEMPERATURA QUE RECIBE EL NOMBRE DE TEMPERATURA DE ANTENA.

$$\text{Así } W = \frac{1}{2} A_e \iint B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega = k T_A \quad (3)$$

PERO HABIAMOS DICHO QUE LA DENSIDAD DE FLUJO OBSERVADA

$$S_{\text{OBSERVADA}} = \iint B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega \quad (3)$$

$$\therefore \boxed{S_{\text{OBSERVADA}} = \frac{2 k T_A}{A_e}} \quad (38)$$

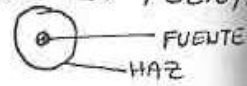
$S_{\text{OBSERVADA}}$ = DENSIDAD DE FLUJO OBSERVADA ($\frac{\text{ergs}}{\text{seg}} \frac{1}{\text{cm}^2} \text{Hz}$)
 A_e = AREA EFECTIVA DE LA ANTENA (cm^2)
 k = CONSTANTE DE BOLZMANN ($\text{ergs } ^\circ\text{K}^{-1}$)
 T_A = TEMPERATURA DE ANTENA DEBIDA A LA FUENTE ($^\circ\text{K}$)

SI UNO EXPRESA $B(\theta, \phi)$ CON LA LEY DE RAYLEIGH-JEANS:

$$B(\theta, \phi) = \frac{2 k T_F \nu^2}{c^2} \therefore \boxed{T_A = \frac{A_e}{\lambda^2} \iint T_F(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega} \quad (39)$$

(12)

a) Si EL HAZ ES MUCHO MAS GRANDE QUE LA FUENTE
 $P_n \approx 1$

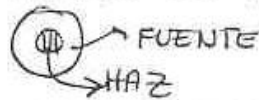


$$T_A = \frac{1}{\Omega_A} \iint T_f(\theta, \phi) d\Omega$$

$$T_A = \frac{T_{\text{promedio}} \Omega_{\text{fuente}}}{\Omega_A}$$

T_A = TEMPERATURA DE ANTENA DEBIDO A LA FUENTE
 T_{prom} = TEMPERATURA PROMEDIO DE LA FUENTE SOBRE EL ANGULO SOLIDO Ω_{FUENTE}
 Ω_A = ANGULO SOLIDO TOTAL DE LA ANTENA

b) POR OTRO CADO SI LA FUENTE ES MUCHO MAS GRANDE QUE ~~EL~~ EL HAZ



$$T_A = \frac{T_{\text{const}}}{\Omega_A} \iint_{\Omega_f} P_n(\theta, \phi) d\Omega$$

6) TEMPERATURA Y DENSIDAD DE FLUJOS MÍNIMAS DETECT

PARA TOCAR ESTE TÓPICO UNO DEBE HACER REFERENCIA AL HECHO DE QUE UNO ESTA "TOMANDO" MUESTRAS YA DEL FLUJO o DE LA TEMPERATURA DEBIDAS AL OBJETO CADA DETERMINADO TIEMPO

(13)

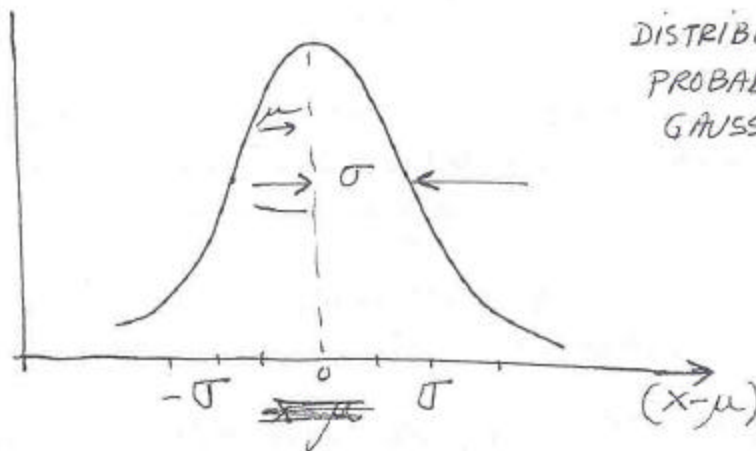
COMO RECORDARAN DE SU CURSO DE PROBABILIDAD Y ESTADISTICA, PARA UNA SERIE DE N OBSERVACIONES, EL VALOR MAS PROBABLE DEL VALOR PROMEDIO DE UNA DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD SERA EL VALOR PROMEDIO OBSERVADO DE LAS "OBSERVACIONES".

ESTO ES, ES IMPOSIBLE TENER UN NUMERO INFINITO DE PUNTOS QUE NOS DIERAN LA CURVA QUE NOS INDICARA LA ~~DISTRIBUCION~~ DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD PARA PREDECIRNOS EL VALOR EN OTRA OBSERVACION. ES ENTONCES QUE

UNO SUPONE QUE EXISTE UNA CURVA DADA PARA REPRESENTAR TAL DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD.



Por ejemplo



DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD GAUSSIANA

$$P(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right]$$

(43)

DONDE μ ES EL VALOR MEDIO QUE DESCRIBE ESTA PROBABILIDAD.

(14)

ENTONCES $\mu = \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$

Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR σ ES $\sqrt{\sigma^2}$ Y σ^2

DEFINIDO

$$\sigma^2 \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum (x_i - \mu)^2 \right]$$

$$\equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum (x_i^2 - 2x_i\mu + \mu^2) \right]$$

pero $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 2x_i\mu = 2\mu \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 2\mu^2$

$\sigma^2 \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum x_i^2 \right] - \mu^2$	VARIANZA
---	----------

σ^2 ESTA DEFINIDA COMO EL LIMITE DEL PROMEDIO DE LAS DESVIACIONES AL CUADRADO DEL VALOR PROMEDIO μ . (DONDE LA DESVIACIÓN SERÍA $d_i = x_i - \mu$)

AHORA BIEN LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR, σ , ES LA RAÍZ CUADRADA DE LA VARIANZA.

\Rightarrow ENTONCES σ ES LA RAÍZ CUADRADA DEL VALOR PROMEDIO AL CUADRADO DE LAS DESVIACIONES

En inglés $\sigma \equiv$ ROOT MEAN SQUARE of the deviation

$\sigma \equiv$ r. m. s. de las desviaciones
--

(15)

CON ESTE PREAMBULO PODEMOS LLEGAR DIRECTAMENTE
QUE LA TEMPERATURA Y/O DENSIDAD DE FLUJO
MINIMOS DETECTABLES SERAN LOS VALORES

r.m.s. de la temperatura de ruido del sistema

$$\Delta T_{\min} \equiv \Delta T_{\text{rms}} = \frac{K_s T_{\text{sys}}}{\sqrt{\Delta\nu t n}}$$

(48)

donde $K_s \equiv$ constante de sensibilidad —
 $T_{\text{sys}} \equiv$ temperatura del sistema OK
 $t \equiv$ tiempo de integración seg
 $n \equiv$ numero de integraciones —
 $\Delta\nu \equiv$ ancho de banda Hz

$\Delta T_{\text{rms}} \equiv$ rms de la temperatura de ruido del sistema

ANALOGAMENTE

$$\Delta S_{\min} \equiv \Delta S_{\text{rms}} = \frac{2k}{A_e} \frac{K_s T_{\text{sys}}}{\sqrt{\Delta\nu t n}}$$

(49)

donde $k =$ constante de Boltzmann
 $A_e =$ Area efectiva

U

RADIO ASTRONOMÍA

()

LECCIÓN # 10

TEMA IV : ANTENAS . 1.

BIBLIOGRAFIA

- 1) CAPÍTULO 6: "Radio Astronomy" por Krauss.
- 2) CAPÍTULO 2: "Radiotelescopes" por W.N. Christiansen
- 3) CAPÍTULO 1: "METHODS OF EXPERIMENTAL PHYSICS" VOLUMEN 12 Radiotelescopes

TEMAS A TRATAR :

- a) SISTEMAS DE DETECCIÓN:
- b) DIFERENTES TIPOS DE ANTENAS:
 - i) Dipolo.
 - ii) Parábola.
- c) PARABOLAS como superficies reflectoras:
- d) Montajes de Antenas.

(2)

a) SISTEMAS DE DETECCIÓN

PARA DETECTAR LA RADIACIÓN PROVENIENTE DE LOS OBJETOS CELESTES NECESITAMOS ~~ALGUNOS~~ INSTRUMENTOS ~~QUE~~ QUE CUMPLAN CON LAS SIGUIENTES CARACTERÍSTICAS GENERALES:

- a) QUE SEAN CAPACES DE RECIBIR ONDAS PLANAS DE CIERTA REGION DEL ESPACIO
- b) QUE SEAN CAPACES DE RECIBIR ONDAS CON DIFERENTE FRECUENCIA O LONGITUD DE ONDA Y POLARIZACIÓN
- c) QUE SEAN CAPACES DE DISTINGUIR UNA DÉBIL EMISIÓN DE ESTOS OBJETOS
- d) QUE SEAN CAPACES DE CONVERTIR DE VOLTAJE A POTENCIA.

EN GENERAL LA CARACTERÍSTICA a) SE CUMPLE CON EL DISEÑO DE SUPERFICIES REFLECTORAS RONDAS O LO QUE USUALMENTE DENOMINAMOS PARABOLA, POR EJEMPLO, DE UNA ANTENA.

LAS CARACTERÍSTICAS b), c) y d) LAS SATISFACERÍA LO QUE PROPIAMENTE LLAMARIAMOS EL RECEPTOR EL CUAL CONSISTE GENERALMENTE DE AMPLIFICADORES LOS CUALES AMPLIFICAN LA DÉBIL SEÑAL DETECTADA, DE COMBINADORES O MULTIPLICADORES DE FRECUENCIA LOS CUALES COMBINAN FRECUENCIAS "LOCALES" O CONOCIDAS CON LA FRECUENCIA DE LA RADIACIÓN INCIDENTE, SELECTORES DE BANDA, LOS CUALES FILTRAN, PROPIAMENTE HABLANDO, LA SEÑAL DE TAL FORMA DE DEJAR PASAR SOLO LAS FRECUENCIAS DESEADAS.

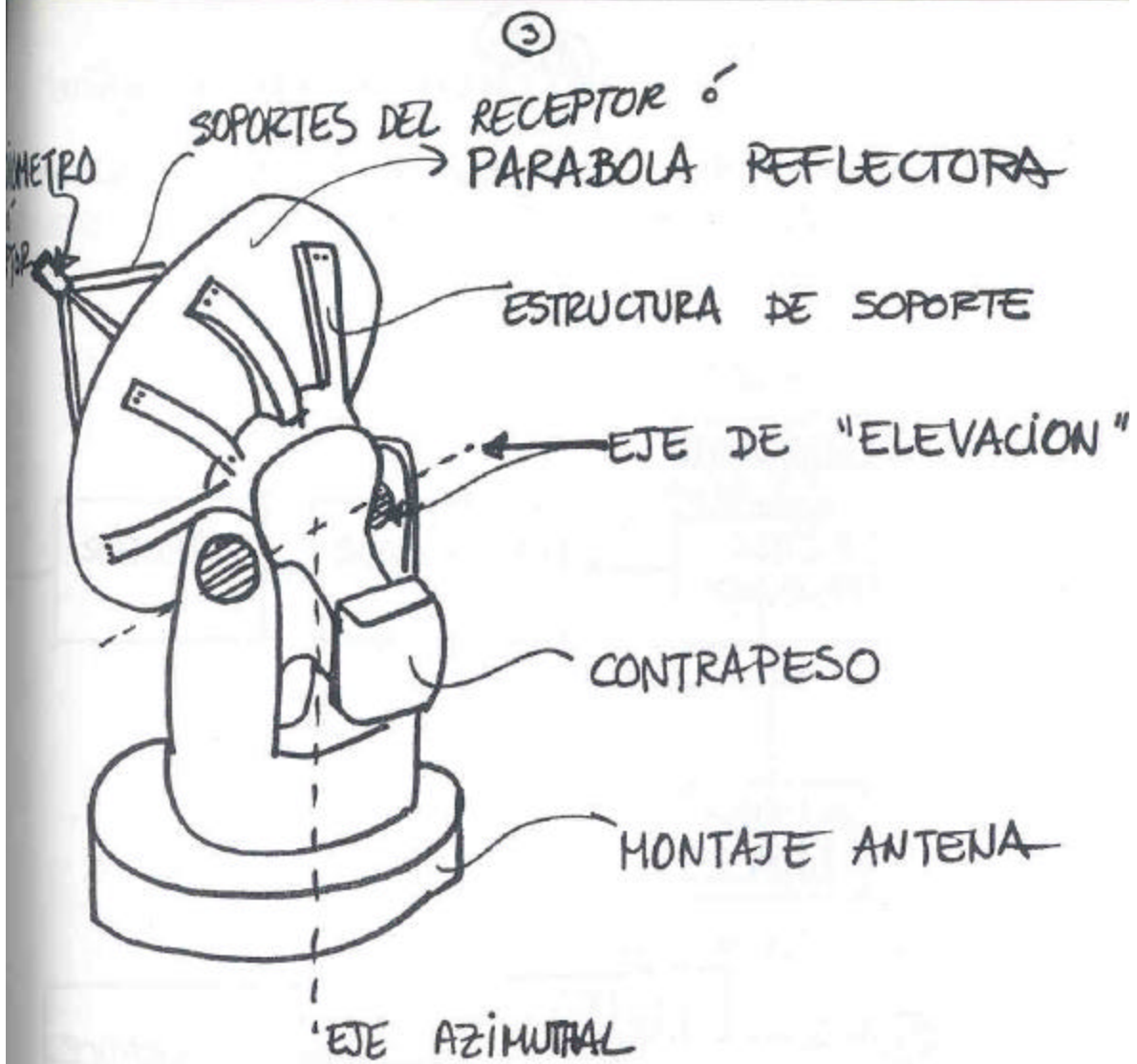
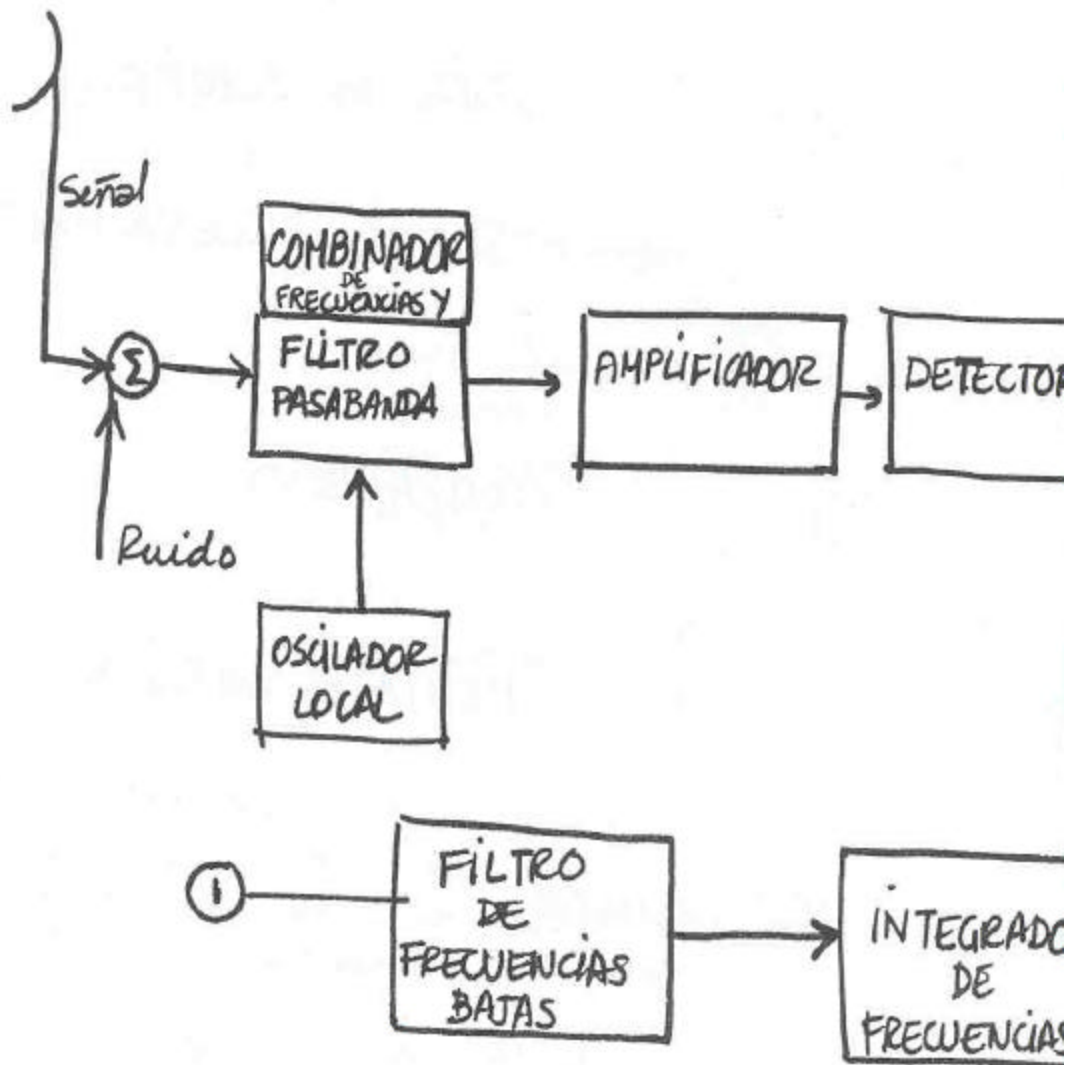


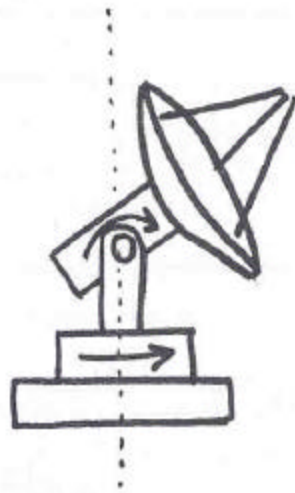
DIAGRAMA ESQUEMATICO DE UN
RADIOTELESCOPIO.



DIÁGRAMA ESQUEMÁTICO DE UN "RECEPTOR"
"RADIOMETRO".

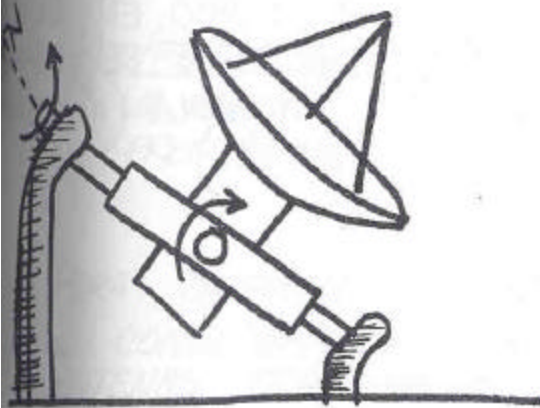
5)
d) Montajes de antenas parabólicas.

AHORA BIEN. LAS ANTENAS PARABÓLICAS PUEDEN TENER EN GENERAL DOS TIPOS DE MONTURAS:



ELEVACION -
AZIMUT

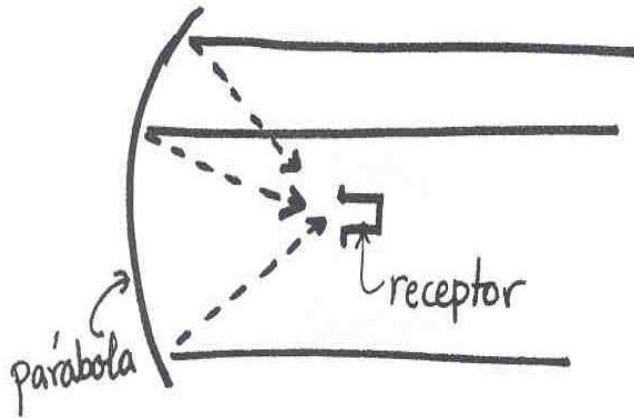
con un eje apuntando
hacia el ZENITH LOCAL



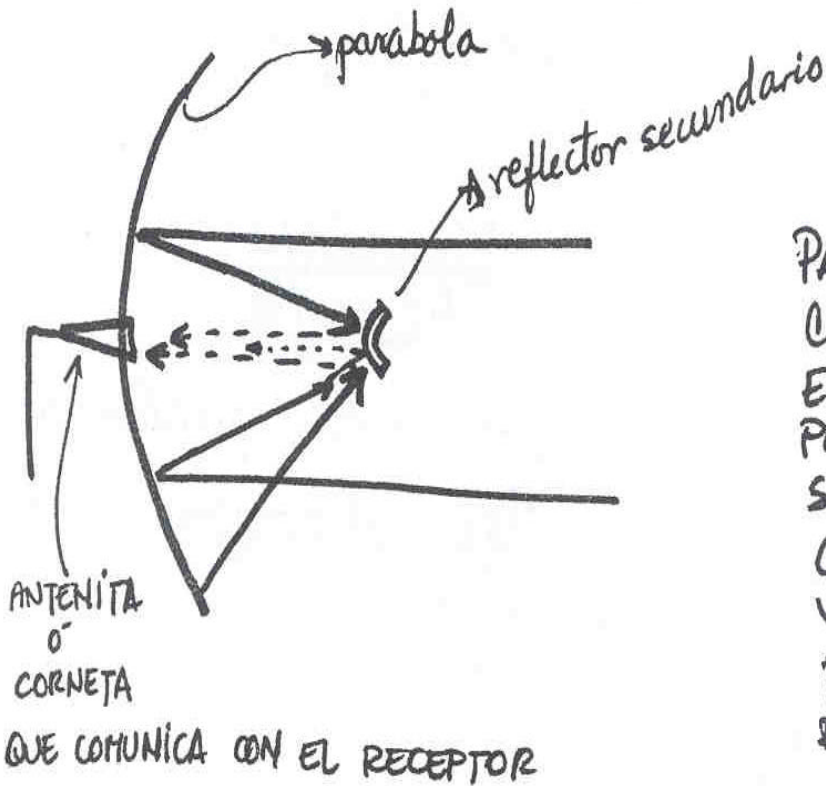
MONTURA TIPO
ECUATORIAL

CON UN EJE PARALELO A
AL EJE DE ROTACION DE
LA TIERRA.

C) TIPO DE PARABOLAS REFLECTORAS



PARABOLAS
RECEPTOR
EN EL FOCO



PARABOLA, TIPO
CASSEGRAIN
EL RECEPTOR
PROPIAMENTE
SE ENCUENTRA
COLIDADO EN
VERTICE DE
PARABOLA (o
DE EL).

(1)

CADA ANTENA TIENE LAS SIGUIENTES CARACTERÍSTICAS

- a) TIENE UNA IMPEDANCIA DE ENTRADA: ES LA IMPEDANCIA QUE PRESENTA LA ANTENA ~~EN~~ CUANDO SE CONECTA A UN TRANSMISOR O RECEPTOR.
- b) POLARIZACIÓN: ES DECIR, EL TIPO DE POLARIZACIÓN QUE ES CAPAZ DE RECIBIR (O DE TRANSMITIR).
- c) PATRÓN DE RADIACIÓN: ES DECIR EL PATRÓN ~~DE~~ ANCHO DE LA RADIACIÓN QUE TRANSMITE O RECIBE EN CADA DIRECCIÓN.
- d) GANANCIA O DIRECTIVIDAD: ES DECIR LA RADIACIÓN QUE RECIBE O TRANSMITE EN UNA DIRECCIÓN COMPARADA CON LA QUE TRANSMITIRÍA UNA ANTENA ISOTROPICA (ES DECIR QUE IRRADIA EN TODAS DIRECCIONES)
- e) AREA EFECTIVA: ES DECIR, EL AREA ELECTRICAMENTE HABLANDO QUE ES CAPAZ DE RECIBIR UNA RADIACIÓN DE OBJETOS CELESTES.
- f) ANCHO DE BANDA: ES DECIR LA CAPACIDAD DE LA ANTENA DE RECIBIR RADIACIÓN CON DIFERENTE FRECUENCIA

PARA DEFINIR ALGUNOS CONCEPTOS ES MAS FACIL SI CONSIDERAMOS LAS ANTENAS COMO ANTENAS TRANSMISORAS (MAS QUE RECEPTORAS).

(8)

RECORDEMOS QUE

$$\Omega_A = \iint_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega$$

Ω_A SE CONOCE COMO EL ANGULO SOLIDO DE DE LA ANTENA Y SERÍA IGUAL AL ANGULO F CUAL LA ANTENA TRANSMITIRÍA TODA SU ENERGIA (EN UNA UNIDAD DE TIEMPO) SUPONIENDO QUE LA POTENCIA EN UNA UNIDAD DE ANGULO SOLIDO PUESE CONSTANTE Y TUVIERA SU VALOR MAXIMO.

$P_n(\theta, \phi)$ SE LE CONOCE COMO EL PATRON ANGULAR DE LA POTENCIA (TRANSMITIDA, CONSIDERANDO UNA ANTENA TRANSMISORA) Y NORMALIZADA.

SEA $U(\theta, \phi)$ LA POTENCIA Ó INTENSIDAD DE RADIACION CON DEPENDENCIA ANGULAR θ Y ϕ .

$U_{max}(\theta, \phi)$ ~~XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX~~
LA MAXIMA INTENSIDAD DE RADIACION

(9)

ENTONCES POR DEFINICIÓN

$$P_n(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\max}(\theta, \phi)} \quad (2)$$

AHORA BIEN, EXISTE UN PARAMETRO Ó CARACTERÍSTICA DE CADA ANTENA QUE SE DENOMINA DIRECTIVIDAD Ó "FUNCIÓN DE DIRECTIVIDAD" LA CUAL SE EXPRESA

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)_{\max}}{U_{\text{PROMEDIO}}} \quad (3)$$

$D(\theta, \phi)$ ES EL COCIENTE ENTRE EL ~~VALOR~~ MÁXIMO DE LA INTENSIDAD RADIADA Y EL PROMEDIO DE ESTA INTENSIDAD.

U_{promedio} ES LA POTENCIA TOTAL RADIADA DIVIDIDA POR 4π Y LA POTENCIA TOTAL A SU VEZ ES LA INTENSIDAD DE RADIACIÓN INTEGRADA SOBRE 4π

$$U_{\text{promedio}} = \frac{W_T}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \iint U(\theta, \phi) d\Omega \quad (4)$$

$W_T =$ POTENCIA TOTAL TRANSMITIDA

(10)

DE DONDE

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U_{\max}(\theta, \phi)}{\iint_{4\pi} U(\theta, \phi) d\Omega}$$
$$= \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\max}(\theta, \phi)} d\Omega}$$

PERO $\frac{U(\theta, \phi)}{U_{\max}(\theta, \phi)} = P_n(\theta, \phi)$; ENTONCES,

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$

$$\boxed{D(\theta, \phi) = \frac{4\pi}{\Omega_A}} \quad \begin{array}{l} \text{DIRECTIVIDAD} \\ \text{DE} \\ \text{UNA ANTENA} \end{array}$$

OBVIAMENTE PARA UNA ANTENA ISOTROPICA (IDEAL)

$$\Rightarrow \boxed{D = 1}$$

(11)

OTRO CONCEPTO IMPORTANTE ES LA GANANCIA DE UNA ANTENA

$$G(\theta, \phi) = \frac{U_{\max}(\theta, \phi)}{\frac{W_0}{4\pi}} \quad (9)$$

donde W_0 = ES LA POTENCIA ORIGINAL DADA A LA ANTENA PARA SER TRANSMITIDA

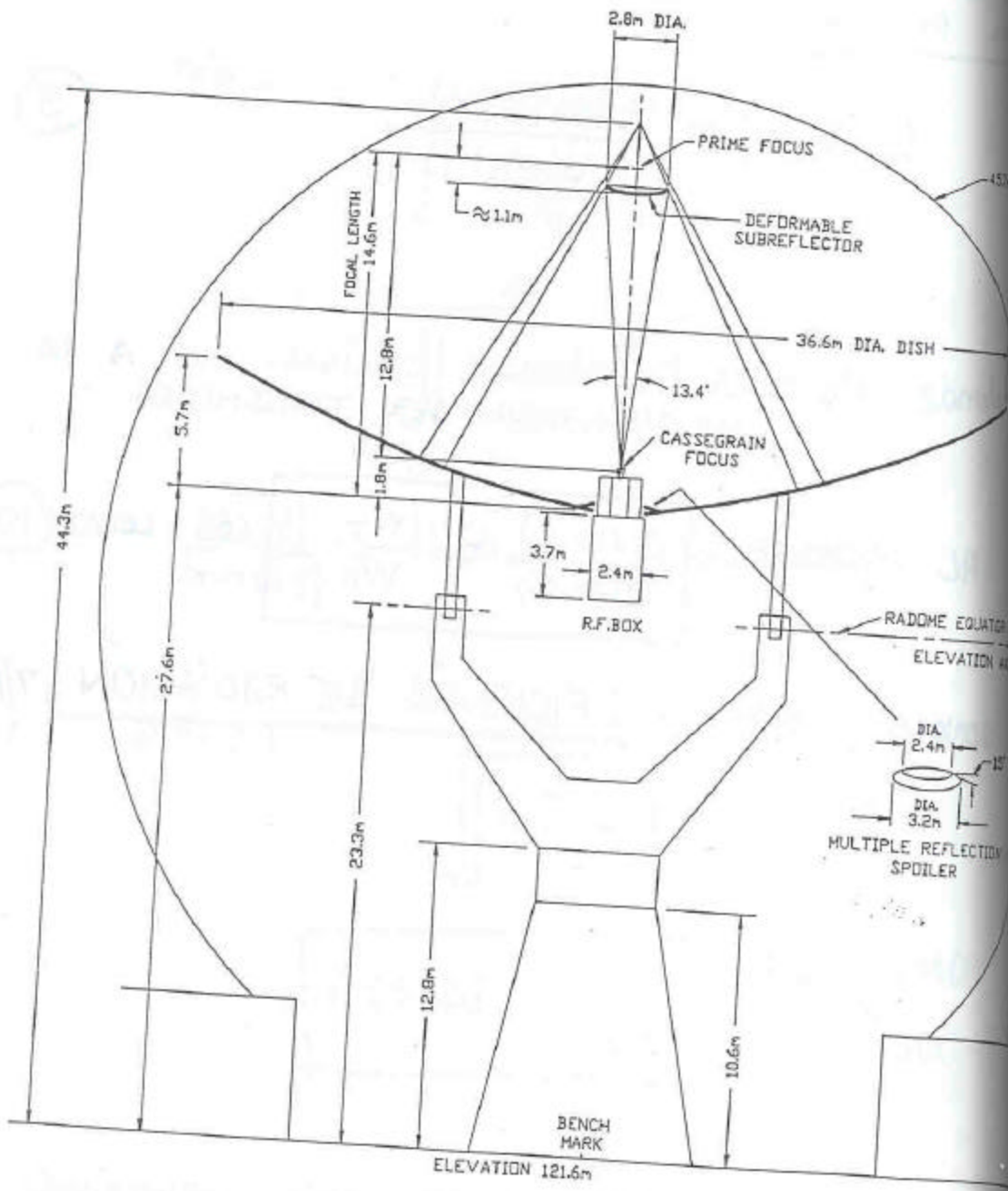
AL COCIENTE

$$\boxed{\frac{G(\theta, \phi)}{D(\theta, \phi)} = \frac{W_T}{W_0}}$$

SE LE

(1)

CONOCE COMO LA EFICIENCIA DE RADIACIÓN, η



0m SCALE 5m

HAYSTACK CRITICAL DIMENSIONS

Figure 1

P81/A/C 100
 CAD FILE CHG
 LAST REV. 10/80

III. THE ANTENNA

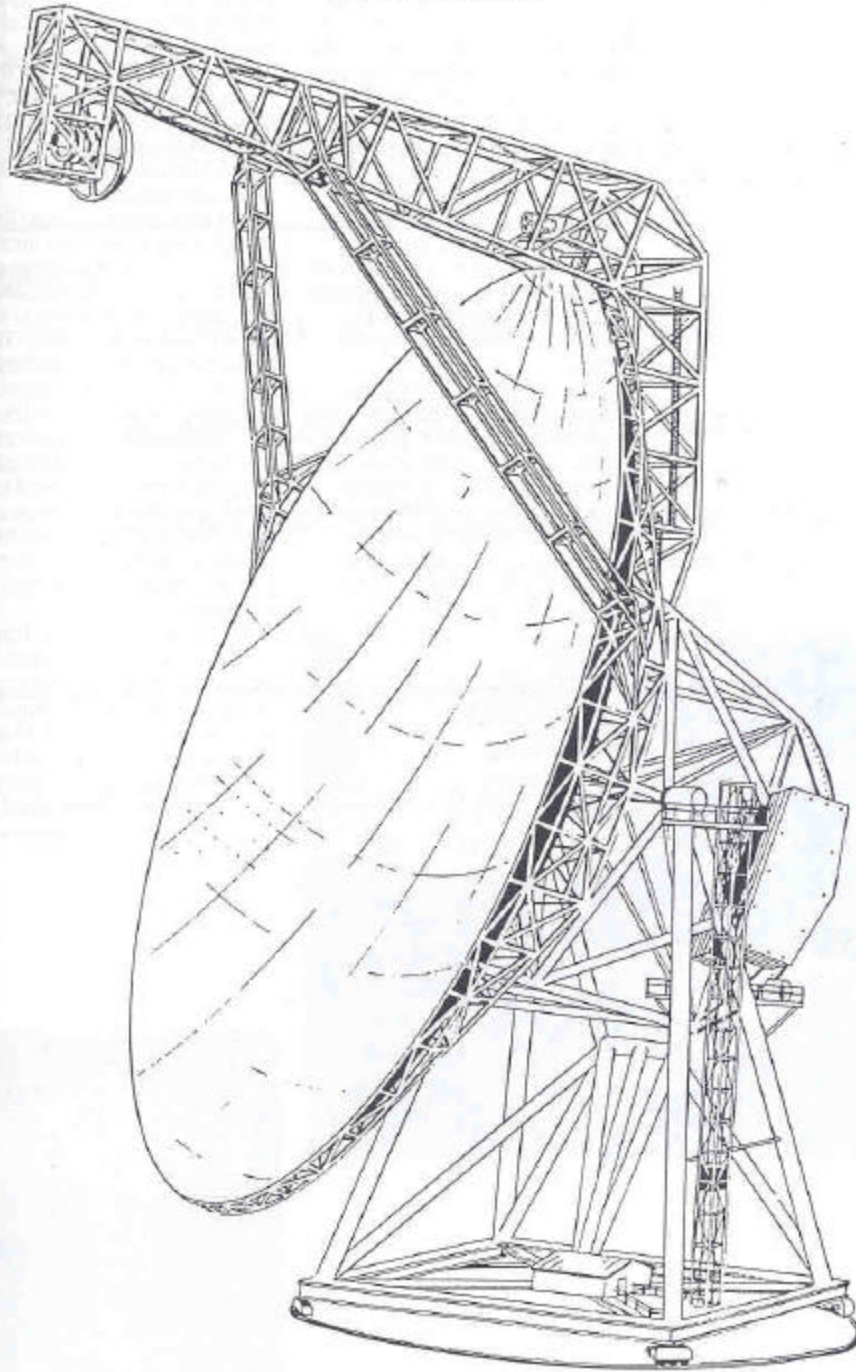


Figure III-3. A conceptual portrayal of an unblocked-aperture design for the Green Bank Telescope.

DESCRIPTION OF THE ARECIBO TELESCOPE

Those who see the Arecibo radio-radar telescope for the first time are astounded by the enormity of the reflecting surface, or radio mirror. The huge "dish" is 1,000 feet in diameter, 167 feet deep, and covers an area of about twenty acres. The surface is made up of almost 40,000 perforated aluminum panels, each measuring about 3 feet by 6 feet, supported by a network of steel cables strung across the underlying karst sinkhole. Each panel can be adjusted to maintain a precise spherical shape that varies less than 0.12 inches over the whole twenty-acre surface.

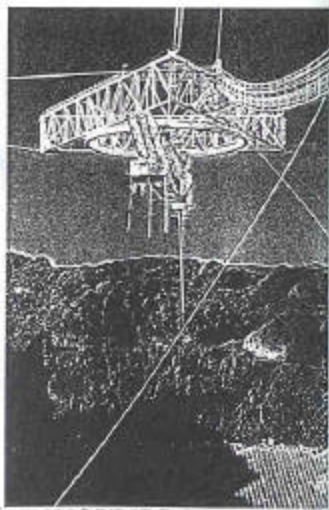
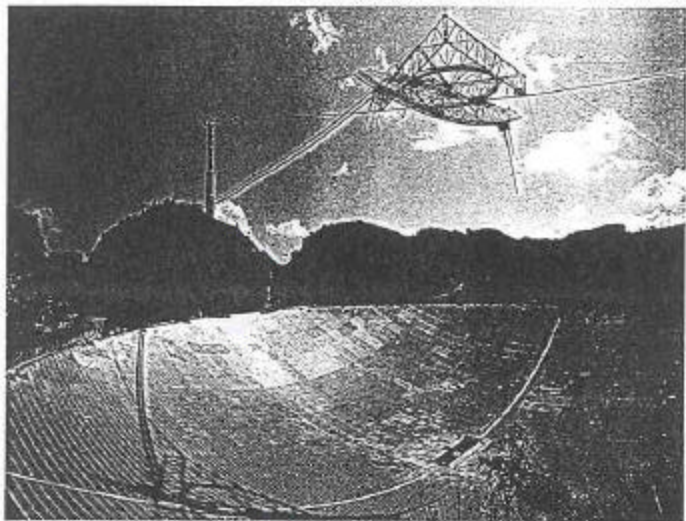
Under the giant dish, vegetation flourishes. Rain and filtered sunlight encourage a lush growth of ferns, grasses, and many other plants, including wild orchids and begonias, which help control erosion. Wildlife found under the dish includes lizards, frogs, snakes, dragonflies, mongeese, and an occasional bird.

Rainwater drains out of the valley through a natural sink, but an automatic pump is used in times of heavy rainfall.

Suspended 426 feet above the reflector is the 600 ton platform. Similar in design to a bridge, it hangs in midair on twelve cables, which are strung four each from three reinforced concrete towers.

Five more cables run from the top of each tower to massive concrete anchor blocks buried in the ground. Another system of cables runs from each corner of the platform to the ground, to maintain stability. The cable systems hold the instrument under constant stress and control. Changes in temperature, which are small in Puerto Rico, are automatically compensated for by the cable networks. Under normal wind conditions, the platform barely moves. Strong winds and hurricanes have threatened the lofty structure in the past, but the detectable motion has been quite small.

Just below the triangular frame of the upper platform is a circular track, on which the azimuth arm turns (see photograph below). The azimuth arm is a bowshaped structure 328 feet long. The curved part of the arm is another track, on which two carriage houses can be positioned any-



RADIO-ASTRONOMÍA

SECCIÓN #11

TEMA IV: ANTENAS II: DEFINICIONES

BIBLIOGRAFÍA:

- 1) CAPÍTULO 6 "Radio Astronomy" de Krauss
- 2) CAPÍTULOS 1 y 2 "Radio telescopes" Christiansen
- 3) CAPÍTULO 1 "METHODS OF EXPERIMENTAL PHYSICS"
VOLUMEN 12 PARTE B:
RADIO TELESCOPES.

- #### TEMAS A TRATAR:
- 1) DIRECTIVIDAD Y GANANCIA DE UNA ANTENA.
 - 2) Área Efectiva y eficiencia de radiación
 - 3) Eficiencia de apertura de antena

1) RECORDAMOS MENCIONANDO LA CLASE ANTERIOR QUE
DIRECTIVIDAD DE UNA ANTENA ESTABA DEFINIDA COMO

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)_{\max}}{U_{\text{promedio}}}$$

ecuación 3 de la
lección 10

SIN EMBARGO HABLANDO CON UN LENGUAJE APROPIADO
A LA EXPRESION ① LE LLAMAREMOS DIRECTIVIDAD
YA QUE USA EL VALOR MAXIMO DE LA INTENSIDAD
EN GENERAL CUANDO NO SE USA EL VALOR MAXIMO
SE TIENE

$$D'(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\text{promedio}}}$$

Sea la función $f(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\max}}$

∴

$$D'(\theta, \phi) = \frac{f(\theta, \phi)}{\frac{U_{\text{prom}}}{U_{\max}}}$$

$$\text{Pero } U_{\text{promedio}} = \frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} U(\theta, \phi) d\Omega$$

ENTONCES, SUBSTITUYENDO (5) EN (4)

$$D'(\theta, \phi) = \frac{4\pi f(\theta, \phi)}{\iint_{4\pi} \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\max}} d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_A} f(\theta, \phi)$$

$$\Rightarrow \boxed{D'(\theta, \phi) = \frac{4\pi}{\Omega_A} f(\theta, \phi)} \quad \begin{array}{l} \text{GANANCIA} \\ \text{DIRECTIVA} \end{array}$$

OBVIAMENTE PARA EL VALOR MAXIMO, $U(\theta, \phi)_{\max}$, ENTONCES

$$\boxed{D'(\theta, \phi)_{\max} = \frac{4\pi}{\Omega_A} \equiv \text{DIRECTIVIDAD}}$$

SI SE DAN UDS. CUENTA, PROPIAMENTE HABLANDO SE ESTA COMPARANDO EL ANGULO SOLIDO DE LA ANTENA EN CONSIDERACION (Ω_A), CON EL CUAL TRANSMITE (O RECIBE) UNA INTENSIDAD DE RADIACION DA CON EL ANGULO SOLIDO CON EL CUAL TRANSMITE LA INTENSIDAD DE RADIACION UNA ANTENA ISOTROPICA (ES DECIR, $\Omega_{\text{Antena isotropica}} = 4\pi$).

Así mismo lo que habíamos denominado simple
GANANCIA $G(\theta, \phi) = \frac{U_{\max}(\theta, \phi)}{\frac{W_0}{4\pi}}$

ES PROPIAMENTE LA GANANCIA EN POTENCIA MAX
 YA QUE COMO SE VE EN LA EXPRESION (8) (ecu
 (9) DE LA LECCIÓN 10) ES EL COCIENTE ENTRE
 MAXIMO DEL PATRON DE LA INTENSIDAD DE RADIACION
 LA POTENCIA DADA A LA ANTENA ORIGINALMENTE
 GENERAL

$$\begin{aligned} G'(\theta, \phi) &= \frac{U(\theta, \phi)}{\frac{1}{4\pi} \iint U_0(\theta, \phi) d\Omega} \\ &= \frac{U(\theta, \phi) / U_{\max}}{\frac{1}{4\pi} \iint \frac{U_0(\theta, \phi)}{U_{\max}} d\Omega} \\ &= \frac{4\pi f_0(\theta, \phi)}{\Omega_A} \end{aligned}$$

$$G'(\theta, \phi) = \frac{4\pi f_0(\theta, \phi)}{\Omega_A}$$

YA QUE $\iint_{4\pi} \frac{U_0(\theta, \phi)}{U_{\max}} d\Omega = \iint_{4\pi} \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\max}} d\Omega = \Omega_A$

ES DECIR EL ANGULO SOLIDO DE LA ANTENA ES EL MISMO. LO QUE CAMBIA ES EL VALOR DE LA POTENCIA RADIADA Y LA POTENCIA ORIGINAL DADA PARA SER RADIADA (QUE FLUIRÍA POR LA DISTRIBUCIÓN ANGULAR CON SUBÍNDICE 0).

$$G'(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{\Omega_A U_{0\max}} \quad (11)$$

$$D'(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)/U_{\max}}{\Omega_A} \quad (12)$$

$$\boxed{\frac{G'}{D'} = \frac{U_{\max}}{U_{0\max}} = \eta_R} \quad \frac{\text{EFICIENCIA DE RADIACIÓN}}{\quad} \quad (13)$$

EN DONDE U_{\max} EXPRESA NO EL PATRÓN ANGULAR SINO LA POTENCIA RADIADA A TRAVÉS DE ESE PATRÓN Y $U_{0\max}$ REPRESENTA A SU VEZ LA POTENCIA ORIGINAL DADA A LA ANTENA Y LA CUAL FLUIRÍA O SALDRÍA A TRAVÉS DEL PATRÓN ANGULAR DADO POR $U(\theta, \phi)_{\max}$.

$$\Rightarrow G'(\theta, \phi) = \eta_R D'(\theta, \phi) \quad \text{y SIMILARMENTE} \quad (14)$$

$$G(\theta, \phi) = \eta_R D(\theta, \phi) \quad (15)$$

2) DEFINICIÓN:

(6)

$U_R(f)$ = DENSIDAD DE POTENCIA ESPECTRAL RECIBIDA
A TRAVÉS DE UN ANGULO SOLIDO $d\Omega$
POR UNA ANTENA.

$$U_R(f) = I(f, \theta, \phi) A(f, \theta, \phi) d\Omega$$

VER ECUACIÓN (6) DE LA
LECCIÓN 6

DONDE $I(f, \theta, \phi)$: ES LA INTENSIDAD DE LAS ONDAS
QUE VIAJAN HACIA LA ANTENA

$$[I(f, \theta, \phi)] = \frac{\text{ergs}}{\text{seg}} \frac{1}{\text{cm}^2} \frac{1}{\text{Hz}} \frac{1}{\text{rad}^2}$$

$A(f, \theta, \phi)$: ES LO QUE SE DENOMINA EL AREA
EFFECTIVA DE LA ANTENA.

AHORA BIEN, PARA VER LA RELACION ENTRE LA GANANCIA
DE POTENCIA ($G'(\theta, \phi)$) Y EL AREA EFFECTIVA ^(AREA) DE
UNA ANTENA CONSIDEREMOS QUE TENEMOS LA
ANTENA UNA VEZ TRANSMITIENDO Y OTRA VEZ
RECIBIENDO RADIACION

ES RAZONABLE SUPONER QUE EN EQUILIBRIO
TERMODINÁMICO LA ENERGÍA QUE FLUIRÍA DESDE
 LA ANTENA A TRAVÉS DE UN ELEMENTO DE ANGULO
 SÓLIDO $d\Omega$ ES IGUAL A LA ENERGÍA QUE FLUIRÍA
 HACIA LA ANTENA A TRAVÉS DEL MISMO ANGULO
 SÓLIDO $d\Omega$.

LA POTENCIA ESPECTRAL RADIADA POR UNA ANTENA (ISÓTROPICA)
 ES $kT \frac{G'(\theta, \phi, f)}{4\pi} d\Omega$ (1)

LA POTENCIA ESPECTRAL RECIBIDA POR UNIDAD DE ÁREA
 POR ANGULO SÓLIDO $d\Omega$, ES:

$$U_R(f) \quad (1)$$

PERO SUBSTITUYENDO (16) EN (18)

$$I(f, \theta, \phi) A(f, \theta, \phi) d\Omega \quad (1)$$

Y USANDO LA APROXIMACIÓN DE ~~RAYLEIGH-JEANS~~ ^{RAYLEIGH-JEANS} Y
 EL HECHO DE QUE SOLO PODEMOS MEDIR UNA
 POLARIZACIÓN A LA VEZ:

$$I(f, \theta, \phi) = \frac{2k T_B(\theta, \phi)}{\lambda^2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \frac{2k T_B(\theta, \phi)}{\lambda^2} A(f, \theta, \phi) d\Omega = \frac{kT}{4\pi} G'(\theta, \phi, f) d\Omega$$

Si T y T_B SON IGUALES (en equilibrio Térmico)

ENTONCES

$$G'(f, \theta, \phi) = \frac{4\pi}{\lambda^2} A(f, \theta, \phi)$$

o USANDO LA RELACION (13)

$$D'(f, \theta, \phi) = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{A(f, \theta, \phi)}{\eta_R}$$

DONDE $A(f, \theta, \phi) \equiv$ AREA EFECTIVA que presenta la antena a la radiación incidente.

$\eta_R \equiv$ EFICIENCIA DE RADIACION EN EL CASO DE RECEPCION SERIA IGUAL AL COCIENTE ENTRE LA POTENCIA RECIBIDA A TRAVES DE UN ANGULO SOLIDO Y LA POTENCIA DE LAS ONDAS PLANAS INCIDIENDO SOBRE LA ANTENA A TRAVES DE SU ANGULO SOLIDO Ω_A .

SIN EMBARGO LA MEDICION DIRECTA DE η_R ES MUY DIFICIL DE LLEVAR A CABO Y UNA FORMA DE ESTIMARLA SERIA SUPONIENDO UNA DISTRIBUCION DE CORRIENTE SOBRE LA APERTURA (CIRCULAR PARA UNA ANTENA PARABOLICA). EN GENERAL PARA ANTENAS REFLECTORAS GRANDES $\eta_R \approx 0.98$.

SIMILARMENTE EL AREA EFECTIVA MAXIMA SERIA

$$\frac{4\pi}{\lambda^2} A_{e_{\max}} = G \quad (24)$$

o usando la expresion (15) y (7a)

$$\frac{4\pi}{\lambda^2} A_{e_{\max}} = \eta_r D \quad (25)$$

$$= \eta_r \frac{4\pi}{S_A} \quad (26)$$

⇒

$$\boxed{S_A A_{e_{\max}} = \eta_r \lambda^2} \quad (27)$$

3) AL COCIENTE ENTRE EL AREA EFECTIVA MAXIMA $A_{e_{\max}}$, Y EL AREA FISICA DE LA ANTENA, SE LE CONOCE COMO EFICIENCIA DE APERTURA

$$\boxed{\eta_A = \frac{A_{e_{\max}}}{A_f}} \quad (28)$$

Ejemplo: Una parabola de diametro, d , presenta una area fisi

$$A_f = \frac{\pi d^2}{4}$$

Esta eficiencia de apertura, η_A , depende grandemente del tipo de iluminación usado la exactitud de la forma de la parábola. Valores típicos de η_A varían entre 0.3 y 0.8.

Substituyendo A_{max} de (27) en (28) tenemos

$$\eta_A = \frac{\eta_R \lambda^2}{4A A_F}$$

O aun más $\Omega_A = \iint_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega$ ES EL ANGULO

TOTAL DE LA ANTENA. $\Omega_A = \Omega_{MP} + \Omega_{L.S.}$

DONDE $\Omega_{H.P.} = \iint P_n(\theta, \phi) d\Omega$
HAZ PRINCIPAL

$\Omega_{L.S.} = \iint P_n(\theta, \phi) d\Omega$
LOBULOS SECUNDARIOS

Y $\frac{\Omega_{H.P.}}{\Omega_A} = \eta_{\Omega}$ EFICIENCIA DEL HAZ PRINCIPAL

MISMA EXPRESION QUE LA EXPRESIÓN (29) DE LA LECCIÓN #6

ENTONCES

$$\eta_A = \frac{\eta_\Omega \eta_R \lambda^2}{A_f \Omega_{H.P.}}$$

35

$\eta_A \equiv$ EFICIENCIA DE APERTURA

$\eta_\Omega \equiv$ EFICIENCIA DEL HAZ (PRINCIPAL)

$\eta_R \equiv$ EFICIENCIA DE RADIACIÓN

$\lambda \equiv$ LONGITUD DE ONDA OBSERVADA

$A_f \equiv$ AREA FISICA QUE PRESENTA LA ANTENA A LA RADIACIÓN INCIDENTE

$\Omega_{H.P.} \equiv$ ANGULO SOLIDO DEL HAZ PRINCIPAL

RADIO ASTRONOMÍA ()

LECCIÓN # 12

TEMA IV : ANTENAS III.

BIBLIOGRAFÍA :

- 1) Capítulo 6 "Radio Astronomy" de Kraus
- 2) Capítulos 1 y 2 "Radiotelescopes" Christiansen
- 3) Capítulo 8 "CLASSICAL ELECTROMAGNETIC RADIATION" por Marion Academic Press. 1965.
- 4) Capítulo 4 "Electromagnetic Vibrations, waves and radiation" G. Bekefi y A.H. Barrett H.I.T. Press 1977.

TEMAS A TRATAR :

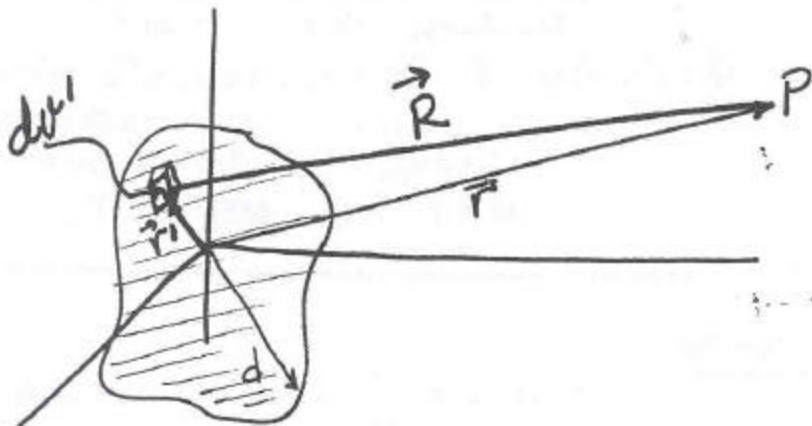
- 1) Radiación Emitida por un dipolo
- 2) Radiación Emitida por un dipolo corto
o Antena lineal
- 3) Radiación Emitida por una ~~hoja~~
"hoja conductora" con una area bien definida.
- 4) Radiación Emitida por una APERTURA

1) RADIACIÓN EMITIDA POR UN DÍPOLO.

PARA PODER LLEGAR A OBTENER EL PATRÓN ANGULAR DE RECEPCIÓN O TRANSMISIÓN DE UNA ANTENA PARABÓLICA, EMPEZAREMOS POR CONSIDERAR LA RADIACIÓN DEL TIPO DÍPOLO.

EN ESTOS APUNTES SOLO DAREMOS LAS EXPRESIONES FINALES LAS CUALES UDS. OBTENDRAN CUANDO HAGAN SU TAREA

CONSIDERESE EL SIGUIENTE ESCENARIO:



Un objeto cargado eléctricamente dentro de un V compuesto por la suma de diferentes volúmenes con carga misma. La dimensión característica del objeto es d .

En primer instancia consideraremos que $|r|$ es decir, la distancia del objeto al punto P es MUCHO mayor que la dimensión característica del objeto.

$$|r| \gg d$$

(Esto en otro lenguaje nos dice que calcularemos las expresiones de los Campos Eléctrico y Magnético LEJOS del objeto emisor, es decir, FAR FIELD equations).

Otra suposición es que se considera un tiempo T característico para que exista un CAMBIO "dramático" en la estructura del objeto. Obviamente el objeto tendrá frecuencias $\nu = \frac{1}{T}$ que estarán asociadas

al "cambio". La suposición que $|\dot{r}| \gg d$ se traduce también en que **ESTAMOS DESPRECIANDO** aquellos tiempos relacionados con el tiempo de propagación de la señal A TRAVES del objeto. Es decir, se despreciarán términos del orden $\frac{d}{c}$. Pero también estos tiempos DEBEN ser menores que el tiempo que le tarda al objeto para cambiar "dramáticamente". Esto es

$$\frac{d}{c} \ll T \quad (2)$$

$d \ll cT$ pero cT es justamente

la longitud de onda asociada a la frecuencia ν .

$$(cT = \lambda \cdot \frac{1}{\nu} = \lambda) \text{ De donde } \frac{cT}{2\pi} = \frac{\lambda}{2\pi} \quad \text{y}$$

por lo tanto

$$\boxed{d \ll \lambda} \quad (3)$$

Esta expresión nos dice que las dimensiones características de nuestro objeto DEBEN forzosamente ser MENORES que la

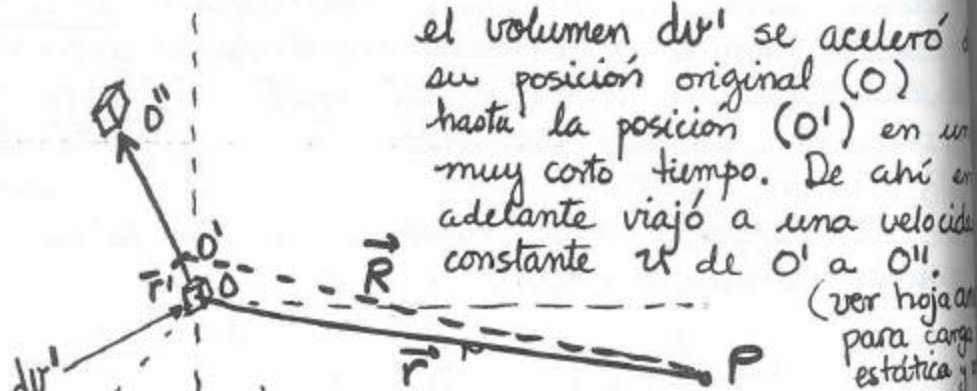
longitud de onda de la radiación.

Entonces

$$\boxed{d \ll \lambda \ll |\dot{r}|} \quad (4)$$

Sabemos que \vec{B} puede ser expresado como $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$
 (Uds lo demostrarán en su tarea) donde \vec{A} se le conoce como POTENCIAL VECTORIAL o el VECTOR DE POTENCIAL.

Entonces ~~se~~ considerese el siguiente caso:



Entonces el vector de potencial en el punto P a una distancia \vec{r} y en un tiempo t es

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

(véase hojas anexas para expresión de \vec{A})

donde \vec{J} = es la densidad de corriente desde la posición \vec{r}' y en un tiempo t'

$$t' = t - \frac{|\vec{R}|}{c}$$

$$\text{donde } \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$$

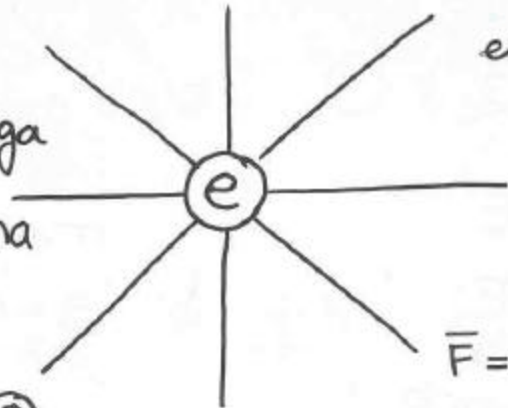
Se puede fácilmente demostrar (después de un poco de algebra) que (suponiendo $r \gg r'$)

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} [\dot{\vec{D}}]$$

En electrostática tenemos las líneas de campo eléctrico en forma radial desde la carga,
 cualquier carga

ésta sentirá una

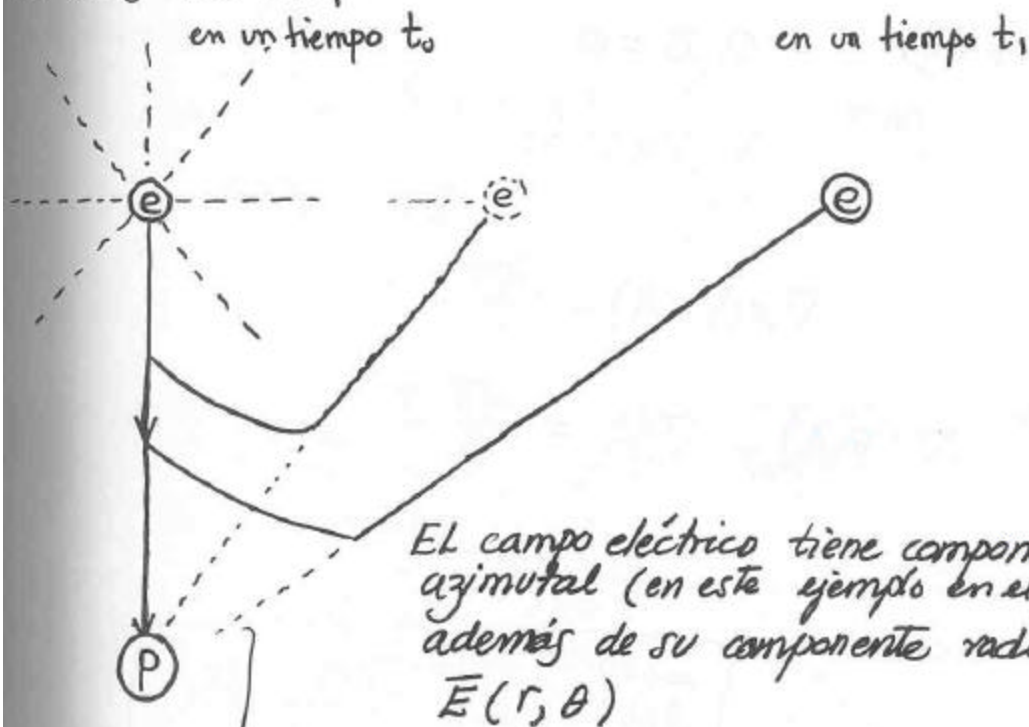
carga prueba (P)



es decir para prueba, P ,
 fuerza, F ,

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

CONSIDÉRESE QUE LA CARGA SE MUEVE, ¿cómo serán las líneas de campo ahora?



línea de fuerza que sentiría la carga prueba, P , debido a la carga "estática", e , en su nueva

① ECUACIONES DE MAXWELL

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho \quad (1) \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi\mathbf{J}}{c} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2) \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$$

σ = conductividad

ϵ_0 = dieléctrica

μ_0 = permeabilidad

De (3) $\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi\mathbf{J}}{c}$

De (2) $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

pero

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

\therefore

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}$$

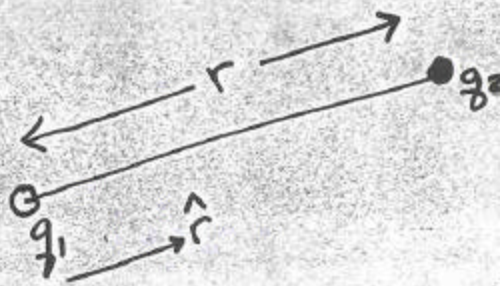
$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

\therefore

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}$$

$$\vec{A}(\mathbf{x}) = \frac{1}{c} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x'$$



$$F = k \frac{g_1 g_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

$$\text{Sea } r^2 = \left(\sqrt{x_1^2 - x_2^2} \right)^2$$

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{x_1^2 - x_2^2}$$

$$r^2 = |x_1 - x_2|^2$$

$$\vec{x}_1 - \vec{x}_2 = |x_1 - x_2| \hat{r}_{12}$$

$$\therefore \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|x_1 - x_2|} = \hat{r}_{12}$$

$$F = k g_1 g_2 \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_2}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3}$$

$$\textcircled{3} \quad F = q\vec{E}$$

$$E(x) = kq \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{|x_1 - x_2|^3}$$

finalmente:

$$\vec{E}(x) = \int_V \rho(\bar{x}') \frac{\bar{x} - \bar{x}'}{|\bar{x} - \bar{x}'|^3} d^3x'$$

La expresión para el potencial vectorial es similar:

$$\vec{A}(x) = \frac{1}{c} \int_V \frac{J(x')}{|x - x'|} d^3x'$$

en donde $[\dot{\vec{p}}] = \frac{d}{dt'} \vec{p}$

y \vec{p} es el momento de dipolo. $\vec{p} = \sum q_i \vec{r}_i$

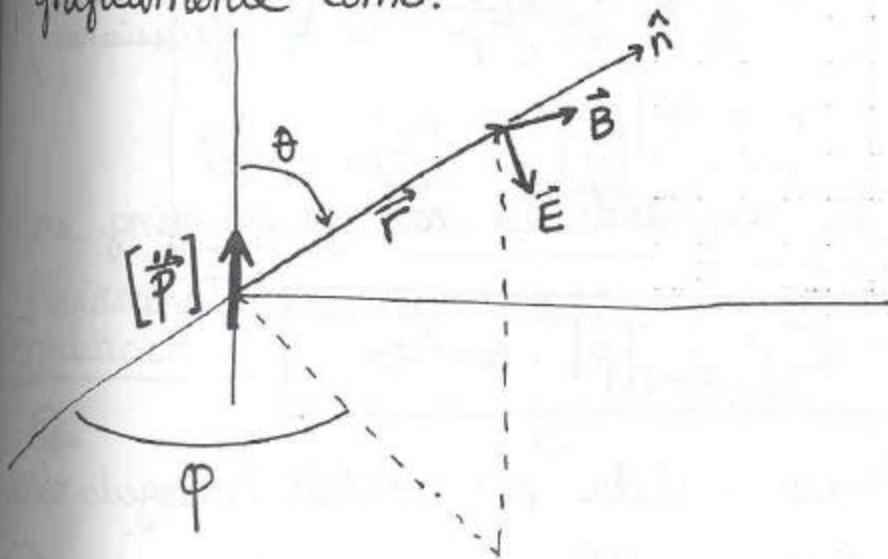
Entonces

$$\vec{B}_{\text{radiación}} = \frac{[\dot{\vec{p}}]}{c^2 r} \sin \theta \hat{\phi} \quad (9)$$

$$\vec{E}_{\text{radiación}} = \vec{B}_{\text{rad}} \times \hat{n}$$

$$\vec{E}_{\text{radiación}} = \frac{[\ddot{\vec{p}}]}{c^2 r} \sin \theta \hat{\theta} \quad (10)$$

En donde las dirección del campo están representadas gráficamente como:



en donde $[\ddot{\vec{p}}] = \frac{d^2}{dt'^2} \vec{p}$

$$t' = t - \frac{r}{c}$$

El vector de Poynting \vec{S} estará dado por

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E}_{\text{rad}} \times \vec{B}_{\text{rad}}) = \frac{c}{4\pi} E_{\theta} B_{\phi} \sin^2 \theta \hat{r}$$

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} E_{\theta} B_{\phi} \sin^2 \theta \hat{r}$$

donde $\hat{r} = \hat{n}$ es el vector unitario

$$\Rightarrow \vec{S} \perp \vec{E} \quad \text{y también}$$

$$\vec{S} \perp \vec{B}$$

$$\text{donde } E_{\theta} = B_{\phi} = \frac{[\ddot{p}]}{c^2 r} \quad (\text{en unidades gaussianas})$$

$$r = |\vec{r}|$$

Entonces la magnitud del vector de Poynting en dirección \hat{n} será

$$\vec{S} \cdot \hat{n} = \frac{1}{4\pi c^3 r^2} [\ddot{p}]^2 \sin^2 \theta$$

y la potencia emitida por unidad de ángulo sólido

$$\text{será } (\vec{S} \cdot \hat{n}) r^2 \equiv \frac{dP}{d\Omega}$$

$$\therefore \frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi c^3} [\ddot{p}]^2 \sin^2 \theta$$

LAS EXPRESIONES (9) y (10) son CASOS PARTICULARES de expresiones ~~mas~~ mas generales:

$$E_r = 2 \left\{ \frac{[\dot{p}]}{cr^2} + \frac{[p]}{r^3} \right\} \cos \theta \quad (16)$$

$$E_\theta = \left\{ \frac{[\ddot{p}]}{c^2 r} + \frac{[\dot{p}]}{cr^2} + \frac{[p]}{r^3} \right\} \sin \theta \quad (17)$$

$$E_\phi = 0 \quad (18)$$

y para el campo magnético,

$$B_r = 0 \quad B_\theta = 0 \quad (19)$$

$$B_\phi = \left\{ \frac{[\dot{p}]}{c^2 r} + \frac{[\dot{p}]}{cr^2} \right\} \sin \theta \quad (20)$$

Obviamente cuando estamos en la zona de radiación ($r \rightarrow \infty$) las expresiones serán

$$\lim_{r \rightarrow \infty} E_r = 0 \quad (21)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} E_\theta = \frac{[\ddot{p}]}{c^2 r} \sin \theta \quad (22)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} B_\phi = \frac{[\dot{p}]}{c^2 r} \sin \theta \quad (23)$$

las cuales son idénticas a (9) y (10).

OJO! los límites anteriores son cuando se toman valores MUY MUY grandes pero finitos de r . Obviamente ~~los~~ los términos $\frac{1}{r^3}$ y $\frac{1}{r^2}$ serán ~~despreciables~~ despreciables comparados con los términos $\frac{1}{r}$.

$$\left\langle \frac{dP}{d\Omega} \right\rangle = \frac{\langle [\ddot{\vec{p}}]^2 \rangle}{4\pi c^3} \sin^2 \theta$$

donde $\langle \rangle$ denota promedio en tiempo entonces si $\vec{p} = \vec{p}(t') = p_0 e^{-i\omega t'}$ tendríamos

$$\left\langle \frac{dP}{d\Omega} \right\rangle = \frac{2\pi^3 p_0^2 \omega^4}{c^3} \sin^2 \theta$$

NOTESE LA DEPENDENCIA DE ω^4 CARACTERÍSTICA DE UNA EMISION DE DIPOLO

[pero

$$p_0 \propto \frac{I_0 \Delta l}{2\pi \omega}$$

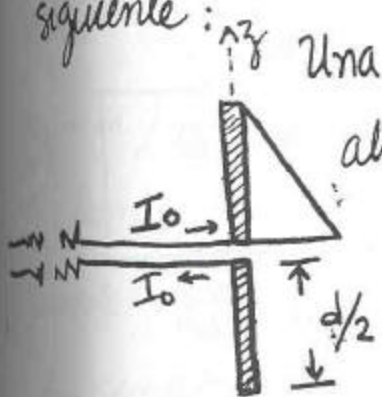
para una antena de media longitud de onda
"half-wave dipole antenna"

ver Bekefi & Barrett
1977

(7)

2) RADIACIÓN EMITIDA POR UNA ANTENA conocida como DÍPOLO CORTO (SHORT DIPOLE) o también como ANTENA LINEAL

En particular uno podría hacer toda el algebra como en el caso anterior sin embargo es tediosa y no lo vamos a hacer. Considerese el caso siguiente:



Una antena consistente de dos alambres de dimension $d/2$.

Alimentados con una corriente I .

que varía de tal forma que se desvanece a la orilla del alambre,

~~es decir,~~
es decir, $I = I_0 \left(\frac{d}{2} - |z| \right)$

entonces uno encuentra que

$E_{\theta} \propto \frac{I_0 d}{r} \sin \theta$
$B_{\phi} \propto \frac{I_0 d}{r} \sin \theta$

(26)

(27)

\vec{S} por lo tanto variaría como

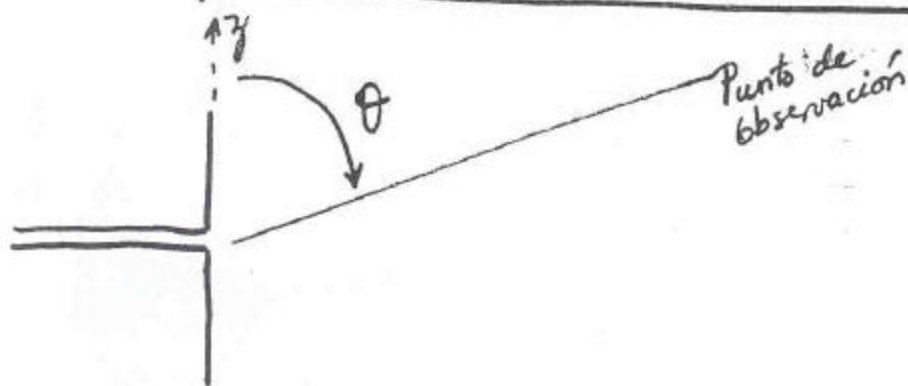
$$\langle \vec{S} \rangle \propto \frac{I_0^2 d^2}{4r^2} \sin^2 \theta$$

donde $\langle \rangle$ es promedio en tiempo

La Potencia por unidad de ángulo sólido será

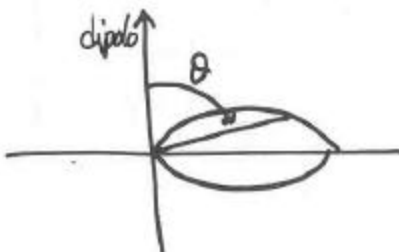
$$\langle \vec{S} \rangle \text{ Area} \propto r^2 \langle \vec{S} \rangle \propto \frac{I_0^2 d^2}{4} \sin^2 \theta$$

$$\boxed{\langle \frac{dP}{d\Omega} \rangle \propto I_0^2 \left(\frac{d}{2}\right)^2 \sin^2 \theta}$$



en inglés si $d = \lambda$ esta antena se denomina

HALF WAVE ANTENNA



La razón de analizar este caso es que la mayoría de las ANTENAS CON UNA ALTA GANANCIA (DE POTENCIA) SON ANTENAS REFLECTORAS cuyas propiedades de transmisión (recuerden que todo lo que se diga para transmisión es válido para recepción) son esencialmente las mismas que las de una "hoja" conductora (para la cual existe una área bien definida):

Bien, como habíamos dicho esta "hoja conductora" puede verse como una superposición de Antenas Línea las cuales son alimentadas por una densidad de corriente EN UNA DIMENSION. Tratando el caso de nuestra "hoja conductora" obviamente debemos de especificar una densidad de corriente EN DOS DIMENSIONES $\vec{J}(x, y)$.

Entonces para obtener las expresiones para el campo eléctrico, \vec{E} , y magnético, \vec{B} , en la zona radiación ($|\vec{r}| \gg$ dimensión característica del sistema ó antes) tenemos que recurrir al VECTOR de potencial (expresión)

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}', t')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \quad (5)$$

En donde uno puede suponer una dependencia cosinusoidal en tiempo para \vec{J} y por lo tanto para de tal forma que:

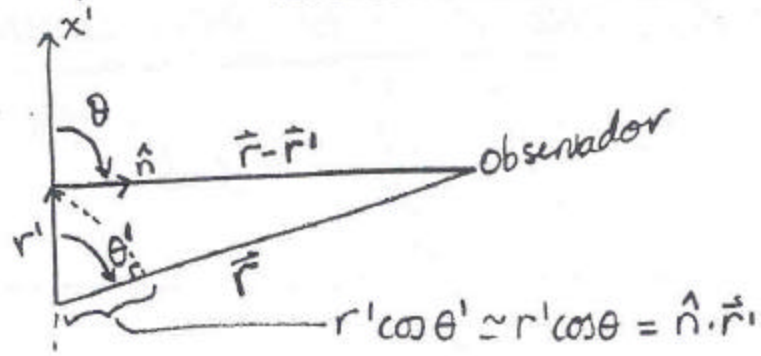
$$\vec{J}(\vec{r}', t') = \vec{J}(\vec{r}') e^{-j\omega t'} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}) e^{-j\omega t} \quad (3)$$

y substituyendo en la expresión (5) tenemos que

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}) e^{-j\omega t} = \frac{1}{c} \iiint_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}') e^{-j\omega t'}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \quad (4)$$

Haciendo la suposición que $|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|$, ~~_____~~
 (suposición válida para la ZONA DE RADIACIÓN) tenemos



$$|\vec{r} - \vec{r}'| \approx |\vec{r}| - \hat{n} \cdot \vec{r}' \quad (32)$$

donde $|\vec{r}| = r \quad (33)$

recordando que $t' = t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c \quad e^{-j\omega(t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c)} = e^{-j\omega t} e^{+j\omega |\vec{r} - \vec{r}'|/c}$

Entonces, es fácil demostrar que la expresión (31) nos queda:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{e^{jk r}}{c r} \iiint_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') e^{-jk(\hat{n} \cdot \vec{r}')}}{1 - \left[\frac{\hat{n} \cdot \vec{r}'}{r} \right]} dv' \quad (32)$$

Expresión que se puede aproximar aun más

como

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{e^{jk r}}{c r} \iiint_V \vec{J}(\vec{r}') e^{-jk(\hat{n} \cdot \vec{r}')} dv' \quad (33)$$

(15)

Obviamente si sabemos que la densidad de corriente solo varía en DOS dimensiones, entonces

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{e^{jkr}}{cr} \iint_{\text{Area}} \vec{J}(x', y') e^{-jk(\hat{n} \cdot \vec{r}')} dx' dy'$$

La suposición de que $\frac{\hat{n} \cdot \vec{r}'}{r} \ll 1$ ya la habíamos elaborado cuando expresamos que $|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|$. El denominador de la expresión (32) sí la podemos despreciar pero en el numerador lo podemos hacer ya que entra en la expresión de la FASE de las ondas.

Aun más si $\hat{n} \cdot \vec{r}' = r' \cos \theta$ entonces

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{e^{jkr}}{cr} \iint_{\text{Area}} \vec{J}^s(x', y') e^{-jk r' \cos \theta} dx' dy'$$

y si $\vec{r}' = \vec{x}' + \vec{y}'$ ⁽¹⁶⁾ entonces

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{e^{jkr}}{cr} \iint_{\text{Area}} \vec{J}(x', y') e^{-jk(x' \cos \alpha_x + y' \cos \alpha_y)} dx' dy'$$

(36)

Una vez conocido el vector de Potencial $\vec{A}(\vec{r})$ podemos calcular el campo eléctrico y magnético como antes, usando las relaciones

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \circ \quad \vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu} \quad (37)$$

$$y \quad \vec{E} = \vec{B} \times \hat{n} \quad \vec{E} = \frac{\nabla \times \vec{H}}{j\omega} \quad (38)$$

Entonces las expresiones para los campos en la ZONA DE RADIACION serán:

$$\vec{E}(\theta, \phi) = \hat{\theta} \frac{j\omega e^{jkr}}{cr} \sin \theta \iint_{\text{Area}} \vec{J}(x', y') e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (x' \cos \alpha_x + y' \cos \alpha_y)} dx'$$

(39)

$$\vec{H}(\theta, \phi) = \hat{\phi} \frac{j\omega e^{jkr}}{r 4\pi} \sin \theta \iint_{\text{Area}} \vec{J}(x', y') e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (x' \cos \alpha_x + y' \cos \alpha_y)} dx'$$

(40)

donde $\mu = \frac{4\pi}{c^2}$

$$\text{Sea } \cos \alpha_x = \psi_x$$

$$\cos \alpha_y = \psi_y$$

y sea $x'_\lambda \equiv \frac{x'}{\lambda}$ ES DECIR, x' SERÁ MEDIDO EN
 λ NUMERO DE λ 'S.

$$dx' = \lambda dx'_\lambda \quad ; \quad dy' = \lambda dy'_\lambda$$

$$\vec{E}(\theta, \phi) = \hat{\theta} \frac{j\omega e^{jkr}}{c^2 r} \iint_{\text{Area}} \lambda^2 \hat{J}(x'_\lambda, y'_\lambda) e^{-j2\pi(x'_\lambda \psi_x + y'_\lambda \psi_y)} dx'_\lambda dy'_\lambda$$

Esta integral deliberadamente se presenta de esta forma que es del tipo TRANSFORMADA DE FOURIER

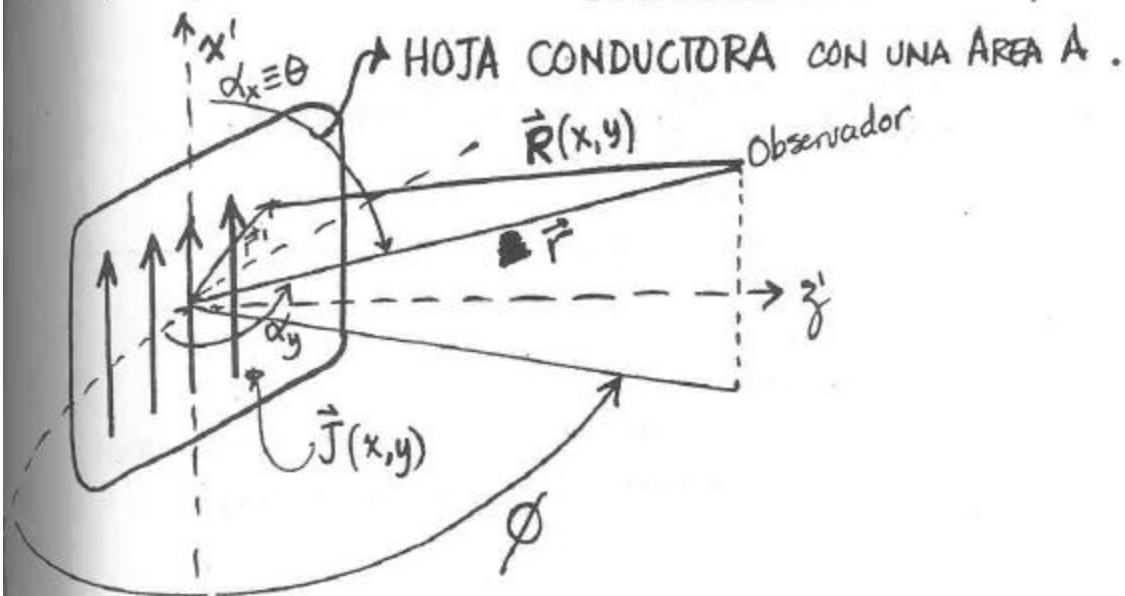
$$\vec{E}(\theta, \phi) = \hat{\theta} \frac{j\omega e^{jkr}}{c^2 r} \iint_{\text{Area}} \lambda^2 \hat{J}(x'_\lambda, y'_\lambda) e^{-j2\pi(x'_\lambda \psi_x + y'_\lambda \psi_y)} dx'_\lambda dy'_\lambda$$

Expresiones (41) y (42) son las expresiones del campo \vec{E} y \vec{B} en la ZONA DE RADIACIÓN ($|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|$) de una "HOJA CONDUCTORA con AREA bien definida, A."

3) Radiación emitida por una antena con una área definida.

Considérese una "hoja" hecha de un conductor eléctrico (ideal) que tenga una AREA bien definida en el plano x, y .

Una forma de atacar el problema de la distribución angular del campo eléctrico y magnético de esta "hoja" será el considerar a ésta hoja como la suma de varias "antenas lineales" o dipolos con



A estas antenas lineales se supone que se les alimenta con una corriente que en este caso se le denominará $\vec{J}(x,y)$ o sea la densidad de corriente.

La corriente en la dirección x sería $\vec{J} \cdot \hat{i}$ donde \hat{i} apunta en la dirección.

RADIO ASTRONOMÍA

LECCIÓN 13: RADIACIÓN EMITIDA POR UNA APERTURA

Bibliografía

1) Capítulo 4 "Electromagnetic Vibrations, Waves and Radiation", G. Bekefi & A.H. Barrett 1977 MIT Press

2) Capítulos 12 y 14 "Electromagnetics"
J.D. Kraus & K.R. Carver
1966 McGraw-Hill

Nota: la numeración de paginas es continúa de la lección 12
asimismo el numero de las ecuaciones

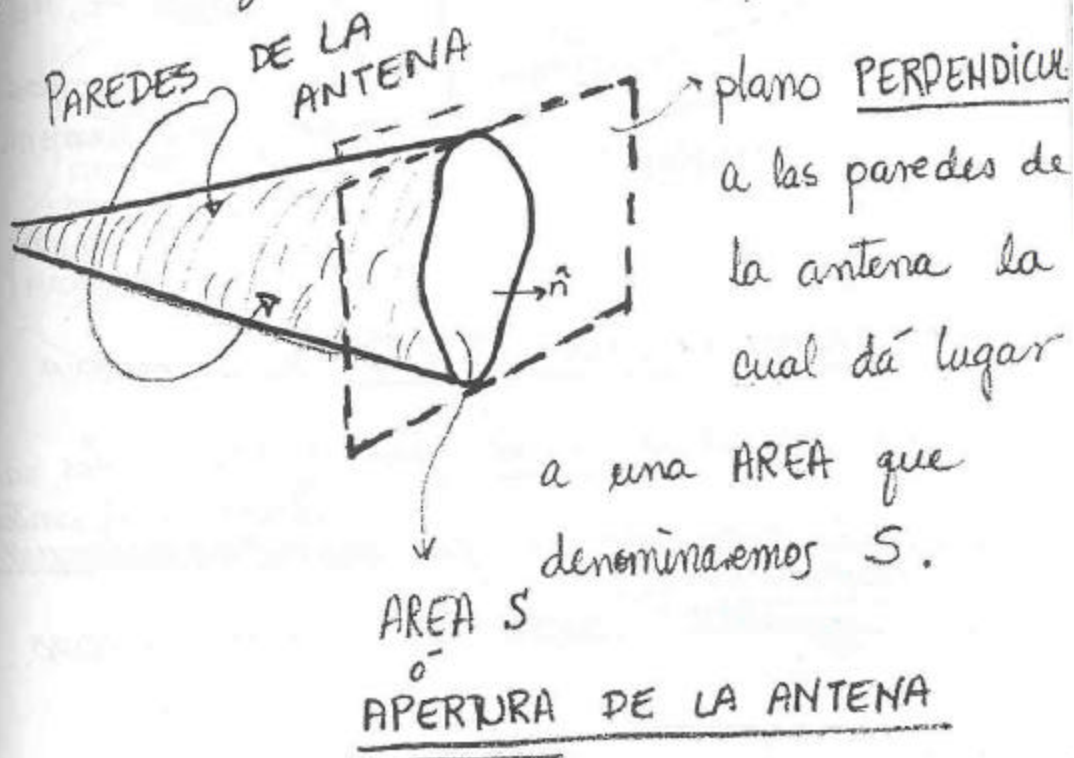
4) RADIACION EMITIDA POR UNA APERTURA (con una area bien definida.)

En general las expresiones (41) y (42) son la manera de obtener las distribuciones angulares de los campos, si y solo si se conocieran las distribuciones de la densidad de corriente sobre la HOJA CONDUCTORA.

La practica nos lleva generalmente el otro sentido en el cual la distribucion angular de los campos se conoce por algun medio y entonces se pueden obtener las expresiones de la densidad de corriente. Este es el caso de las ANTENAS REFLECTORAS (como las PARABOLAS) o de lo que nosotros habiamos llamado ANTENAS SECUNDARIAS, en algunos casos.

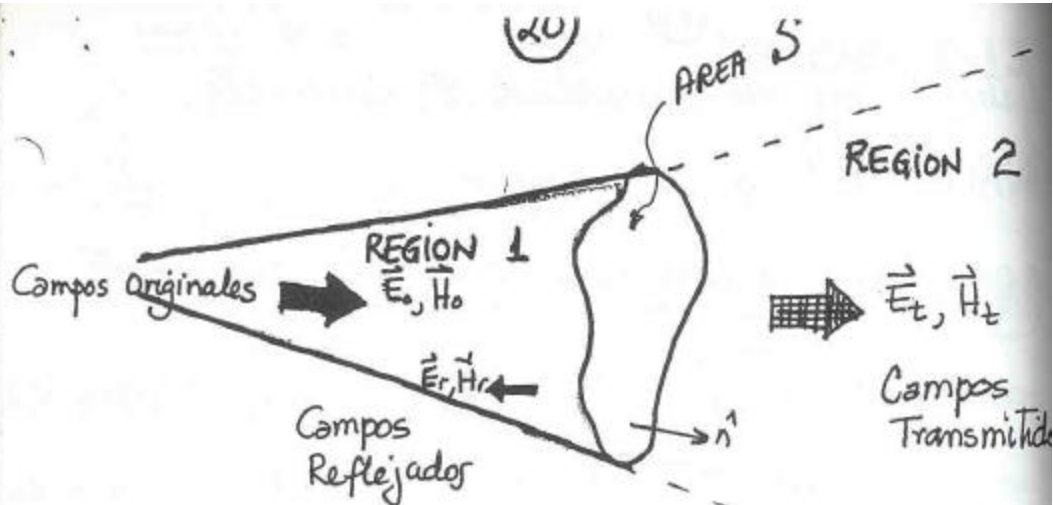
Aquí seguiremos la linea de encontrar

la distribución de densidad de corriente
"EQUIVALENTE" a los campos en la apertura.
Por apertura queremos decir lo siguiente:



\hat{n} vector unitario PERPENDICULAR al plano y obviamente
al area S.

Nuestra antena la dividiremos en ~~dos~~ DO.
regiones donde existirán campos Electricos y
Magneticos.



La REGION 1 ESTÁ DENTRO DE LA ANTENA

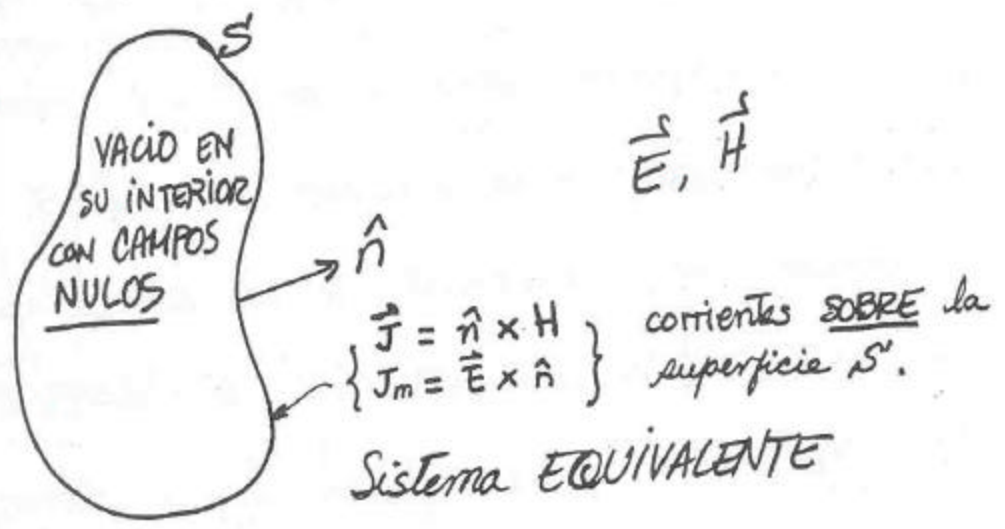
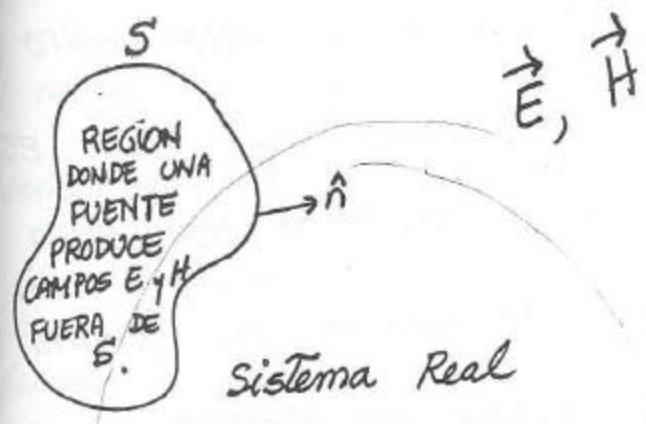
MIENTRAS QUE LA REGION 2 ESTA FUERA. Los campos

\vec{H}_0 son aquellos campos que ~~existirían si la antena~~ ^{existirían si la antena} ~~no existiera indefinidamente~~ ^{no existiera indefinidamente} ~~sin~~ ^{sin} ~~que~~ ^{que} HUBIERA la DISCONTINUIDAD.

Antena se termina en una Area S entonces los campos en la región 1 serán la SUMA de los campos originales y los campos reflejados.

En la región 2 los campos serán los campos transmitidos. NO HAY CARGAS NI CORRIENTES en la superficie ó area S y POR LO TANTO los campos DEBEN FORZOSAMENTE SER CONTÍNUOS A TRAVÉS DE ESTA FRONTERA.

esto nos refiere directamente al PRINCIPIO DE HUYGEN
 que textualmente nos dice:



(22)

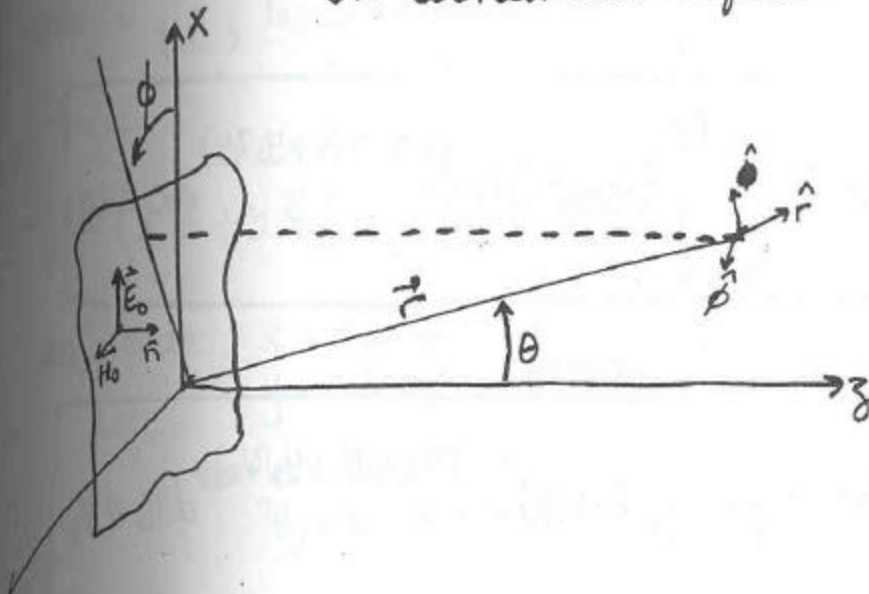
CONSIDERESE LA FUENTE O FUENTES (DE CAMPOS ELÉCTRICOS Y MAGNÉTICO FUERA DEL VOLUMEN V CON UNA ÁREA S) ENCERRADAS O DENTRO DE UN VOLUMEN FINITO (V') RODEADO POR UNA ÁREA CERRADA S' , TODO ESTO EN MEDIO DE UN MEDIO ISOTRÓPICO, HOMOGÉNEO, COMO LO SERÍA EL VACÍO. DE ACUERDO AL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN NOSOTROS PODEMOS QUITAR LAS FUENTES DE ESTE VOLUMEN Y REEMPLAZARLAS POR UNA "HOJA DELGADA" QUE COINCIDA CON LA SUPERFICIE S . LA MAGNITUD Y DISTRIBUCIÓN DE LAS CORRIENTES DEBE SER TAL QUE PRODUZCA LA MISMA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE \vec{E} Y \vec{H} FUERA DE S COMO CUANDO EXISTIERAN LAS FUENTES DENTRO DE S' . A ESTA DISTRIBUCIÓN DE CORRIENTES SE LE CONOCE COMO LA DISTRIBUCIÓN DE DENSIDAD DE CORRIENTE "EQUIVALENTE" Y LOS CAMPOS \vec{E} Y \vec{H} FUERA DE S SE PUEDEN CALCULAR EN TÉRMINOS DE ESTAS CORRIENTES EQUIVALENTES, SOBRE LA SUPERFICIE (S).

(w)

Este principio de equivalencia en si descansa sobre un teorema dentro de la Teoría Electromagnética que nos dice:

"Los campos en una región estarán determinados unívocamente por las fuentes dentro de la región mas las componentes tangenciales de \vec{E} sobre la superficie S que contiene a la región o las componentes tangenciales de \vec{H} sobre S o las componentes tangenciales de \vec{E} sobre parte de la superficie y sobre el resto de la superficie las componentes tangenciales de \vec{H} ."

En coordenadas esféricas



(24)

Las expresiones FINALES para los campos eléctrico y magnético son:

$$\vec{E}(\theta, \phi) = j \frac{2\pi c}{\omega r} e^{jk_r r} (1 + \cos\theta) (\cos\phi \hat{\theta} - \sin\phi \hat{\phi}) \iint_{\text{Area } S} E_x(x_\lambda, y_\lambda) e^{-j2\pi(x_\lambda \psi_x + y_\lambda \psi_y)} dx_\lambda dy_\lambda$$

$$\vec{H}(\theta, \phi) = \hat{r} \times \frac{c}{4\pi} \vec{E}(\theta, \phi) \quad (44)$$

o si uno hace la sustitución siguiente

$$\vec{k} = j \frac{2\pi c}{\omega r} e^{jk_r r} (1 + \cos\theta) (\cos\phi \hat{\theta} - \sin\phi \hat{\phi}) \quad (45)$$

entonces

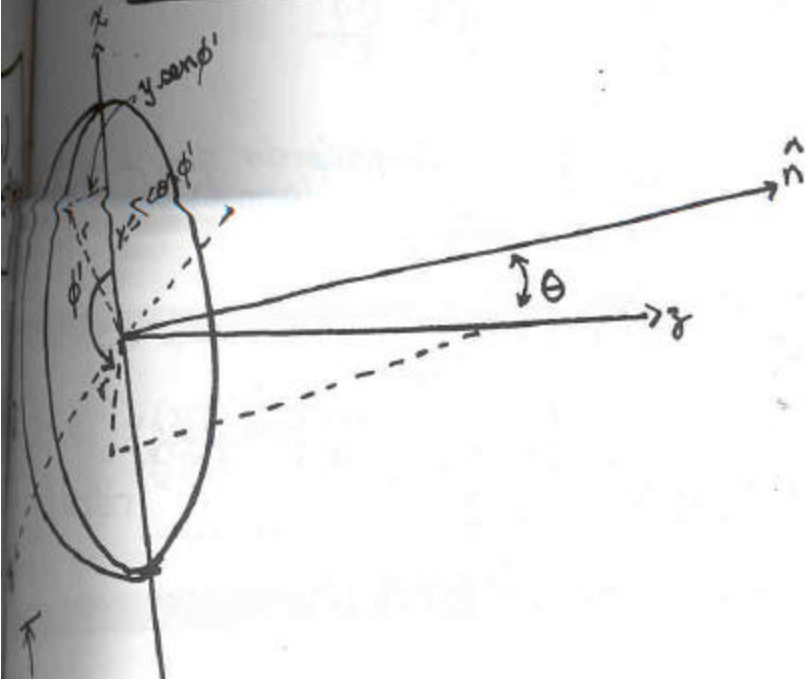
$$\vec{E}(\theta, \phi) = \vec{k} \iint_{\text{Area } S} E_x(x_\lambda, y_\lambda) e^{-j2\pi(x_\lambda \psi_x + y_\lambda \psi_y)} dx_\lambda dy_\lambda$$

y su transformada inversa

$$\vec{E}(x_\lambda, y_\lambda) \approx \frac{1}{k} \iint_{\Omega} E(\theta, \phi) e^{j2\pi(x_\lambda \psi_x + y_\lambda \psi_y)} d\psi_x d\psi_y$$

(25)

Para bien, considérese el caso de una antena parabólica
con una APERTURA CIRCULAR como se muestra en la figura



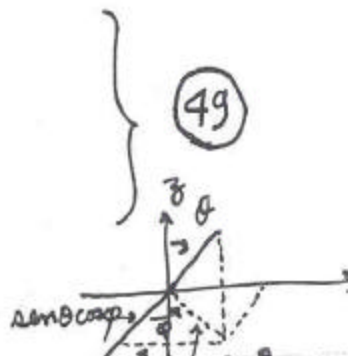
Las coordenadas en la ZONA DE RADIACIÓN seguirán
siendo θ y ϕ ; las coordenadas en la apertura serán r, ϕ' .
entonces

$$j \frac{2\pi}{\lambda} (x \psi_x + y \psi_y) = j \frac{2\pi r}{\lambda} \text{sen} \theta (\cos \phi \cos \phi' + \text{sen} \phi \text{sen} \phi') \quad (48)$$

en donde

$$\begin{aligned} x &= r \cos \phi' \\ y &= r \text{sen} \phi' \end{aligned}$$

• $\psi_x = \text{sen} \theta \cos \phi$
 $\psi_y = \text{sen} \theta \text{sen} \phi$



(6)

$$j \frac{2\pi}{\lambda} (x \psi_x + y \psi_y) = j \frac{2\pi r}{\lambda} \sin \theta \cos(\phi - \phi')$$

$$\text{Sea } q = \frac{2r}{D} \quad r = \frac{Dq}{2}$$

$$\therefore dr = \frac{D}{2} dq \quad \text{suponiendo que el campo}$$

eléctrico es $\vec{E}_x(r) \hat{x}$ entonces tenemos que:

La DIRECTIVIDAD $D(f, \theta, \phi) = \frac{U(f, \theta, \phi)}{U_{\text{prom}}}$ estará expresada

como

$$D(f, \theta, \phi) = \frac{\pi (1 + \cos \theta)^2}{\lambda^2} \left\{ \frac{\iint \vec{E}_x(r) e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (x \psi_x + y \psi_y)} r dr d\phi'}{\iint_{\text{Area } S} |\vec{E}_x(r)|^2 r dr d\phi'} \right\}$$

$$= \frac{\pi (1 + \cos \theta)^2}{\lambda^2} \left\{ \frac{\left| \frac{D^2}{2^2} \int_0^1 \int_0^{2\pi} E_x e^{j \left(\frac{\pi D q}{\lambda} \sin \theta \right) \cos(\phi - \phi')} q dq d\phi' \right|^2}{\iint_{\text{Area } S} |\vec{E}_x(r)|^2 r dr d\phi'} \right\}$$

$$D(f, \theta, \phi) = \frac{\pi (1 + \cos \theta)^2}{\lambda^2} \left\{ \frac{\left| \frac{D^2}{2^2} 2\pi \int_0^1 E_x J_0 \left(\frac{\pi q D}{\lambda} \sin \theta \right) q dq \right|^2}{\iint_{\text{Area}} |\vec{E}_x(r)|^2 r dr d\phi'} \right\}$$

donde:

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(x \cos \phi) d\phi$$

$$D(f, \theta, \phi) = \frac{\pi (1 + \cos \theta)^2}{\lambda^2} \frac{\left| E_x \frac{\pi D^2}{2\lambda} \frac{J_1\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right|^2}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 |E_x|^2} \quad (27) \quad (54)$$

$$\leq \frac{\pi}{\lambda^2} (1 + \cos \theta)^2 \frac{\cancel{|E_x|^2} \pi \left(\frac{D^2}{2\lambda}\right)^2 \left[\frac{J_1\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right]^2}{\cancel{\lambda^2 \left(\frac{D^2}{2}\right)^2 |E_x|^2}} \quad (55)$$

$$D(f, \theta, \phi) \leq \left(\frac{\pi D}{2\lambda}\right)^2 (1 + \cos \theta)^2 \left[\frac{J_1\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta\right)}{\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta\right)} \right]^2 \quad (56)$$

Para obtener la directividad máxima ~~se~~ calculamos
 $D(f, \theta=0, \phi=0)$

$$D(f, 0, 0) \leq \frac{\pi^2 D^2}{4 \lambda^2} \leq \frac{4\pi}{\lambda^2} A_f \quad (57)$$

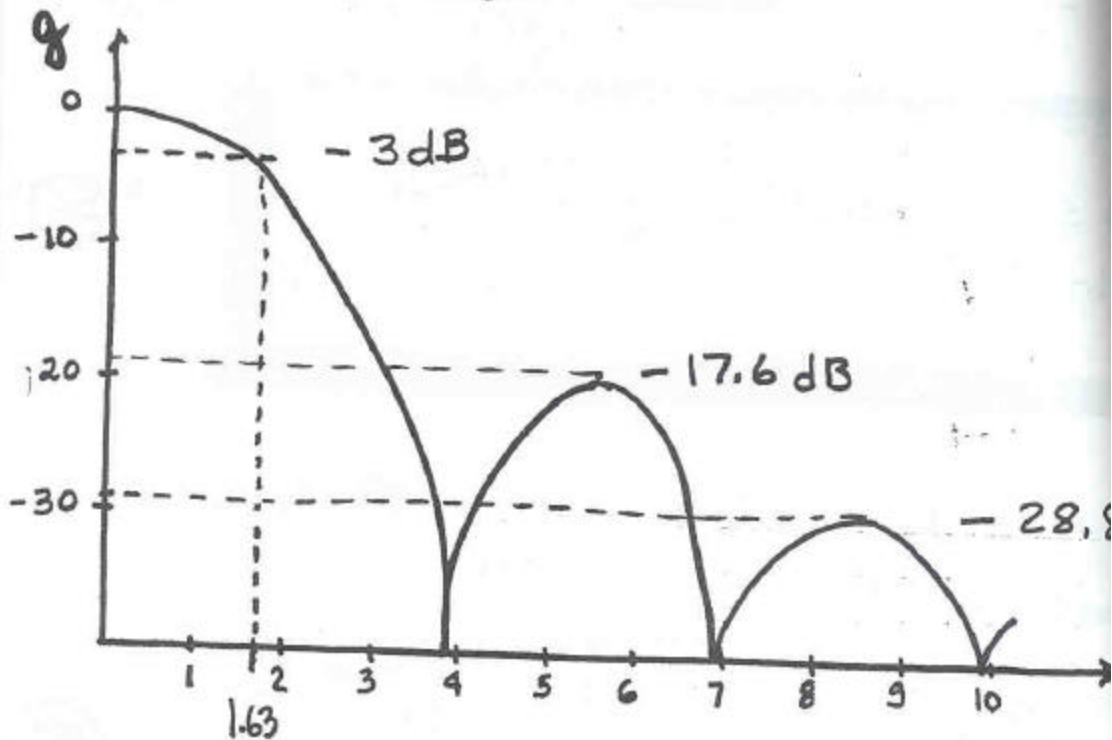
Donde $A_f = \frac{\pi D^2}{4}$

J_0 y J_1 son funciones de Bessel.

(28)

$$D(f, \theta, \phi) \approx \left\{ \frac{\pi D}{2\lambda} (1 + \cos\theta) \right\}^2 \left[\frac{J_1 \left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta \right)}{\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta \right)} \right]^2$$

Si se grafica esta función, aparecerá como en donde $(1 + \cos\theta)$ se ha despreciado suponiendo a la antena suficientemente delgada. $\cos\theta \approx 1 \Rightarrow 1 + \cos\theta = 2$.



$$g = 10 \log \frac{P_s}{P_i}$$

$$\text{Si } P_s = 0.017 P_i$$

$$g = -17.6 \text{ dB}$$

$$\text{Si } P_s = 0.5 P_i$$

$$g = -3 \text{ dB}$$

(29)

58 Una función empírica para $E_x(r)$ que da funciones de directividad realistas sería

$$E_x(r) = \left(1 - \frac{r^2}{D}\right)^p$$

(59)

la cual nos daría directividades como

$$D(f, \theta, \phi) \propto \frac{J_{p+1}\left(\frac{\pi D}{\lambda} \operatorname{sene} \theta\right)}{\left(\frac{\pi D}{\lambda} \operatorname{sene} \theta\right)^{p+1}}$$

(60)

De donde se obtendrían los siguientes valores:

p	θ_H (Potencia Media)	θ (Posición del primer cero)	dB debajo del máximo Primer Lóbulo Secundario	η_A
0	1.02 $\left(\frac{\lambda}{D}\right)$	1.22 $\left(\frac{\lambda}{D}\right)$	17.6	1.00
1	1.27 $\left(\frac{\lambda}{D}\right)$	1.63 $\left(\frac{\lambda}{D}\right)$	24.6	0.75
2	1.47 $\left(\frac{\lambda}{D}\right)$	2.03 $\left(\frac{\lambda}{D}\right)$	30.6	0.56
3	1.65		-	0.44

TABLA ORIGINALMENTE CALCULADA POR SILVER EN SU LIBRO "MICROWAVE ANTENNA THEORY AND DESIGN" MCGRAW HILL (1949)

¡ AQUÍ ES EL ANCHO TOTAL ANGULAR. ES DECIR $\theta_{10} = 2\theta$

METHODS OF EXPERIMENTAL PHYSICS
 VOLUME 12, PART B "RADIO TELESCOPE"

Editor Meeks. Academic Press

1.3. ANALYSIS OF PARABOLOIDAL-REFLECTOR SYSTEMS

37 1976

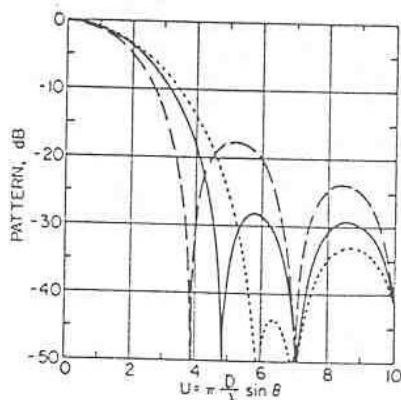


FIG. 5. Pattern of paraboloid illuminated by TE_{11} feed with $F/D = 0.4$ and $a/\lambda = 0.5$. The solid line represents the H -plane, the dotted line the E -plane, and the dashed line uniform illumination.

of interest to the radio astronomer. The H -plane sidelobes are considerably lower than the sidelobes for uniform illumination, and the E -plane sidelobes are still lower.

A comparison of the H -plane patterns for four optimized F/D values is plotted in Fig. 6. As the F/D decreases from 0.65 to 0.25, the edge taper increases [cf. Table I]. Consequently, the main beam broadens and the first sidelobe drops until it gradually merges into the second sidelobe.

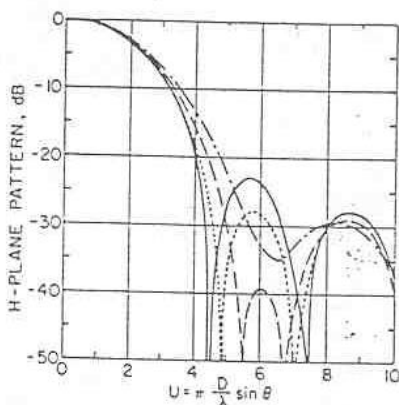


FIG. 6. H -plane pattern of paraboloid illuminated by TE_{11} feed: —, $a/\lambda = 0.72$, $F/D = 0.65$; ···, $a/\lambda = 0.50$, $F/D = 0.40$; ---, $a/\lambda = 0.42$, $F/D = 0.30$; - · -, $a/\lambda = 0.40$, $F/D = 0.25$.

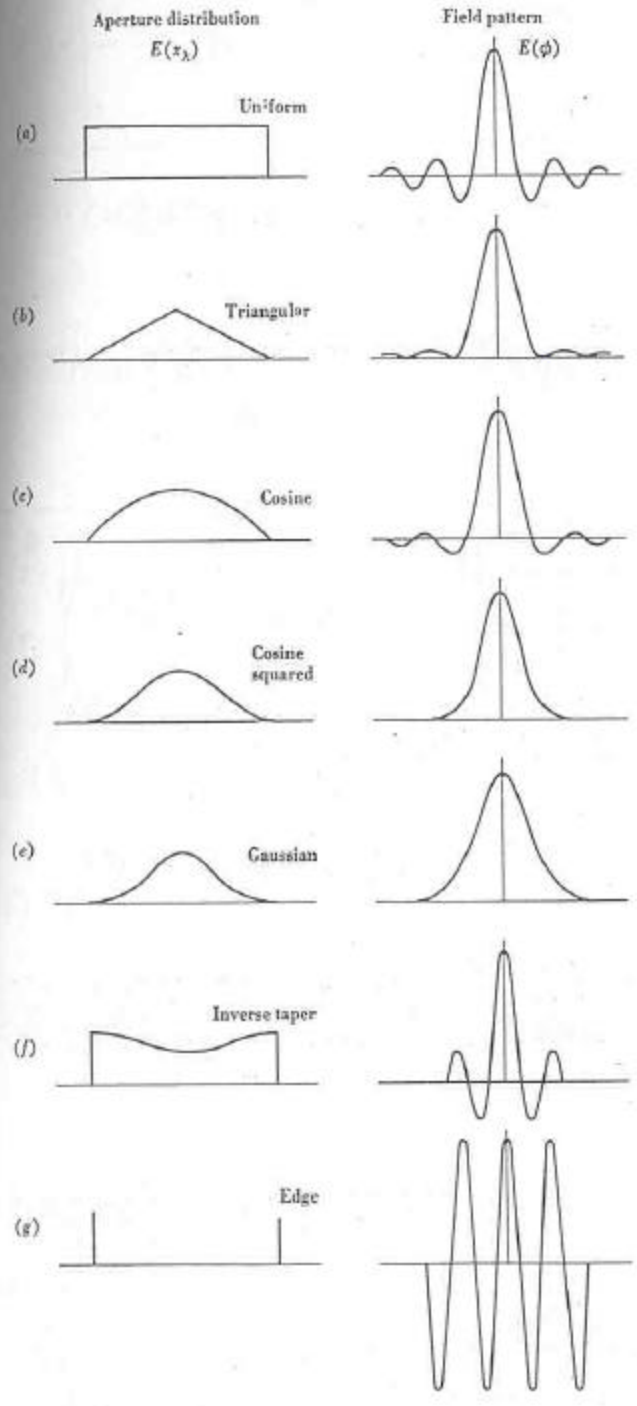


Fig. 6-9. Different aperture distributions with associated antenna patterns.

①

TRANSFORMADA DE FOURIER

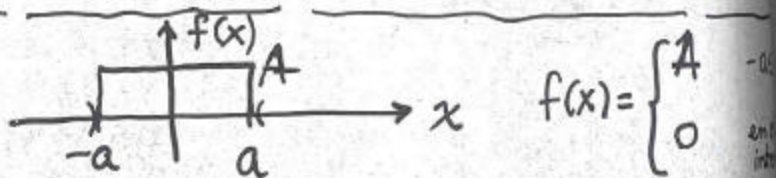
$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i 2\pi x s} dx \quad \dots$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(s) e^{i 2\pi x s} ds \quad \dots$$

$$e^{-i 2\pi x s} = \cos 2\pi x s - i \operatorname{sen} 2\pi x s$$

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos 2\pi x s dx - i \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \operatorname{sen} 2\pi x s dx$$

Ejemplo



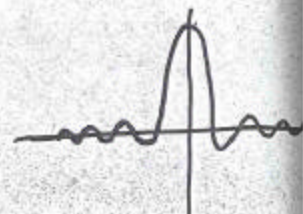
$$F(s) = A \int_{-a}^a \cos 2\pi x s dx - i A \int_{-a}^a \operatorname{sen} 2\pi x s dx$$

$$= \frac{A}{2\pi s} \operatorname{sen} 2\pi x s \Big|_{-a}^a - i \frac{A}{(-2\pi s)} \cos 2\pi x s \Big|_{-a}^a$$

$$= \frac{A}{2\pi s} (\operatorname{sen} 2\pi a s - \operatorname{sen} 2\pi(-a)s) + i \frac{A}{2\pi s} (\cos 2\pi a s - \cos 2\pi(-a)s)$$

$$= \frac{2A}{2\pi s} \operatorname{sen} 2\pi a s + 0$$

$$F(s) = 2aA \frac{\operatorname{sen} 2\pi a s}{2\pi a s}$$



FUNCIONES DE BESSEL

$$\int_0^{2\pi} E_x e^{j \left(\frac{\pi D}{\lambda} \text{seno} \right) \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' \quad \dots \dots \dots (1)$$

Si $A = \frac{\pi D}{\lambda} \text{seno}$, la ec (1) queda:

$$E_x \int_0^{2\pi} e^{j A \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' \quad \dots \dots \dots (2)$$

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN DE BESSEL

$$J_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! \Gamma(n+k+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2k} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$n \neq \text{entero}$

$$J_n(x) = \frac{x^n}{2^n n!} \left\{ 1 - \frac{x^2}{2^2 \cdot 1! (n+1)} + \frac{x^4}{2^4 \cdot 2! (n+1)(n+2)} - \dots \right\}$$

$n = \text{entero}$

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad \dots \dots \dots (5)$$

Si $n=0$ y $n=1$

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{2^2 (1!)^2} + \frac{x^4}{2^4 (2!)^2} - \frac{x^6}{2^6 (3!)^2} + \dots (6)$$

$$J_1(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 1! 2!} + \frac{x^5}{2^5 2! 3!} - \frac{x^7}{2^7 3! 4!} + \dots (7)$$

En especial:

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi i^n} \int_0^{2\pi} e^{jx \cos \varphi} e^{-j n \varphi} d\varphi \quad \dots (8)$$

$$n=0 \quad J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{jx \cos \varphi} d\varphi \quad \dots \dots \dots (9)$$

③

Más funciones de Bessel

$$\frac{d}{dx} [x J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$$

para $n=1$ $\frac{d}{dx} [x J_1(x)] = x J_0(x)$

$$\int x J_0(x) dx = x J_1(x)$$

Ejemplo:

$$\int_0^1 J_0\left(\frac{\pi D}{\lambda} \rho \operatorname{sen} \theta\right) \rho d\rho \quad \text{--- (E1)}$$

sea $\rho\left(\frac{\pi D}{\lambda} \operatorname{sen} \theta\right) = x$ --- (E2)

$$d\rho = \frac{dx}{\frac{\pi D \operatorname{sen} \theta}{\lambda}} \quad \text{--- (E3)}$$

Substituyendo:

$$\int_0^1 J_0\left(\frac{\pi \rho D}{\lambda} \operatorname{sen} \theta\right) \rho d\rho = \int_0^{\frac{\pi D \operatorname{sen} \theta}{\lambda}} \frac{J_0(x) x dx}{\left(\frac{\pi D \operatorname{sen} \theta}{\lambda}\right)^2} \quad \text{---}$$

Usando la propiedad (12), nos queda

$$\int_0^1 J_0\left(\frac{\pi \rho D}{\lambda} \operatorname{sen} \theta\right) \rho d\rho = \frac{J_1\left(\frac{\pi D}{\lambda} \operatorname{sen} \theta\right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \operatorname{sen} \theta}$$

$$\vec{E}(\theta, \varphi) = \frac{(1 + \cos\theta)}{r} e^{jkr} \iint_{\text{area}} E(x_1, y_1) e^{-j2\pi(x_1\psi_x + y_1\psi_y)} dx_1 dy_1 (\cos\varphi \hat{\theta} - \sin\varphi \hat{\varphi}) \quad (1)$$

$$\vec{H} = \hat{r} \times \frac{c}{4\pi} \vec{E}$$

$$= \frac{j\lambda c}{4\pi r} e^{jkr} \iint_{\text{area}} E(x_1, y_1) e^{-j2\pi(x_1\psi_x + y_1\psi_y)} dx_1 dy_1 \hat{r} \times (\cos\varphi \hat{\theta} - \sin\varphi \hat{\varphi}) \quad (2)$$

$$\vec{H} = \frac{j\lambda c}{4\pi r} e^{jkr} \mathcal{G}(\psi_x, \psi_y) (\sin\varphi \hat{\theta} + \cos\varphi \hat{\varphi}) \quad (3)$$

en donde

$$\mathcal{G}(\psi_x, \psi_y) = \iint_{\text{area}} E(x_1, y_1) e^{-j2\pi(x_1\psi_x + y_1\psi_y)} dx_1 dy_1$$

$$\vec{H}^* = -\frac{j\lambda c}{4\pi r} \mathcal{G}^*(\psi_x, \psi_y) e^{-jkr} (\sin\varphi \hat{\theta} + \cos\varphi \hat{\varphi}) \quad (4)$$

Los campos que oscilen en el tiempo, se toma el promedio y nos que

$$S(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (5)$$

$$= \frac{\lambda^2 c}{4\pi r^2} \frac{1}{2} \mathcal{G}(\psi_x, \psi_y) \mathcal{G}^*(\psi_x, \psi_y) (1 + \cos\theta)^2 \hat{r} \quad (6)$$

$$S(\theta, \varphi) = \frac{\lambda^2 c}{8\pi r^2} (1 + \cos\theta)^2 \left| \iint E(x_1, y_1) e^{j2\pi(x_1\psi_x + y_1\psi_y)} dx_1 dy_1 \right|^2 \hat{r} \quad (7)$$

$$(\vec{S} \cdot \hat{r}) r^2 d\Omega = dP \quad (8)$$

$$\int (\vec{S} \cdot \hat{r}) r^2 d\Omega = \text{Potencia} \quad (9)$$

RADIO ASTRONOMÍA ()

ON #14

TEMA IV: RECEPTORES EN RADIO ASTRONOMÍA:
Tipos y generalidades

BIBLIOGRAFÍA: Capítulo 7) "Radio Astronomy" de Krause

A TRATAR:

- a) RECEPTORES EN RADIO ASTRONOMÍA
- b) RECEPTOR SENCILLO (POTENCIA TOTAL)
- c) RECEPTOR DEL TIPO DICKE
- d) TEMPERATURA DE SISTEMA
- e) TEMPERATURA DE ANTENA
- f) TEMPERATURA DE "RUIDO" DEL RECEPTOR
- g) RECEPTOR DEL TIPO "CORRELADOR"

(2)

RECEPTORES EN RADIOASTRONOMÍA O COMUNMENTE LLAMADOS RADIOMETROS SON EL CONJUNTO DE ELEMENTOS ELECTRÓNICOS QUE PROCESAN LA SEÑAL HASTA QUE ESTE LISTA PARA QUE EL RADIOASTRONOMO TRABAJE CON ELLA (CALIBRARLA, GRAFICARLA, PROCESARLA, ETC)

DEBIDO A QUE LA SEÑAL QUE SE RECIBE ES MUY DÉBIL UNO DE LOS PRINCIPALES REQUISITOS DE UN RADIOMETRO ES QUE TENGA ALTA SENSITIVIDAD (ES DECIR, QUE SEA CAPAZ DE OBSERVAR SEÑALES DÉBILES) Y QUE TENGA GRAN ESTABILIDAD (PAR PRESERVAR LA FASE DE LAS ONDAS QUE ESTÁN LLEGANDO).

UN DIAGRAMA DE UN RECEPTOR SENCILLO SERÍA EL QUE SE MUESTRA EN LA SIGUIENTE PAGINA:

$$\text{DONDE } \nu_{FI} = |\nu_0 - \nu_{RF}|$$

ES DECIR LA FRECUENCIA INTERMEDIA, ν_{FI} , ES TAL QUE ES YA SEA LA SUMA O LA DIFERENCIA ENTRE LA FRECUENCIA ORIGINAL O RADIO FRECUENCIA, ν_{RF} Y LA FRECUENCIA DEL OSCILADOR LOCAL ν_0 . ESTA ÚLTIMA SE ESCOJE MUY CERCANA A ν_{RF} DE TAL FORMA QUE LA DIFERENCIA FUESE MUY PEQUEÑA EN COMPARACION CON FRECUENCIA ORIGINAL, ES DECIR $\nu_{FI} \ll \nu_{RF}$.

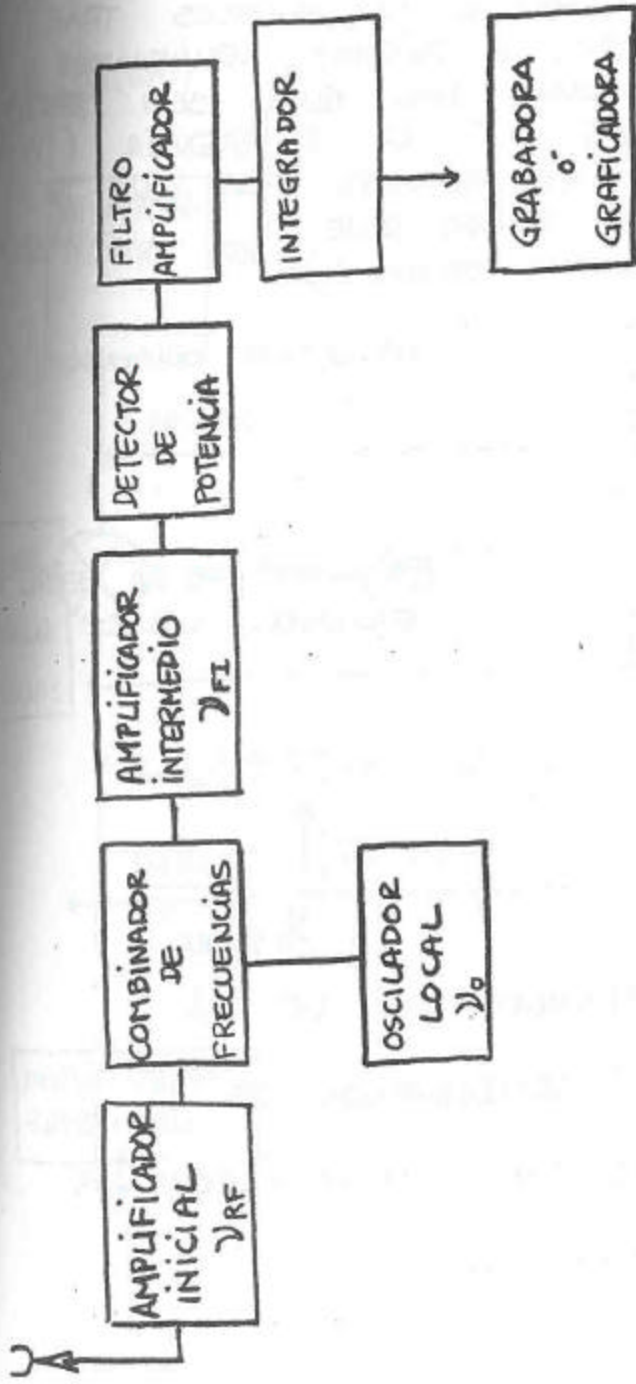
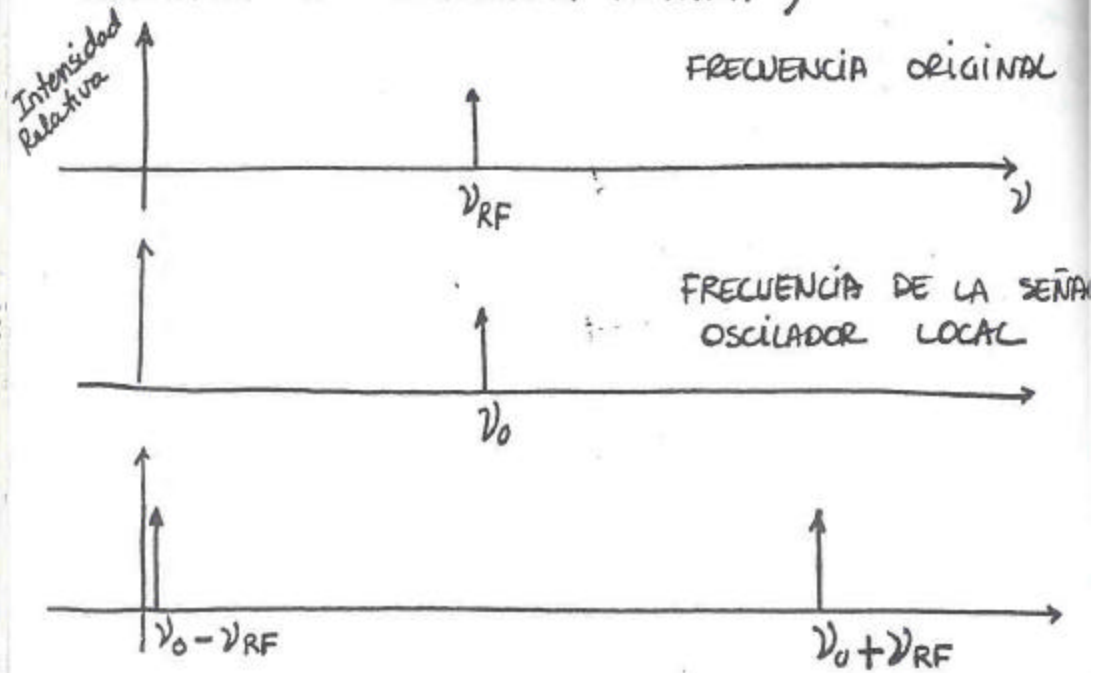


Fig 1 RADIO RECEPTOR COMUNNEMENTE CONOCIDO COMO
 RECEPTOR TIPO SUPERHETERODINO
 (SUPER HETERODYNE RECEIVER)

(4)

EL NOMBRE DE SUPERHETERODINO SE DEBE AL HECHO DE COMBINAR O MULTIPLICAR LA SEÑAL ORIGINAL CON UNA FRECUENCIA ν_{RF} CON UNA SEÑAL PROVEN DEL OSCILADOR LOCAL CON UNA FRECUENCIA ν_0 . ES COMBINACIÓN/MULTIPLICACIÓN DE LAS SEÑALES TRAE CONSIGO QUE LA SEÑAL O SEÑALES RESULTANTES TENGAN UNA FRECUENCIA TAL QUE SEA LA SUMA $(\nu_0 + \nu_{RF})$ O LA DIFERENCIA $(\nu_0 - \nu_{RF})$ DONDE USAMOS EL VALOR ABSOLUTO POR QUE ν_0 PUEDE SER MAYOR O MENOR QUE ν_{RF} . (OBIAMENTE QUEREMOS UNA FRECUENCIA POSITIVA.)



FRECUENCIAS RESULTANTES DE LA MULTIPLICACION O COMBINACION DE LA FRECUENCIA ORIGINAL ν_{RF} CON LA FRECUENCIA DEL OSCILADOR LOCAL ν_0 .

(5)

PARA VER COMO SE OBTIENEN ESTAS FRECUENCIAS RESULTANTES, SOLO DEBEMOS PENSAR EN SEÑALES SINUSOIDALES:

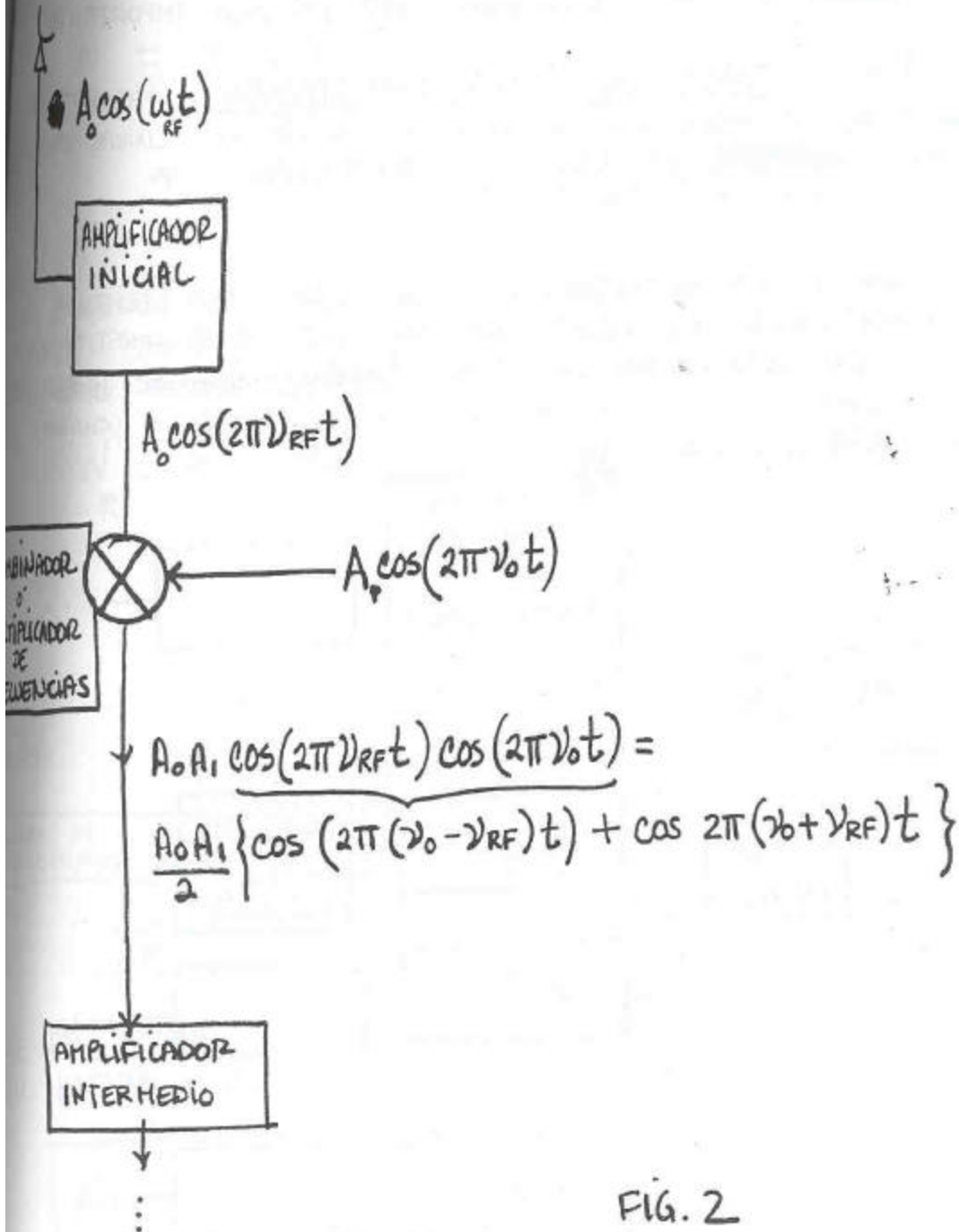


FIG. 2

6

DESDE UN PUNTO DE VISTA RADIO ASTRONÓMICO EXISTEN DOS TIPOS DE RECEPTORES

a) RECEPTORES DE CONTINUO ES DECIR RECEPTORES QUE RECIBEN RADIACIÓN DEL TIPO CONTINUO DONDE LA FRECUENCIA EXACTA SINTONIZADA NO ES TAN IMPORTANTE

b) RECEPTORES DE LINEAS ESPECTRALES: RECEPTORES QUE SON CAPACES DE RECIBIR RADIACIÓN DE LINEAS ESPECTRALES DONDE ~~RECIBIR~~ ES CRUCIAL SINTONIZAR LA FRECUENCIA EXACTA.

ESTOS ULTIMOS RECEPTORES CONSTAN DE UNA SERIE DE AMPLIFICADORES INTERMEDIOS EN PARALELO QUE CONSTITUYEN O SE CONOCEN CADA UNO COMO CANAL. ASÍ SE HABLA DE UN RECEPTOR DE 48 CANALES DE RECEPCIÓN O QUIERES DE 1024 CANALES ETC.

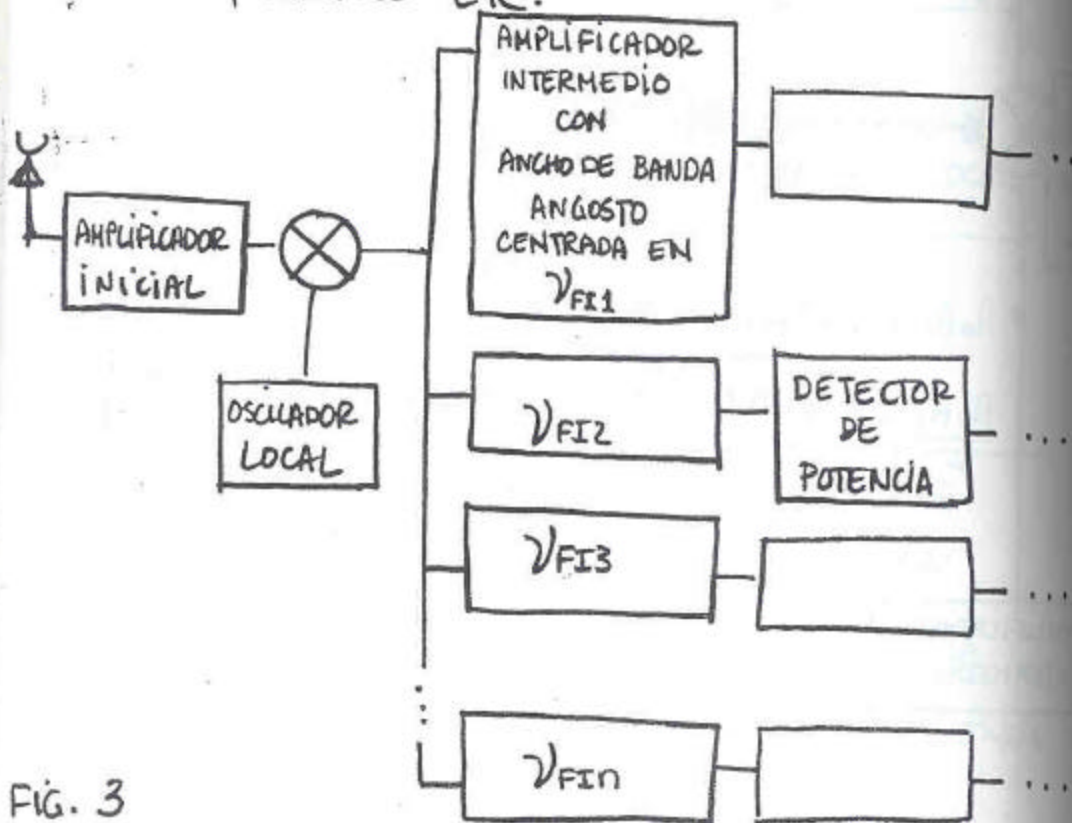


FIG. 3

RECEPTOR DE LINEA ESPECTRALES CON N CANALES

⑦

HABIAMOS MENCIONADO EN UNA LECCION ANTERIOR (EXPRESSION DE LA ~~LECCION~~ LECCION #) QUE LA ~~POTENCIA~~ DE LA ANTENA SE EXPRESABA COMO

$$W = k T_A \Delta \nu$$

①

DONDE $\Delta \nu$ ES EL ANCHO DE BANDA

T_A : TEMPERATURA DE ANTENA

k : CONSTANTE DE BOLZMANN

SIN EMBARGO EL RECEPTOR Y LA LINEA DE TRANSMISION TAMBIEN CONTRIBUYEN A UNA POTENCIA QUE EN ESTE CASO DENOMINAREMOS

$$W_R = k T_R \Delta \nu$$

②

DONDE T_R : ES LA TEMPERATURA DEL RECEPTOR



DE TAL FORMA QUE LA POTENCIA TOTAL DEBIDA A LA LINEA, ANTENA Y RECEPTOR SERA:

$$W_T = k (T_A + T_R) \Delta \nu$$

③

$$W_S = k \Delta T \Delta \nu$$

POTENCIA DEBIDA A UN CAMBIO EN LA TEMPERATURA DE ANTENA.

③a

$$T_{sys} = T_A + T_R$$

(8)

TEMPERATURA DEL SISTEMA

(4)

T_R A SU VEZ ES LA SUMA DE LAS TEMPERATURAS INTRODUCIDAS POR

LOS DIFERENTES APARATOS ELECTRONICOS COMO AMPLIFICADORES, COMBINADORES, FILTROS, ETC. SOPEADAS POR LA GANANCIA DE CADA UNO DE ELLOS.

ES DECIR, CONSIDERESE EL SISTEMA DE LA FIGURA EN LA PAGINA (3).

$$T_R = T_F + \frac{T_{RF}}{G_F} + \frac{T_M}{G_F G_{RF}}$$

(5)

DONDE T_F : TEMPERATURA (DE RUIDO) DE LA LINEA DE TRANSMISION DE LA ANTENA AL RECEPTOR

T_{RF} : TEMPERATURA (DE RUIDO) DE EL AMPLIFICADOR INICIAL (QUE AMPLIFICA LA SEÑAL CON UNA FRECUENCIA ν_{RF}).

T_M : TEMPERATURA (DE RUIDO) DEL COMBINADOR Y AMPLIFICADOR INTERMEDIO (SEÑAL CON UNA FRECUENCIA ν_{FI}).

G_F : GANANCIA DE POTENCIA DE LA LINEA DE TRANSMISION ($0 \leq G_F \leq 1$)

G_{RF} : GANANCIA DE POTENCIA DISPONIBLE DEL AMPLIFICADOR INICIAL.

9

PARA EL SISTEMA DEL TIPO MOSTRADO EN LA FIGURA 1. ES MUY DIFÍCIL DISTINGUIR ENTRE UN CAMBIO EN LA TEMPERATURA DE ANTENA (DEBIDA A LA SEÑAL DEL ESPACIO CELESTE) Y UN CAMBIO EN LA GANANCIA DEL RECEPTOR O UN CAMBIO EN EL ANCHO DE BANDA. ASÍ EN GENERAL SE TIENE:

$$\Delta T_{min} = T_{sys} \left[\frac{1}{B\gamma} + \frac{\Delta G}{G} + \frac{\Delta B}{B} \right]^{+\frac{1}{2}} \quad (6)$$

EN GENERAL SE TENDRÍA UN CAMBIO DE $\frac{\Delta G}{G} \sim 1\%$ POR LO TANTO SERÍA EL TÉRMINO DOMINANTE EN LA EXPRESIÓN PARA UN RECEPTOR SENCILLO. POR ESTO ESTE TIPO NO SE USA MUCHO PARA APLICACIONES DONDE ES IMPORTANTE LA SENSITIVIDAD. EN CAMBIO SÍ SE USA DONDE SE REQUIERE CHECAR LA ESTABILIDAD DE UN RECEPTOR RADIOASTRONÓMICO.

(10)

RECEPTOR DEL TIPO DICKE: Dicke y sus colaboradores fueron los primeros que diseñaron receptor que eliminara de cierta forma las FLUCTUACIONES introducidas por el receptor (ga). Su funcionamiento se fundamenta en que receptor se conecta tanto a la antena una señal de referencia (una resistencia una temperatura: T_c que diera una potencia. Este switcheo de una carga a otra se hace una frecuencia γ_M y si γ_M es mucho n que la frecuencia con la que ocurren las variaciones, entonces se recobrará la señal sin ningún efecto destructivo. (en general $10 < \gamma_M$ Sin embargo la sensibilidad ~~se reduce~~ empeora por un factor de 2.

$$\Delta T_{min} = \frac{2 T_{sis}}{\sqrt{BZ}}$$

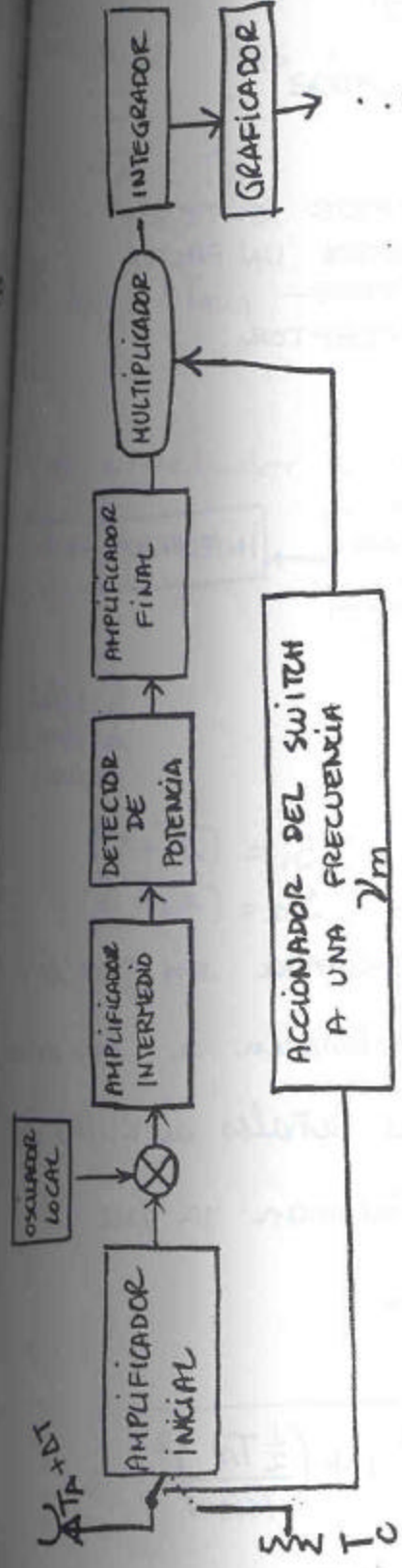


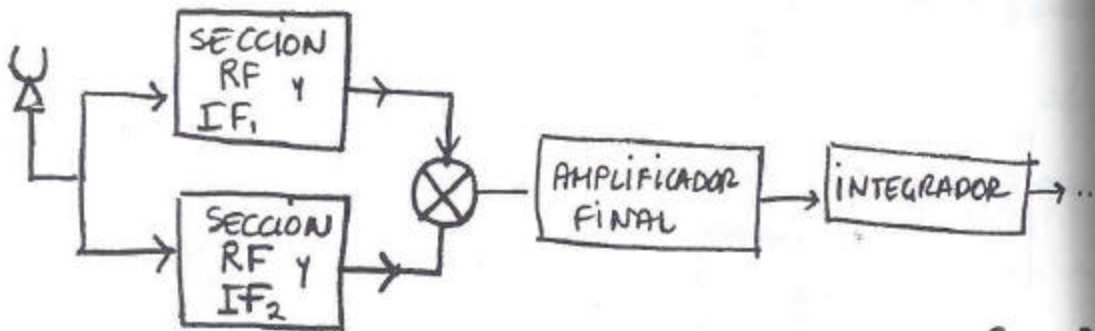
FIG 4.

RECEPTOR DEL TIPO DICKE

(12)

RECEPTOR DEL TIPO "CORRELADOR".

CUANDO EN LUGAR DE UN RECEPTOR SE TIENEN 2 DE LA MANERA MOSTRADA SE ~~PIERDE~~ UN FACTOR DE $\sqrt{2}$ EN LA SENSIBILIDAD DEL RECEPTOR



S: señal
A: señal
r: ruido

FIG 5. RECEPTOR TIPO "CORRELADOR"

$$S_1 = (A_1 + r_1)$$

$$S_2 = (A_2 + r_2)$$

El principio fundamental descansa en que se multiplican señales que pertenecen a las de al objeto celeste observado y las señales de RUIDO de los 2 receptores NO se correlacionan ya que son independientes unas de las otras.

en general

$$\Delta T_{\min} = \frac{\sqrt{2} T_{\text{sis}}}{\sqrt{B \tau}} \sqrt{1 + \left(\frac{\frac{1}{2} T_A}{T_{\text{sis}}}\right)^2}$$

$$S_1 S_2 = A_1 A_2 + A_1 r_2 + A_2 r_1 + r_1 r_2$$

en donde $T_{sis} = \frac{1}{2} T_A + T_R$ ⁽¹³⁾

Si $T_A < T_R$

$$\lim \Delta T_{min} \rightarrow \sqrt{2} \frac{T_{sis}}{\sqrt{B\tau}}$$

Este correlador se usa cuando T_A es pequeña.

EJEMPLO DEL PROCESAMIENTO DE LA SEÑAL EN UN RECEPTOR SUPERHETERODINO DE POTENCIA TOTAL.

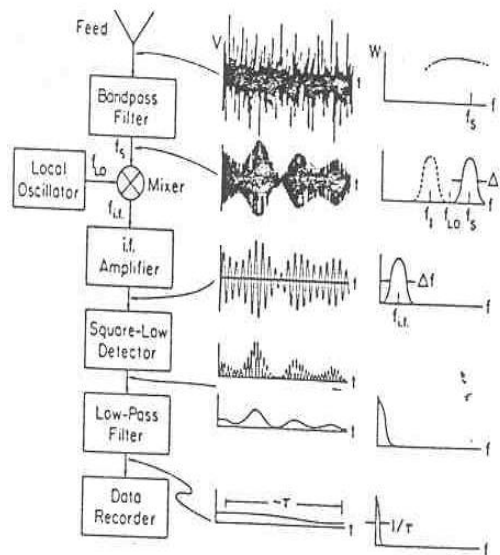


FIG. 1. Superheterodyne total-power receiver system showing a received signal and its spectrum as it passes through the receiver. (See the discussion in Section 3.1.4.)

Tomado de "Methods of Experimental Physics"
 Volumen 12 Parte B "Radio Telescopes"
 pagina 211.

Temperatura de Antena producida por el "cielo"
 como función de la frecuencia y/o inclinación.

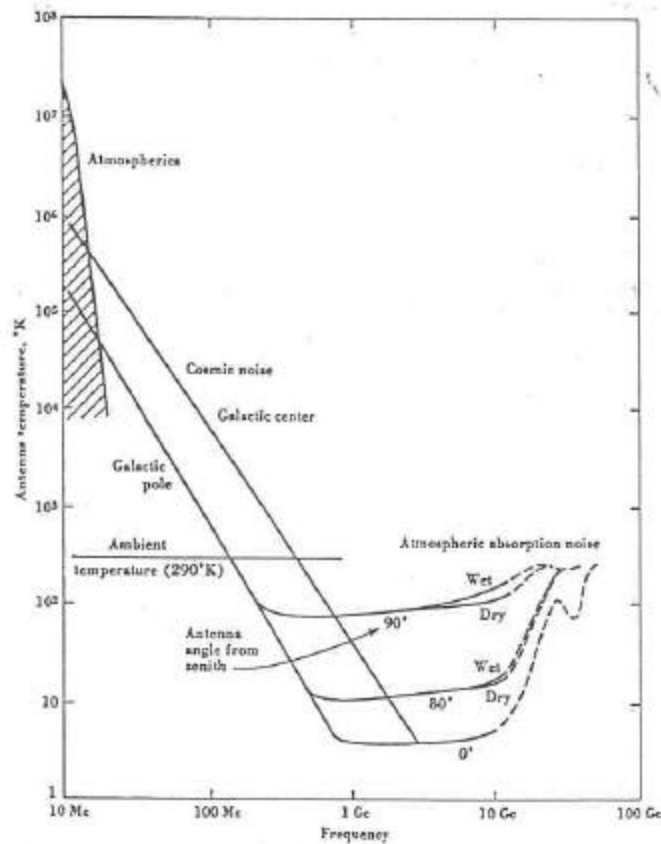


Fig. 7-1. Antenna sky noise temperature as a function of frequency and antenna angle. A beam angle (HPBW) of less than a few degrees and 100 percent beam efficiency are assumed. (After Kraus and Ko, 1957, cosmic noise below 1 Gc; Penzias and Wilson, 1965, and Dicke et al., 1965, cosmic noise above 1 Gc; Croom, 1964, atmospheric noise; and CCIR, 1964, atmospherics).

tomado de "Radio Astronomy" de Kraus 1966
 Capitulo 7. McGraw Hill.

Constante en la expresión de la sensibilidad de
varios receptores usados en RADIO ASTRONOMÍA.

Table 7-3
Sensitivity constants K_s of different
radio-telescope receivers†

Receiver type	K_s
Total-power receiver (Fig. 7-8)	1
Dicke receiver (Fig. 7-13), square-wave modulation, square-wave multiplication	2
Dicke receiver (Fig. 7-13), square-wave modulation, narrow-band video amplifier (sine-wave multiplication)	$\frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2.22$
Dicke receiver (Fig. 7-13), sine-wave power modulation, narrow-band video amplifier (sine-wave multiplication)	$2\sqrt{2} = 2.83$
Graham's receiver (Fig. 7-15), square-wave modulation, square-wave multiplication	$\sqrt{2} = 1.41$
Simple interferometer‡ (Fig. 7-18)	$\frac{1}{2}$
Correlation interferometer‡ (Fig. 7-19) (system noise temperature of one antenna and one receiver = T_{sys})	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.71$
Phase-switching interferometer (Fig. 7-20), square-wave switching and multiplication	2
Correlation receiver (Fig. 7-21) (antenna noise small in comparison to receiver noise)	$\sqrt{2} = 1.41$

† The constant K_s is defined by

$$\Delta T_{\min} = K_s \frac{T_{sys}}{\sqrt{\Delta\nu_{HF} t_{LF}}}$$

where T_{sys} is the system temperature, $\Delta\nu_{HF}$ is the predetection (high-frequency) equivalent bandwidth (see Table 7-1), t_{LF} is the postdetection (low-frequency) equivalent integration time (see Table 7-2), and ΔT_{\min} is the minimum detectable temperature (rms system temperature). An increase in sensitivity corresponds to a decrease in ΔT_{\min} .

‡ Two identical antennas.

tomada de "Radio Astronomy" de Krauss
McGraw Hill
Capítulo 7.

Diagramas básicos de receptores usados en Radio Astronomía.

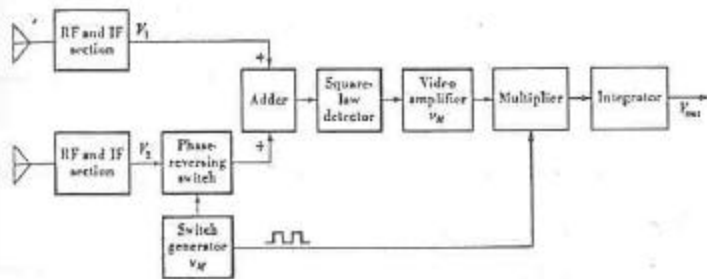


Fig. 7-20. Phase-switched receiver

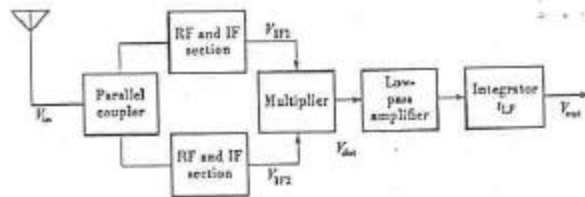


Fig. 7-21. Correlation receiver.

Tomados de "Radio Astronomy" de Krauss
 Capítulo 7. Mc Graw Hill 1966

RADIO ASTRONOMÍA (0979)

LECCION # 15

h

TEMA IV: ANTENAS IV:
RADIO INTERFEROMETROS I.

- BIBLIOGRAFIA:
- a) Capítulo 5 "Methods of Experimental Physics Volume 12 Part. C
"Radio Observations"
 - b) Capítulo 10 "GALACTIC AND EXTRAGALACTIC RADIO ASTRONOMY"
Editado por G.L. Verschuur
K.I. Kellermann
Editorial Springer Verlag 1974
 - c) "Radio Interferometría: métodos avanzados observar el universo" por Jose Antonio Ga
Ciencia y Desarrollo No. 53 Noviembre
Diciembre 1983. pag 65 - 71.
 - d) "Radio Interferometria y Tomografía de Rayos
por Luis F. Rodríguez. Revista Mexicana
Física Vol. 28 No. 2. pag 249
1982.

- TEMAS A TRATAR :
- a) INTRODUCCION
 - b) INTERFEROMETROS "CONECTADOS"
 - c) INTERFEROMETROS "NO CONECTADOS"
 - d) DEFINICIONES BASICAS: Línea de Base
Retraso de Tiempo

(2)

INTRODUCCIÓN:

NO DEBEMOS OLVIDAR QUE UNO DE LOS PRINCIPALES OBJETIVOS DE LA ASTRONOMÍA OBSERVACIONAL, Y DENTRO DE ELLA ESTARÍA LA RADIOASTRONOMÍA, ES LA DE OBTENER O SER CAPAZ DE DETECTAR RADIACIÓN DÉBIL DE LOS DIFERENTES OBJETOS EN EL UNIVERSO Y OBTENER LO MEJOR POSIBLE LOS DETALLES DE DICHS OBJETOS PARA PODER RECONSTRUIR UNA IMAGEN DE LOS MISMOS.

PARA EL SEGUNDO REQUISITO, ES IMPORTANTE TENER UN INSTRUMENTO QUE TENGA UNA BUENA RESOLUCIÓN ANGULAR. HABIAMOS DEMOSTRADO QUE PARA UN RADIOTELESCOPIO PARABOLICO QUE PRESENTE UNA APERTURA CIRCULAR DE DIAMETRO "d", LA RESOLUCIÓN ANGULAR SERÍA

$$\theta \sim \frac{\lambda}{d}$$

(1)

o sea θ es el ancho o potencia media del "haz" principal del patrón angular de la antena o radiotelescopio.

Para el radiotelescopio más grande capaz de "seguir" al objeto en estudio con un diámetro de 100 m. y una longitud de onda de $\lambda = 1.35$ cm la resolución angular sería:

$$\theta \sim \frac{1.35 \text{ cm}}{10000 \text{ cm}} \approx 26''$$

$$\theta \approx 26''$$

} Radiotelescopio (2) de 100 m de Bonn, Alemania Federal.

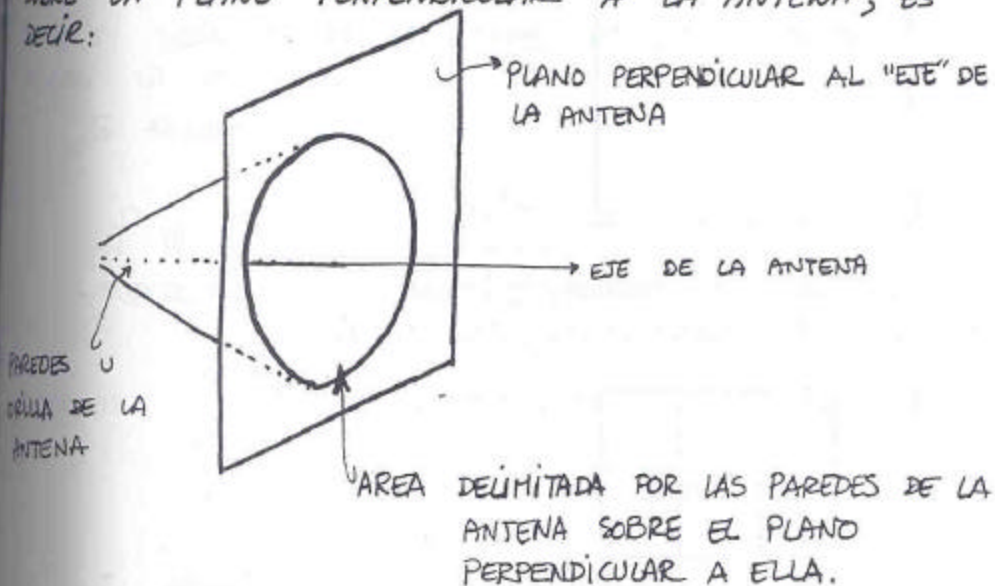
$$\theta_{\text{GTM}} \approx \frac{2.6 \text{ mm}}{50000 \text{ mm}} \approx 10''$$

(3)

LA NECESIDAD DE CONSEGUIR MEJORES RESOLUCIONES ANGULARES LLEVARON A SIR MARTIN RYLE Y SUS COLABORADORES A DESARROLLAR UNA TÉCNICA QUE SE CONOCE COMO "SÍNTESIS DE APERTURA".

ESTA TÉCNICA INVOLUCRA LA OBSERVACIÓN SIMULTÁNEA DEL OBJETO POR 2 O MAS ANTENAS DISTRIBUIDAS SOBRE UNA GRAN ÁREA. A ESTE TIPO DE INSTRUMENTO SE LE CONOCE COMO RADIO INTERFEROMETRO.

RECORDAMOS QUE ^{DE UN PATRÓN} EL PATRÓN ANGULAR DE RECEPCIÓN DE UNA ANTENA SENCILLA (DIGAMOS UNA PARÁBOLA) LO QUE IMPORTABA ERA, EN REALIDAD, CUAL ERA LA APERTURA QUE PRESENTABA A LA RADIACIÓN INCIDENTE. ESTA APERTURA LA HABÍAMOS DEFINIDO COMO EL ÁREA DELIMITADA POR LAS "PAREDES U ORILLAS" DE LA ANTENA SOBRE UN PLANO PERPENDICULAR A LA ANTENA, ES DECIR:



A ESTA ÁREA LA HABÍAMOS DENOMINADO APERTURA DE LA ANTENA.

FIGURA 1.

(4)

Y SIGUIENDO EL PRINCIPIO DE HUYGEN Y EL DE EQUIVALENCIA SE HABIA MENCIONADO EN LA LECCION # 13 QUE ERA LA DISTRIBUCION DEL CAMPO ELECTRICO SOBRE ESTA APERTURA LO QUE DETERMINABA EL PATRON ANGULAR DE LA ANTENA.

AHORA BIEN, LA TECNICA DE "SINTESIS DE APERTURA" SE REFIERE AL HECHO DE QUE UNA APERTURA ESTA SIENDO SINTETIZADA O "RECONSTRUIDA" O "SIMULADA" EN PARTES.

PARA ENTENDER ESTA IDEA CONSIDERESE UNA APERTURA CUADRADA COMO LA MOSTRADA EN LA FIGURA SIGUIENTE:

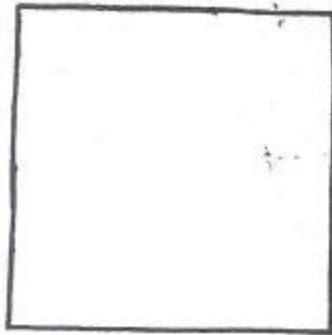


FIGURA 2.

ESTA APERTURA SE PODRIA SIMULAR COMO LA SUPERPOSICION DE 16 ELEMENTOS, ES DECIR:

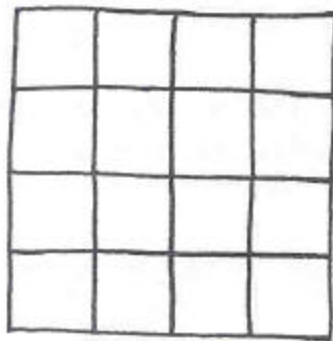


FIGURA 3.

(5)

LA SEÑAL (DEL OBJETO CELESTE) SOBRE EL AREA i SERÍA

$$I_i \cos(\omega t + \phi_i) \quad (3)$$

DONDE I_i SERÍA LA INTENSIDAD O AMPLITUD DE DICHA SEÑAL
Y ϕ_i SERÍA LA FASE RELATIVA DE LA RADIACION.
OBIAMENTE LA FASE RELATIVA DE LA RADIACION SOBRE
LOS DIFERENTES ELEMENTOS DE LA APERTURA
DEPENDE DE LA DIRECCIÓN DEL OBJETO CELESTE.

SI LAS SEÑALES DE CADA ELEMENTO (QUE FORMAN LA
APERTURA) SON SUMADAS VECTORIALMENTE Y PROMEDIADAS
EN TIEMPO, LA POTENCIA RECIBIDA SERÍA

$$P \propto \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N I_j I_k \cos(\phi_j - \phi_k) \quad (4)$$

Donde N SERÍA EL NUMERO TOTAL DE ELEMENTOS QUE
FORMAN LA APERTURA.

$$P \propto \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N I_j^2 + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N I_j I_k \cos(\phi_j - \phi_k) \quad (5)$$

EN DONDE $\sum_{j=1}^N I_j^2$ ES PROPORCIONAL A LA SUMA DE LAS
POTENCIAS RECIBIDAS POR LOS ELEMENTOS QUE
FORMAN LA APERTURA.

(6)

$$\sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N I_j I_k \cos(\phi_j - \phi_k)$$

NOS DA UNA IDEA DE COMO VARIÁ LA POTENCIA CON LA DIRECCIÓN DEL OBJETO CELESTE Y NOS DA POR LO TANTO LA RESOLUCIÓN ESPACIAL. (DIFERENTES

PARTES DEL OBJETO CELESTE PRESENTARIAN, EN PRINCIPIO, DIFERENTE ORIENTACION O DIRECCION SOBRE LOS DIFERENTES ELEMENTOS DE NUESTRA APERTURA Y POR LO TANTO NUESTRA POTENCIA RECIBIDA TENDRIA LA "ETIQUETA" DE "DONDE" ES QUE SE RECIBIO.)

ESTE TERMINO BIEN PODRIA MEDIRSE CON SOLO DOS ELEMENTOS (DE AREA) EN LAS POSICIONES j y k .

TODOS LOS TERMINOS BIEN PODRIAN SER MEDIDOS POR ESTOS DOS ELEMENTOS EN FORMA SECUENCIAL SI ELLOS SE LES PERMITIERA MOVERSE SOBRE EL PISO. LA SUMA DE PRODUCTOS ASI MEDIDOS PODRIA LLEVARSE A CABO DESPUES CON LA AYUDA DE UNA COMPUTADORA.

ESTE ES PRECISAMENTE EL PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA TECNICA DE "SINTESIS DE APERTURA":

"DOS ELEMENTOS (DE AREA) PUEDEN SER USADOS PARA "SINTETIZAR" O "PRODUCIR" EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN CON UNA AREA MUCHO MAS GRANDE (QUE EL AREA DE CADA ELEMENTO)".

(ESTA AREA MAYOR SERIA LA APERTURA SINTETIZADA)

⑦

RADIO INTERFEROMETROS "CONECTADOS":

ESTOS SON INSTRUMENTOS QUE CONTIENEN 2 O MÁS ANTENAS Y QUE SUS SEÑALES SE "MULTIPLICAN" IN SITU ES DECIR:

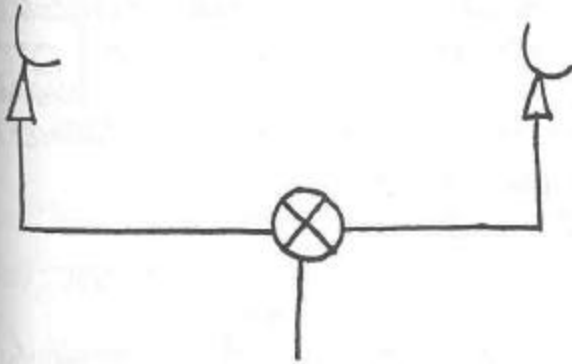


FIGURA 4.

LES HE DENOMINADO RADIO INTERFEROMETROS "CONECTADOS" POR EL HECHO DE QUE "ELECTRICAMENTE" ESTAN CONECTADOS Y LA MULTIPLICACION DE SUS SEÑALES SE REALIZA EN UN LUGAR CENTRAL DONDE CONVERJEN TODAS LAS SEÑALES DE LOS DIFERENTES "RADIOTELESCOPIOS".

LA SEÑAL DE CADA RADIOTELESCOPIO USUALMENTE SE "GUIA" A TRAVES DE UNA GUIA DE ONDA O CABLE COAXIAL DESDE EL MISMO LUGAR DEL RADIOTELESCOPIO HASTA ÉSTE LUGAR CENTRAL DONDE SE REALIZA LA CORRELACION CON LAS SEÑALES DE OTROS RADIO-TELESCOPIOS. SIN EMBARGO ESTAS LINEAS DE TRANSMISION (GUIAS DE ONDA Y CABLES COAXIALES) NO SON IDEALES Y POR LO TANTO LE CAUSAN UNA ATENUACION A LA SEÑAL QUE DEPENDE PRINCIPALMENTE Y DIRECTAMENTE DE LA DISTANCIA.

(8)

Por lo tanto no es posible transmitir las señales de las antenas al lugar central si la distancia que las separa de ese lugar es muy grande pues se atenuaría la señal hasta el punto de desvanecerse completamente.

Este inconveniente hace que los radio interferómetros conectados tengan una distancia máxima de separación de una antena al lugar central de procesamiento de aproximadamente unas decenas de kilómetros.

(La temperatura "equivalente" de la línea de transmisión está expresado como

$$T_{LT} = T_{OBJETO} e^{-2\alpha l} + T_{LINEA} (1 - e^{-2\alpha l}) \quad \text{donde } l \text{ es la distancia entre el inicio de la línea y el fin de la misma. } \alpha \text{ es el coeficiente de atenuación.}$$

$\Rightarrow \lim_{l \rightarrow \infty} T_{LT} = T_{LINEA} \quad \Rightarrow \lim_{l \ll \infty} T_L \rightarrow T_{OBJETO} .$

RADIO INTERFEROMETROS "NO CONECTADOS":

Estos instrumentos los constituyen antenas que están separadas unas de otras a una distancia que varía entre unas centenas de kilómetros hasta unos miles de kilómetros.

Las señales de cada uno de los radiotelescopios no pueden "guiarse" a un lugar central ya que estas se atenuarían lo suficiente como para desvanecerse.

Lo que en general se hace es que la señal de cada antena se graba magnéticamente en cinta magnética y esta se manda (por correo) a un lugar central donde se correlacionan (se mezclan ó se multiplican) las señales de los diferentes ~~radiotelescopios~~ radiotelescopios.

9

ESQUEMATICAMENTE SE TENDRIA ALGO ASI:

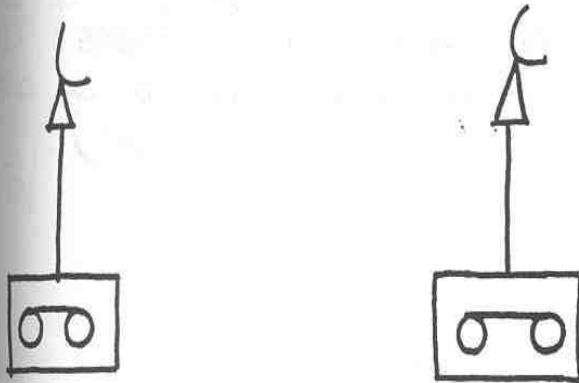


FIG. 5

A ESTA TECNICA QUE USA ANTENAS CUYA SEPARACION ES
MUY GRANDE SE LE CONOCE COMO

INTERFEROMETRIA DE BASE MUY LARGA

ó EN INGLES TENDRIA LAS SIGLAS VLBI QUE
SIGNIFICAN

"VERY LONG BASELINE INTERFEROMETRY"

(10)

DEFINICIONES: CONSIDERESE UN INTERFEROMETRO SIMPLE COMO EL MOSTRADO EN LA FIGURA 6. AMBAS ANTENAS ESTÁN OBSERVANDO UNA FUENTE CELESTE LA CUAL EMITE ONDAS PLANAS ELECTROMAGNETICAS (RADIACION).

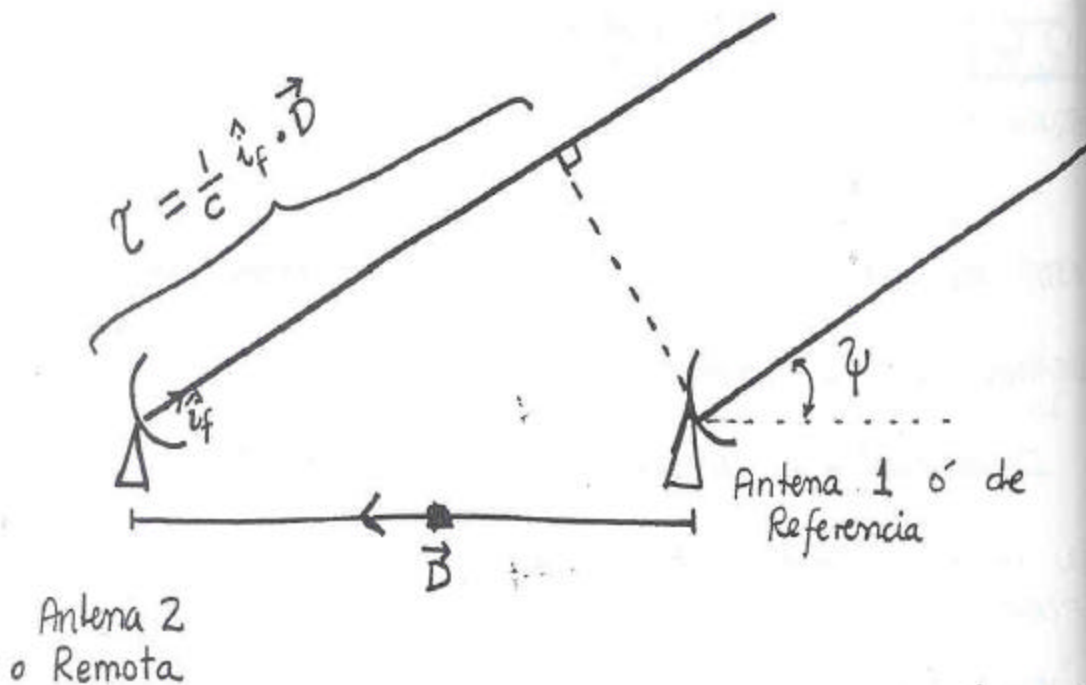


FIGURA 6

EL FRENTE DE ONDA LLEGARA PRIMERO A LA ANTENA 1 ó DE REFERENCIA Y DESPUES DE UN TIEMPO τ LLEGARA A LA ANTENA 2 ó REMOTA.

ESTE ESQUEMA NOS SIRVE PARA DEFINIR DIFERENTES VARIABLES:

(11)

\hat{i}_f : VECTOR UNITARIO EN LA DIRECCION DE LA FUENTE CELESTE EN OBSERVACION.

\vec{D} : VECTOR QUE UNE LA ANTENA DE REFERENCIA CON LA ANTENA REMOTA.

$|\vec{D}|$: DISTANCIA QUE SEPARA A AMBAS ANTENAS. SE LE CONOCE COMO LÍNEA DE BASE.

τ : RETRASO DE TIEMPO CON EL CUAL LLEGA EL FRENTE DE ONDA A LA ANTENA REMOTA EN COMPARACION AL TIEMPO EN EL CUAL LLEGA ESTE FRENTE DE ONDA A LA ANTENA DE REFERENCIA.

c : VELOCIDAD DE LA LUZ $\sim 3 \times 10^{10}$ cm/seg.

ψ : INCLINACION O ANGULO QUE SUBTIENDE LA DIRECCION HACIA LA FUENTE CELESTE CON EL HORIZONTE. (ES DECIR EL ANGULO ENTRE \hat{i}_f Y EL HORIZONTE).

$\frac{d\psi}{dt}$: RAPIDEZ CON LA QUE SE "MUEVE" EL OBJETO O FUENTE EN EL CIELO Y ESTO SE MANIFIESTA EN TENER DIFERENTE INCLINACION. DEBE DE RECORDARSE QUE ESTE MOVIMIENTO DE LA BOVEDA CELESTE ES "APARENTE" YA QUE ES LA TIERRA LA QUE GIRA ALREDEDOR DE SU EJE. $\frac{d\psi}{dt}$ ES LA RAPIDEZ CON LA QUE

LA TIERRA GIRA, ES DECIR 2π EN 24 HORAS !!

$$\frac{d\psi}{dt} \approx 15'' \text{ por segundo}$$



(12)

De la figura 6 tendríamos que τ pudiera expresarse como:

$$\tau = \frac{|\vec{D}|}{c} \cos \psi \quad (6)$$

En general este tiempo entrará en la expresión de la FASE del frente de onda que están llegando a la antena remota. La onda en general estará especificada por una amplitud y una fase.

$$E_2 = E_{02} e^{i2\pi\nu\tau} e^{i2\pi\nu t} \quad (7)$$

La expresión en el telescopio ~~o~~ o de referencia será

$$E_1 = E_{01} e^{i\omega t} \quad (8)$$

Lo que nos interesa es el factor con el término τ en la expresión 7.

$$\text{Sea } \Phi = 2\pi\nu\tau \quad \underline{\text{LA FASE}} \quad (9)$$

$$\nu = \text{FRECUENCIA OBSERVADA DE LA RADIACIÓN} \quad (10)$$

SUBSTITUYENDO (6) EN (9) TENEMOS:

$$\Phi = \frac{2\pi\nu |\vec{D}|}{c} \cos \psi \quad (11)$$

(13)

$$\Phi = \frac{2\pi|\vec{D}|}{\lambda} \cos \psi \quad (12)$$

Ahora bien, LA RAPIDEZ CON LA QUE CAMBIA ESTA FASE CON EL TIEMPO SERA

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{2\pi|\vec{D}|}{\lambda} \cos \psi \right) \quad (13)$$

$$\dot{\Phi} = -\frac{2\pi|\vec{D}|}{\lambda} \sin \psi \dot{\psi} \quad (14)$$

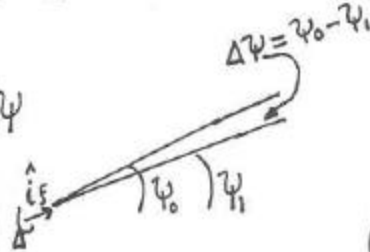
donde $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} = \frac{2\pi}{24 \text{ hr}} \frac{1 \text{ hr}}{60 \text{ min}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} \approx 7.29 \times 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$

que es la Rotación de la Tierra.

$\dot{\Phi}$ se le conoce en ingles como FRINGE RATE

Y para ψ pequeñas $\sin \Delta\psi \rightarrow \Delta\psi$

$$\Delta\psi = \frac{\lambda}{2\pi|\vec{D}|\psi} \dot{\Phi}$$



(15)

EXPRESION QUE INDICA EL VALOR DE $\Delta\psi$ UNA VEZ MEDIDO $\dot{\Phi}$ YA QUE LAS DEMAS SON CONSTANTES O VARIABLES CONOCIDAS

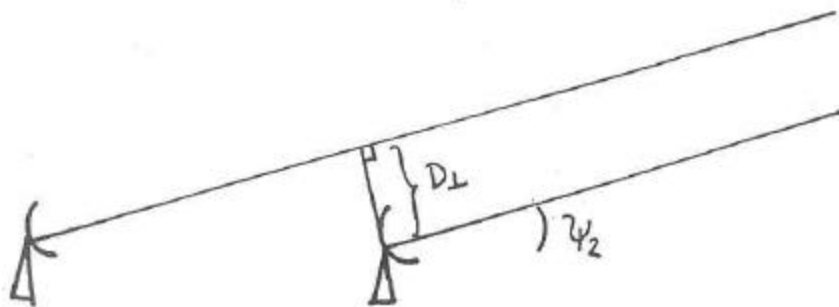
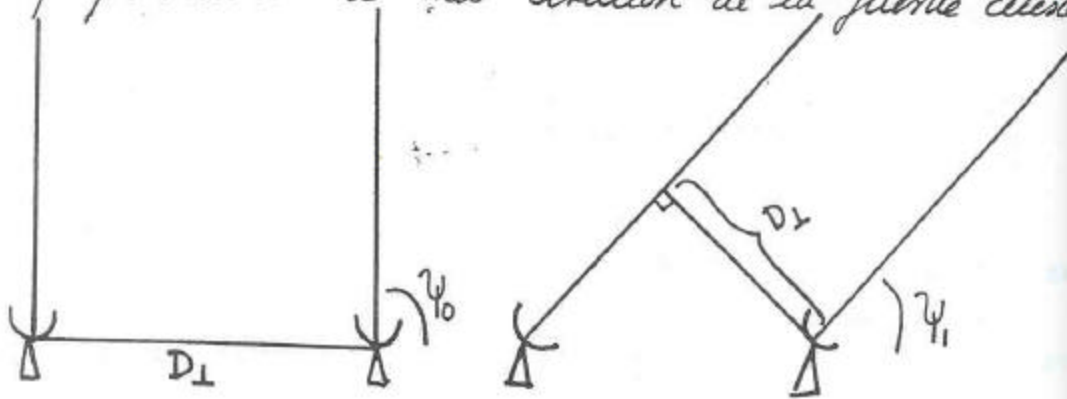
(14)

$$\dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{2\pi/|\vec{D}|}{\lambda} \sin\psi \frac{\Delta\psi}{\Delta t} \quad (16)$$

$$\boxed{\frac{\Delta\Phi}{\Delta\psi} = -\frac{2\pi/|\vec{D}|}{\lambda} \sin\psi} \quad (17)$$

CAMBIO DE FASE CON RESPECTO A LA INCLINACIÓN O ANGULO DEL OBJETO CELESTE.

$|\vec{D}| \sin\psi$ es la componente de la línea de base perpendicular a la dirección de la fuente celeste.



(15)

La resolución angular que un interferómetro puede obtener es

$$\theta \sim \frac{\lambda}{D}$$

donde $D \equiv |\vec{D}|$ es la distancia que separa a las antenas

$\lambda =$ longitud de onda observada

Ejemplo $\lambda = 1.35 \text{ cm}$

$D = 800 \text{ km}$

$\Rightarrow \theta \sim 3$ milésimas de segundo de arco!
 $\theta \sim 0.003$

$\lambda = 2.6 \text{ mm}$

IRAM

$D = 200 \text{ m}$

$\theta_{\text{IRAM}} \approx 2''.5$

①

RADIO ASTRONOMÍA
(0979)

LECCIÓN # 16

TEMA IV : ANTENAS V :

RADIO INTERFEROMETROS II .

BIBLIOGRAFÍA: a) Capítulo 10 "GALACTIC AND EXTRAGALACTIC RADIOASTRONOMY"

Editado por G.L. Verschuur

K.I. Kellermann

Editorial Springer Verlag 1974.

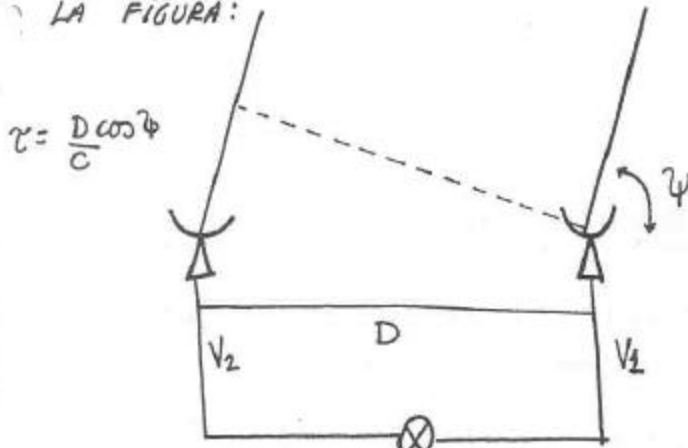
b) Capítulo 5 "METHODS OF EXPERIMENTAL PHYSICS"
VOL. 12 Part. C "Radio Observations"
1976 Academic Press.

TEMAS A TRATAR :

- a) FUNCIÓN DE CORRELACIÓN
- b) FUNCIÓN DE VISIBILIDAD
- c) PLANO (x, y) DEL "CIELO"
- d) PLANO (u, v)
- e) DEFINICIÓN DE u y v

(2)

CONSIDERESE EL INTERFEROMETRO SENCILLO MOSTRADO EN LA FIGURA:



$$r = \frac{D \cos \psi}{c}$$

$D = |\vec{D}| \equiv$ distancia entre las antenas.



FILTRO PASA BAJAS FRECUENCIAS

$R(t)$

FIGURA 1

Sea $V_1 \propto \phi \cos \omega t$ (1)

$V_2 \propto \phi \cos \omega(t + \tau)$ (2)

$\therefore V_2 \propto \phi \cos(\omega t + \frac{\omega D}{c} \cos \psi)$

ANTES DEL FILTRO PASA BAJAS FRECUENCIAS TENEMOS:

$V_1 V_2 \propto \phi^2 \cos \omega t \cos(\omega t + \frac{D}{c} \cos \psi)$ (3)

$\propto \frac{\phi^2}{2} [\cos(2\omega t + \frac{D}{c} \cos \psi) + \cos(\frac{D}{c} \cos \psi)]$ (4)

LO que hace el FILTRO pasa bajas frecuencias ES REALMENTE solo DEJARME pasar LAS BAJAS FRECUENCIAS lo que significa que despues del filtro mi respuesta $R(t)$ sería:

(3)

$$R(t) \propto E^2 \cos\left(\frac{2\pi D}{\lambda} \cos \psi\right)$$

(5)

A ESTA EXPRESION SE LE DENOMINA
FUNCIÓN DE CORRELACION

ya que correlaciona las señales de los 2 radiotelescopios
Ahora bien si decimos que la intensidad de la
emisión de la fuente es proporcional a E^2 entonces

$$R(t) \propto I \cos\left(\frac{2\pi D}{\lambda} \cos \psi\right)$$

(6)

Si graficáramos esta función lo que veríamos
sería lo siguiente:

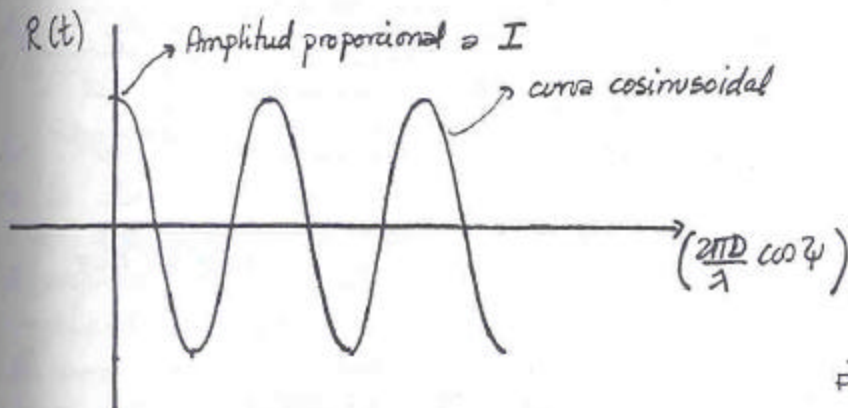


FIGURA 2

Si uno observa $R(t)$ a través digamos de un
osciloscopio y VIERAMOS la FORMA COSINUSOIDAL, ENTONCES
decimos que SÍ HAY FRINGES (que si hay ondas o algo así)

Y la distancia entre FRINGES (o crestas) ~~está~~ está
dado por el ángulo que produce un cambio
de una longitud de onda en la distancia extra
que recorre la onda. (cuando $\cos \psi \rightarrow \frac{\lambda}{D}$)

(4)

Estas cosinusoides se puede pensar que están sobre el cielo y conforme la tierra rota (que es la que simula la rotación de la bóveda celeste) es decir cuando cambia ψ con el tiempo, la fuente atraviesa el patrón de crestas (FRINGE PATTERN)

$$R(t) \propto I \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \vec{D} \cdot \hat{i}_f(t)\right)$$

(7)

Ahora bien \hat{i}_f que es el vector unitario que apunta del radio-telescopio hacia la fuente u objeto celeste, en realidad apunta hacia NUESTRA MEJOR POSICION DEL OBJETO (es decir, la posición de su centro geométrico, o la posición que leímos de la literatura, etc.). En el caso de que el objeto en estudio sea un objeto extendido (es decir NO PUNTUAL), esta dirección a la que apunta el vector unitario \hat{i}_f se le conoce como CENTRO DE FASE (o en inglés será el PHASE CENTER).

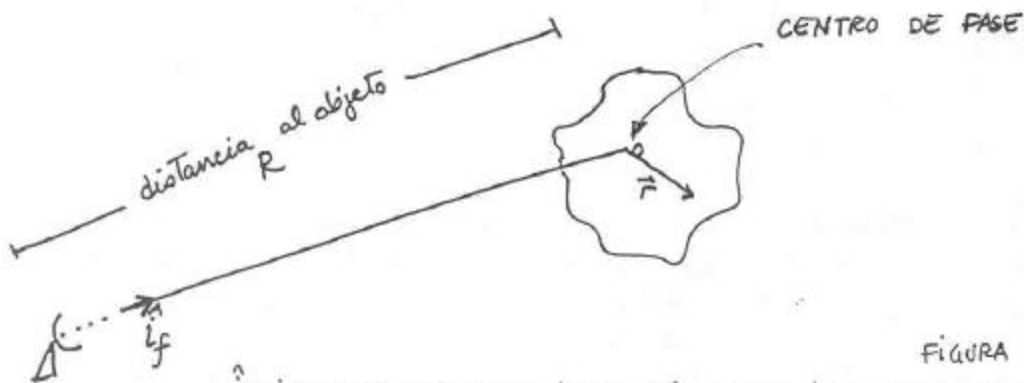


FIGURA 3

\hat{i}_f SIEMPRE VA A SER PERPENDICULAR A \vec{r} YA QUE \vec{r} SE DEFINE EN EL PLANO DEL OBJETO PERPENDICULAR A \hat{i}_f .

En el caso de un objeto extendido como el de la figura el vector que apuntará hacia todos y cada uno de los puntos que componen al objeto estaría formado en general de la suma del vector \hat{i}_f y un vector \vec{r} .

(5)

Es decir, la dirección hacia cualquier otro punto (diferente al centro de fase) estaría expresado por
DIRECCIÓN HACIA
OTRO PUNTO $\equiv \hat{r}_f + \vec{r}$. (8)

Si la intensidad se recibe de todo el objeto entonces la función de CORRELACIÓN sería la SUMA de las intensidades de cada uno de los puntos del objeto, es decir

$$R(t) = \int I(\vec{r}) \cos \left[\frac{2\pi \vec{D} \cdot (\hat{r}_f + \vec{r})}{\lambda} \right] d\vec{r} , \quad (9)$$

la cual representa la función $R(t)$ para un objeto puntual dada por la ecuación (7) INTEGRADA sobre toda la extensión del objeto.

Es importante mencionar que lo que aquí denotamos como la distribución de la brillantez $I(\vec{r})$ en realidad es la ~~brillantez~~ distribución de la brillantez del objeto original digamos $B(\vec{r})$ MODIFICADA por la función de respuesta del instrumento, en este caso sería $P_n(\theta, \phi)$ de una ANTENA SENCILLA. Propiamente hablando entonces $I(\vec{r})$ ~~brillantez~~ debería ser expresada como

$$I(\vec{r}) = B(\vec{r}) P_n(\vec{r}) \quad (10)$$

donde \vec{r} es un vector unitario en el PLANO del objeto celeste
 $B(\vec{r})$ distribución de la brillantez del objeto (Brillantez original)
 $P_n(\vec{r})$ distribución angular del patrón de respuesta de una antena sencilla que forma parte del radio interferómetro.

(6)

En el argumento de la integral en la expresión (9) tenemos

$\vec{D} \cdot (\hat{i}_f + \vec{r})$ en donde la magnitud de \vec{r} es MUCHO, pero MUCHO MENOR que la magnitud de \vec{D} y no olviden que el vector \vec{r} está definido en el PLANO perpendicular al vector \hat{i}_f .

A primera aproximación,

$$\vec{D} \cdot (\hat{i}_f + \vec{r}) \simeq \vec{D} \cdot \hat{i}_f + \vec{D} \cdot \vec{r} \quad (11)$$

pero para ver que ángulo existe entre \vec{D} y \vec{r} recurriremos a las graficas siguientes:

a) Supongamos que \vec{r} está en el mismo plano que el plano trazado por \hat{i}_f y \vec{D} es decir



entonces como $\hat{i}_f \perp \vec{r}$ el ángulo entre \vec{D} y \vec{r} será $90^\circ - \psi$ por lo que $\vec{D} \cdot \vec{r} = |\vec{D}| |\vec{r}| \sin \psi$

entonces substituyendo (11) en (9) tenemos:

$$R(t) = \int I(r) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \vec{D} \cdot \hat{i}_f\right) + \left(\frac{2\pi}{\lambda} \vec{D} \cdot \vec{r}\right) d\vec{r} \quad (12)$$

y si \vec{r} lo expresamos como la suma de \vec{x} y \vec{y} donde \vec{x} y \vec{y} forman las direcciones hacia el ESTE y NORTE del plano del objeto (o en general DEL CIELO) tendríamos



7

$$R(t) = \iint I(x, y) \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left[(\vec{d} \cdot \hat{i}_f) + (\vec{d} \cdot (\vec{x} + \vec{y})) \right] dx dy \quad (13)$$

Esta expresión en forma de cosenos y senos se puede expresar más generalmente usando exponenciales, es decir, quedaría algo como

$$R(t) = \exp(j \frac{2\pi}{\lambda} \vec{d} \cdot \hat{i}_f) \iint I(x, y) \exp(j \frac{2\pi}{\lambda} \vec{d} \cdot (\vec{x} + \vec{y})) dx dy \quad (14)$$

donde

$$V = \iint I(x, y) \exp(j \frac{2\pi}{\lambda} \vec{d} \cdot (\vec{x} + \vec{y})) dx dy \quad (15)$$

se le conoce como FUNCIÓN DE VISIBILIDAD

Se infiere que de la expresión (14) se requiere la parte REAL.

La amplitud de la función de Visibilidad, V , es proporcional a la amplitud del PATRÓN de CRESTAS (o FRINGE PATTERN) y el argumento de V es igual al CAMBIO DE FASE que SUFRE EL PATRÓN DE CRESTAS con respecto a la fase que se observa en el punto o CENTRO DE FASE.

(8)

En términos generales (debido a que en este curso no estamos en posición de derivar estos resultados se darán solo las expresiones finales)

\hat{x} implica un desplazamiento en ASCENCIÓN RECTA
sopesado por el coseno de la declinación del objeto

\hat{y} ~~implica~~ implica un desplazamiento en DECLINACIÓN

\vec{D} se puede descomponer en dos componentes en un plano (u, v) .

$$D_u \equiv u = \frac{2\pi}{\lambda} D \cos \delta_{LB} \sin(L_f - L_{LB}) \quad (16)$$

$$D_v \equiv v = \frac{2\pi}{\lambda} D [\sin \delta_{LB} \cos \delta_f - \cos \delta_{LB} \sin \delta_f \cos(L_f - L_{LB})] \quad (17)$$

donde $D \equiv$ modulo ó magnitud del vector que une a las antenas

$\delta_{LB} \equiv$ declinación de la LINEA DE BASE (~~vector~~ vector que une a una antena con otra)

$\delta_f \equiv$ declinación de la fuente u objeto celeste en estudio

$L_f \equiv$ ANGULO HORARIO DE LA FUENTE

$L_f =$ L.S.T. - α_f

L.S.T. = Tiempo sideral local

$\alpha_f =$ ascensión recta de la fuente

$L_{LB} \equiv$ ANGULO HORARIO DE LA FUENTE

\equiv L.S.T. - α_{LB}

$\alpha_{LB} =$ ascensión recta de la línea de base.

$$\text{entonces } X = \Delta \alpha_f \cos \delta_f \quad (18)$$

$$Y = \Delta \delta_f \quad (19)$$

Las coordenadas u, v definen el plano (u, v) que es paralelo al plano (X, Y) pero es en donde se distribuyen las diversas líneas de base de los diferentes radiotelescopios.

De (16)

$$u^2 = \left(\frac{2\pi D}{\lambda}\right)^2 \cos^2 \delta_{LB} \sin^2 (L_f - L_B) \quad (20)$$

$$\left(v - \frac{2\pi D}{\lambda} \sin \delta_B \cos \delta_f\right)^2 = \left(\frac{2\pi D}{\lambda}\right)^2 \cos^2 \delta_{LB} \sin^2 \delta_f \cos^2 (L_f - L_B). \quad (21)$$

Si $v_0 = \frac{2\pi D}{\lambda} \sin \delta_B \cos \delta_f$, entonces

$$\frac{u^2}{\left(\frac{2\pi D}{\lambda}\right)^2 \cos^2 \delta_{LB}} + \frac{(v - v_0)^2}{\left(\frac{2\pi D}{\lambda}\right)^2 \cos^2 \delta_{LB} \sin^2 \delta_f} = 1 \quad (22)$$

QUE ES LA ECUACION DE UNA ELIPSE CENTRADA EN $(u=0, v=v_0)$

$$\text{Si } a = \frac{2\pi D}{\lambda} \cos \delta_{LB} \quad (23)$$

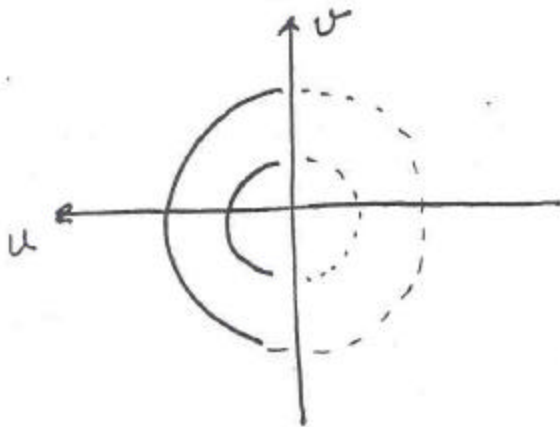
$$b = \frac{2\pi D}{\lambda} \cos \delta_{LB} \sin \delta_f \quad (24)$$

entonces

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{(v - v_0)^2}{b^2} = 1 \quad (25)$$

(16)

O sea que la línea de base de diferentes pares de antenas **TRAZAN** elipses al paso del tiempo.



Entonces usando 16, 17, 18 y 19 la expresión 15 no queda

$$V(u, v) = \iint I(x, y) e^{j(u^2 + v^2)} dx dy \quad (26)$$

Si $I(x, y)$ es una función real, entonces NO es necesario medir V para valores negativos de u y v ya que se pueden obtener usando el complejo conjugado de V es decir

$$V(-u, -v) = V^*(u, v) \quad (27)$$

$$\text{ó también } V^*(-u, -v) = V(u, v)$$

II

La función de visibilidad es la que nos interesa ya que es la que nos da la información ~~de~~ SOBRE LA ESTRUCTURA DEL OBJETO.

LA "BRILLANTEZ OBSERVADA" DEL OBJETO SERÁ

$$I(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} v(u,v) e^{-j(ux+vy)} du dv$$

(28)

Recuerden que $I(x,y)$ es la brillantez observada con nuestro instrumento y NO la brillantez original del objeto sin embargo ES LA MEJOR REPRESENTACIÓN de nuestro objeto al observarlo con nuestro instrumento.

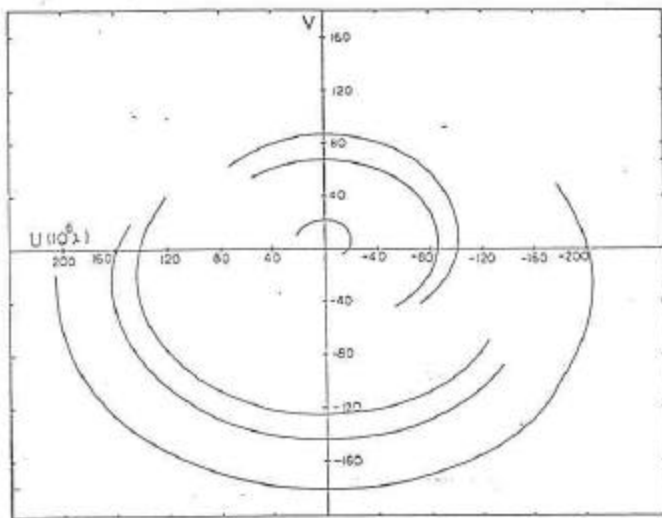


FIG. 1. The visibility plane coverage of the data, which consisted of samples taken every 15 min along the arcs shown.

Curvas en el plano (u,v) de las líneas de base de los radiotelescopios usados en las observaciones. e Imagen recobrada del objeto.

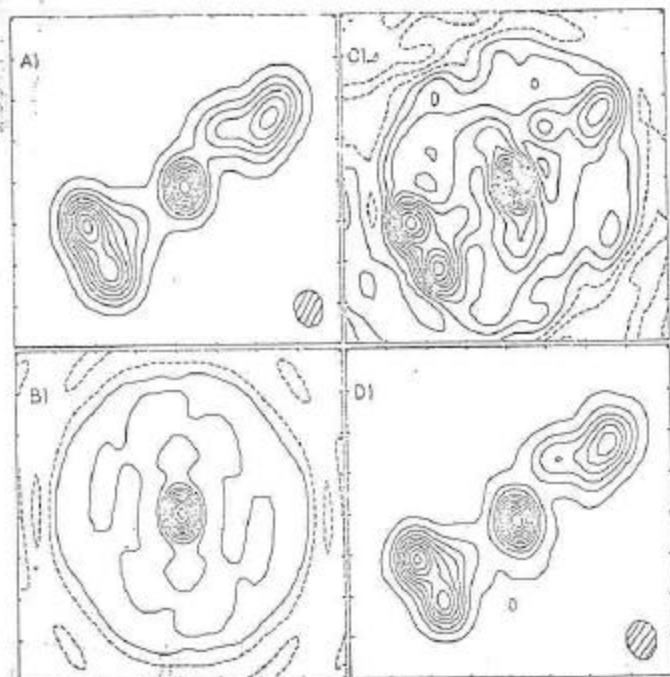


FIG. 2. Results from Test 1. (a) True model convolved with CLEAN restoring beam. (b) Estimated point source response. (c) Final dirty map. (d) Final CLEAN map. The contour level is 10% of the maximum brightness of (a) and the dashed contours correspond to negative levels. Tick marks are given every 1 milliaresec. The restoring beams used are shown cross-hatched.

tomado de Cotton, W.D. A.J. 84 #8 pág. 1122 (1979)

(13)

A la imagen así recobrada, $I(x,y)$, se le denomina IMAGEN SUCEIA y existen varios algoritmos que tratan de mejorar la imagen. Uno de estos algoritmos es el desarrollado por Hogbom (Hogbom, J.A. 1974 Astronomy and Astrophysics Supplement Series Volume 15 page 417)

y que en inglés este algoritmo lleva el nombre de CLEAN y hace exactamente eso: LIMPIA la imagen del ruido y otras deformaciones debidas a nuestro instrumento, condiciones de observación, etc. Este es un algoritmo iterativo que lo que hace en esencia es reemplazar al Haz usado (con sus lóbulos secundarios) por un Haz SIN lóbulos secundarios.

A la imagen así recobrada se le conoce como IMAGEN LIMPIA o CLEANED MAP. Dense cuenta que tenemos una transformada de Fourier en dos dimensiones (x,y) y del tamaño que nosotros queramos es decir 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, etc celdillas por lado de la imagen. Esto nos da una matriz cuadrada de esa magnitud y por lo tanto se tendrán que realizar otras tantas transformadas de Fourier para obtener 1 iteración de nuestra imagen limpia.

Un ejemplo sería una imagen de 512 x 512 celdillas que se limpiaría usando 1000 iteraciones. Esto en forma cruda ~~se~~ representa $512 \times 512 \times 1000 \approx 2. \times 10^8$

o 200 millones de transformadas de Fourier en dos dimensiones.

Esto implica que se NECESITAN algoritmos que realicen RAPIDAMENTE una transformada de Fourier en la computadora y además de

AIPS

NOTAS SOBRE

RADIO INTERFEROMETRÍA

SÍNTESIS DE APERTURA

J.A. GARCÍA BARRETO

I. INTRODUCCIÓN:

EL HECHO QUE EXISTAN OBJETOS EN EL UNIVERSO QUE SUBTIENDAN ANGULOS PEQUEÑOS (POR SUPUESTO OBSERVADOS DESDE LA TIERRA) HA LLEVADO A LA CONSTANTE BUSQUEDA DE TÉCNICAS E INSTRUMENTOS CON LOS CUALES SEA POSIBLE OBTENER UNA MEJOR RESOLUCIÓN ANGULAR. UN RADIOTELESCOPIO TIENE UNA RESOLUCIÓN ANGULAR DADA POR $\sim \lambda/D$ DONDE λ ES LA LONGITUD DE ONDA OBSERVADA Y D ES EL DIÁMETRO DE LA ANTENA USADA. ASÍ, UNA DE LAS MEJORES RESOLUCIONES ALCANZADAS POR UN RADIOTELESCOPIO ES DEL ORDEN DE 0.5 MINUTOS DE ARCO ($\lambda = 1.3 \text{ cm}$ $D = 100 \text{ m}$). DIÁMETROS MAYORES QUE LA ANTENA DE BONN NO ES FACTIBLE QUE EXISTAN EN EL FUTURO Y LA LONGITUD DE ONDA DEL AGUA ES UNA DE LAS FRECUENCIAS ALTAS DENTRO DEL ESPECTRO DE RADIO, POR LO QUE NO SE PREVEÉ QUE SE PUEDA ALCANZAR MEJOR RESOLUCIÓN ANGULAR CON SÓLO UNA ANTENA. SIN EMBARGO, ANTES DE CONSIDERAR OTRAS TÉCNICAS, Y CONSIDEREMOS LO SIGUIENTE:

CONSIDÉRESE EL PLANO DE APERTURA DE UNA ANTENA PARABÓLICA DIVIDIDO EN UN CONJUNTO DE N CUADROS:

Bibliografía: Thompson, Moran, Swenson 1986 "Interferometry & Synthesis in Radio Astronomy" Wiley

EL CAMPO ELÉCTRICO EN EL FOCO DE LA PARABOLA ES LA SUMA DE N CAMPOS ELÉCTRICOS EN LA APERTURA. LA POTENCIA RECIBIDA ES PROPORCIONAL AL CUADRADO CAMPO ELECTRICO EN EL FOCO, ES DECIR

$$P \propto \left\langle \left[\sum_{i=1}^N E_i \right]^2 \right\rangle = \sum_{i=1}^N \langle E_i^2 \rangle + \sum_{i \neq j} \langle E_i E_j \rangle$$

DONDE $\langle \rangle$ DENOTAN PROMEDIO EN TIEMPO.

ESTA ~~EXPRESION~~ EXPRESION NOS DA LA CLAVE DE LA TECNICA DE RADIOINTERFEROMETRIA, ES DECIR, ESTA EXPRESION NOS MUESTRA QUE LA RESPUESTA DE UNA ANTENA DE DIAMETRO D PUEDE SINTESIZARSE MOVIENDO PEQUEÑAS ANTENAS SOBRE UN AREA CON DIAMETRO D Y EVALUANDO EL PRODUCTO $E_i E_j$ SEPARADAMENTE. ESTA TECNICA ~~HA PERMITIDO~~ Y LA FORMULACION DE LA SINTESIS DE APERTURA POR MEDIO DE UN RADIOINTERFEROMETRO LLEVARON A CABO RYLE Y HEWISH EN 1960.

A LA FECHA EXISTEN DOS TIPOS DE RADIOINTERFEROMETROS: LOS LLAMADOS INTERFEROMETROS CONECTADOS* O SIMPLEMENTE INTERFEROMETROS Y LOS INTERFEROMETROS NO CONECTADOS O INTERFEROMETROS DE BASE MUY LARGA.**

(3)

A) INTERFEROMETRO CONECTADO:

CONSIDEREMOS QUE EL VOLTAJE QUE RECIBE ANTENA 1

ES: $V_1 \propto E \cos(\omega t)$ y SIMILARMENTE PARA ANTENA 2:

$$V_2 \propto E \cos(\omega(t - \tau(t))) \quad (2), (3)$$

VEASE FIGURA 1 DONDE SE MUESTRA UN DIAGRAMA ESQUEMATIZADO DE UN INTERFEROMETRO QUE CONSISTE EN 2 ANTENAS SEPARADAS UNA DE OTRA POR UNA LINEA DE BASE B.

OL = OSCILADOR LOCAL

AMP RF = AMPLIFICADOR DE LA FRECUENCIA DE REFERENCIA

X MULT = MULTIPLICADOR SUPER HETERODINO

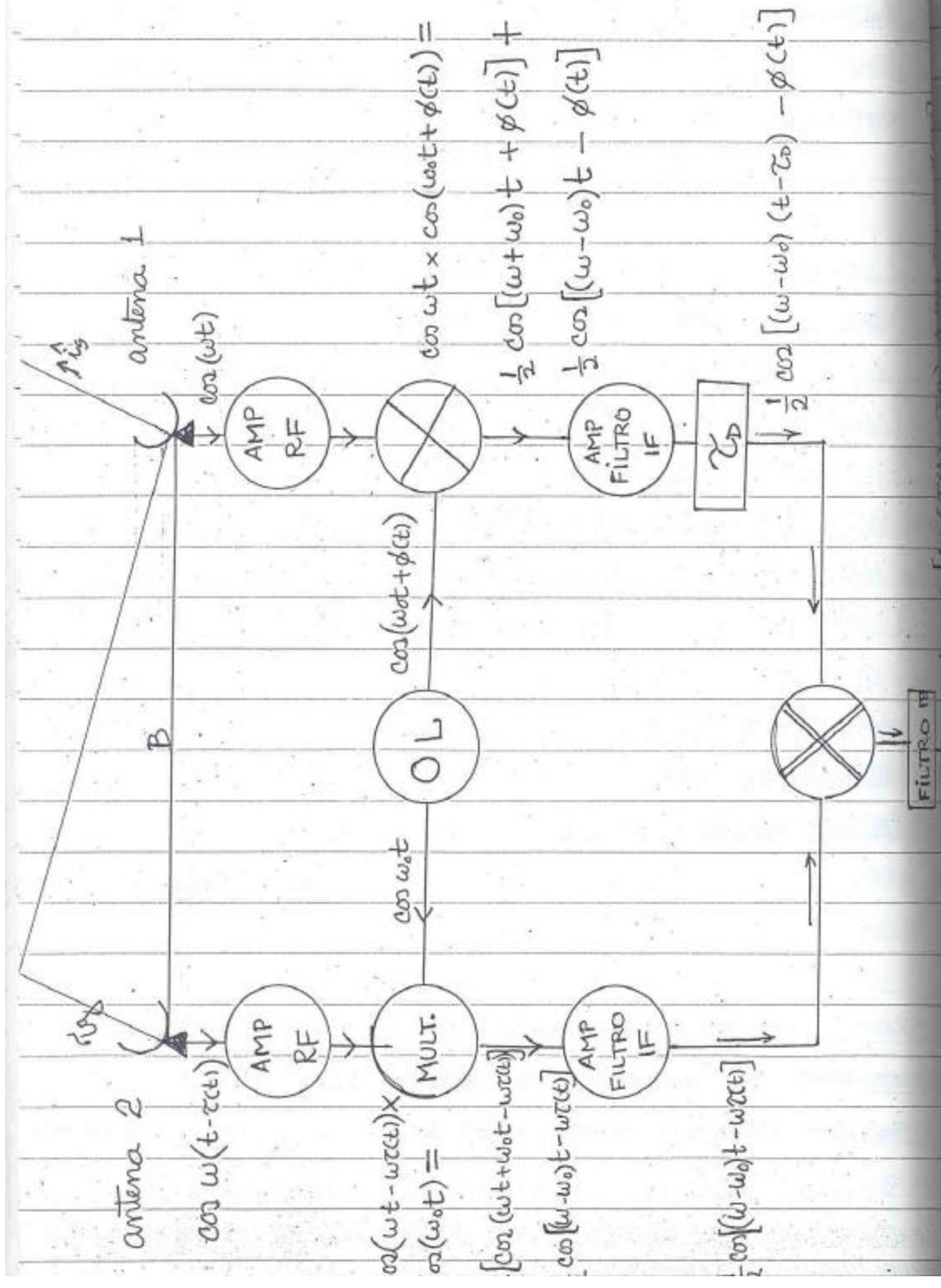
⊗ = MULTIPLICADOR

AMP FILTRO IF = AMPLIFICADOR Y FILTRO DE LA FRECUENCIA INTERMEDIA

FILTRO PB = FILTRO PASA BAJA FRECUENCIAS

EL TERMINO "CONECTADOS" SE REFIERE AL HECHO DE QUE TODAS LAS ANTENAS PERTENECIENTES AL INTERFEROMETRO ~~RECEBEN~~ MULTIPLICAN LA SEÑAL DE REFERENCIA POR UNA SEÑAL MANDADA POR UN SOLO OSCILADOR LOCAL.

BASE MUY LARGA SE REFIERE A LA DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS QUE



LA EXPRESIÓN ULTIMA EN LA FIGURA 1 ES CIERTAMENTE LA RESPUESTA DE UN INTERFEROMETRO OBSERVANDO UN OBJETO QUE EMITE UNA ~~SEÑAL MONOCROMÁTICA~~ SEÑAL MONOCROMÁTICA :

$$R \propto \cos [\omega \Delta \tau + \omega_0 \tau_0 - \phi(t)]$$

donde $\Delta \tau = \tau(t) - \tau_0$ 5

Si LA SEÑAL NO ES MONOCROMÁTICA SINO QUE EMITE CON UN CIERTO ANCHO DE BANDA, ENTONCES HABRÍA QUE INTEGRAR LA RESPUESTA DEL INTERFEROMETRO SOBRE EL ANCHO DE BANDA USADO O REQUERIDO.

B) INTERFEROMETRO DE BASE MUY LARGA:

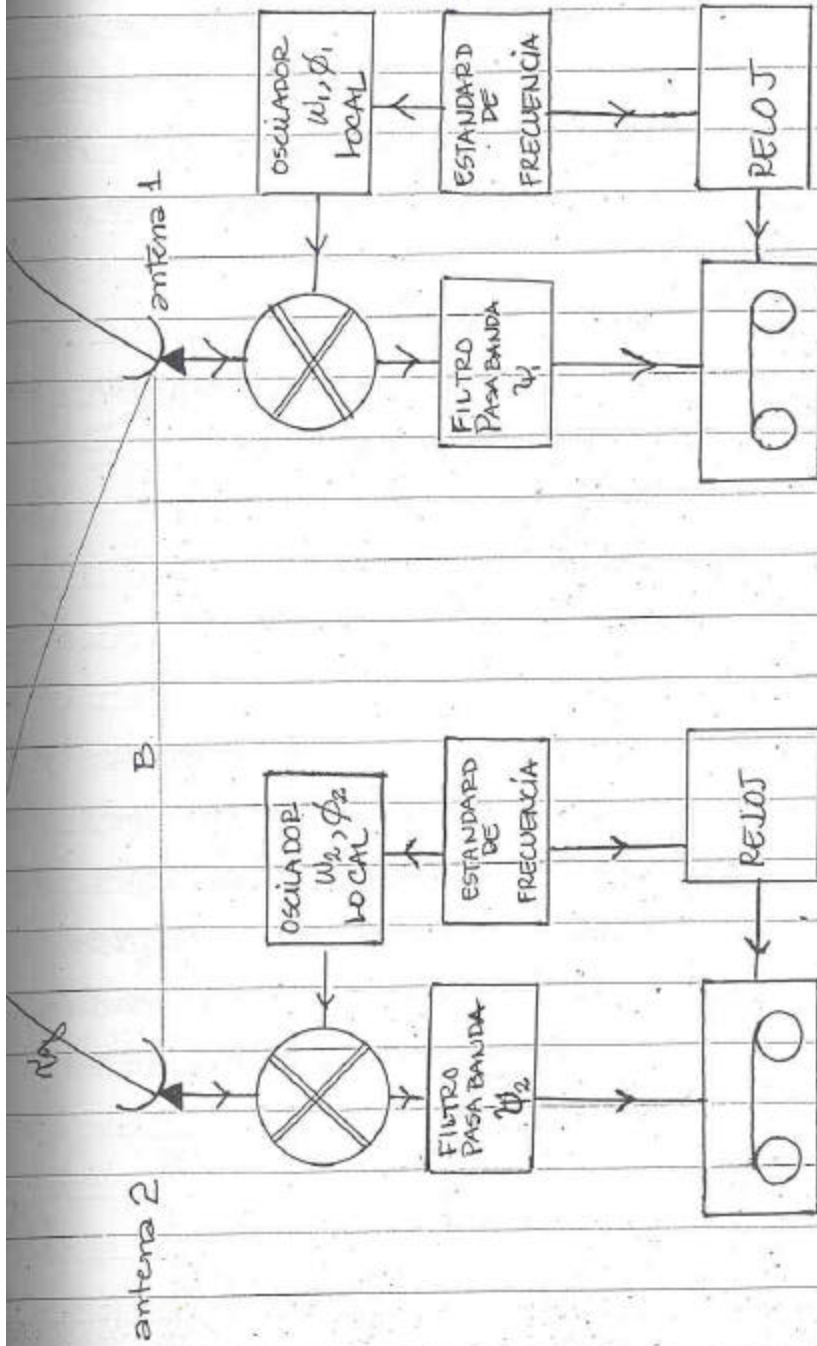
CONSIDERESE UN INTERFEROMETRO DE 2 ELEMENTOS SEPARADOS POR UNA DISTANCIA B. B EN ESTE CASO PUEDE SER ENTRE 50 km HASTA* 7500 km. EN ESTE CASO CADA ANTENA TIENE SU PROPIO OSCILADOR LOCAL.

LA EXPRESIÓN INDIVIDUAL PARA CADA VOLTAJE EN CADA ANTENA ES LA MISMA QUE EN EL CASO DE UN INTERFEROMETRO "CONECTADO". LA DIFERENCIA BÁSICA ENTRE

* DISTANCIA APROXIMADA ENTRE 2 ANTENAS EN NUESTRO PLANETA TIERRA.

UN INTERFEROMETRO DE BASE MUY LARGA Y UN INTERFEROMETRO
"CONECTADO" ES EL HECHO DE QUE LAS SEÑALES DE
CADA RADIOTELESCOPIO PERTENECIENTE A UN INTERFEROMETRO
DE BASE LARGA SE GRABAN EN CINTA MAGNÉTICA, LAS
CINTAS DE CADA OBSERVATORIO SE RECIBEN EN UN CENTRO
ESPECIAL DONDE SE LLEVARÁ A CABO EN UN FUTURO
PRÓXIMO LA CORRELACIÓN DE LAS MISMAS. LA CORRELACIÓN
DE SEÑALES DE UN INTERFEROMETRO "CONECTADO" SE HACE
IN SITU.

VEASE FIGURA 2 PARA OBSERVAR DIAGRAMA
ESQUEMÁTICO DE UN INTERFEROMETRO DE BASE
LARGA COMPUESTO DE 2 ANTENAS.



INTERFEROMETRO DE BASE MUY LARGA

FIGURA 2

II. SÍNTESIS DE APERTURA: LAS VARIABLES U, V

UNA VEZ QUE HEMOS VISTO EL ARREGLO DE UN INTERFEROMETRO, Y EN FORMA SENCILLA, SU RESPUESTA PROCEDEREMOS A DESGLOSAR DICHA EXPRESIÓN PARA ESTUDIAR EN DETALLE LAS VARIABLES QUE EN ELLA ESTAN INVOLUCRADAS:

SE TIENE QUE EN UNA FORMA APROXIMADA LA RESPUESTA DE UN INTERFEROMETRO ES

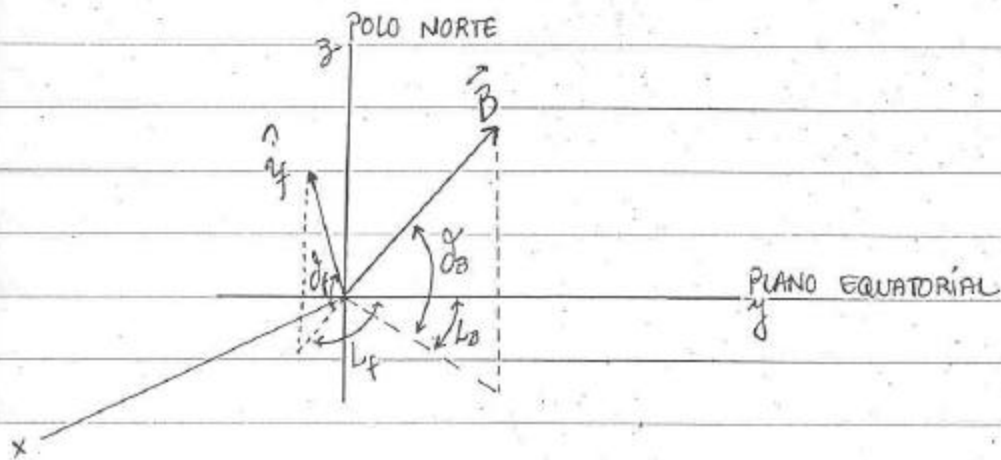
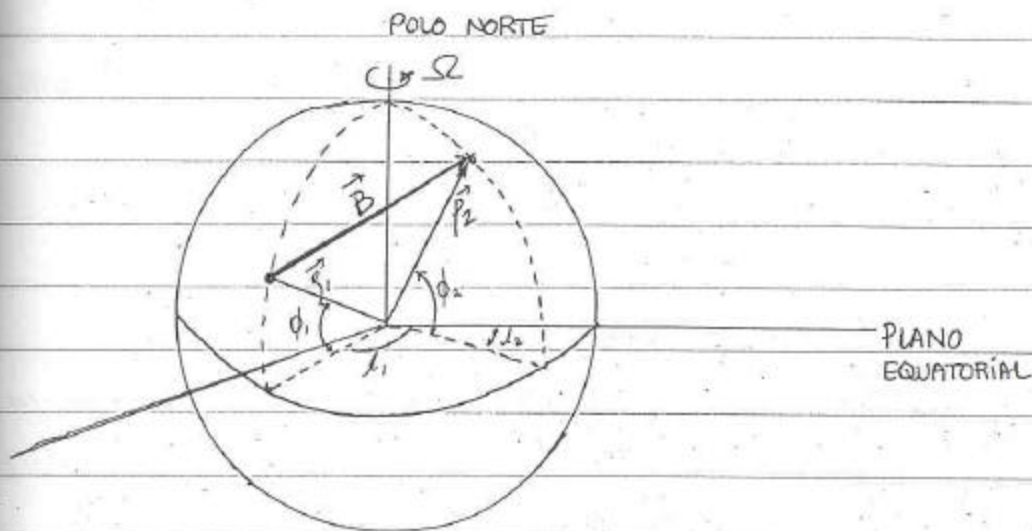
$$R \propto A \cos \Phi \quad (6)$$

$$R \propto A e^{i\Phi} \quad (7)$$

DONDE Φ ES LA FASE DEL INTERFEROMETRO Y A SU ~~AMPLITUD~~ AMPLITUD. ESTA FASE A SU VEZ ESTÁ EN FUNCIÓN DE LA FRECUENCIA DE LA SEÑAL QUE SE ESTÁ OBSERVANDO, ν y DEL RETRASO GEOMÉTRICO τ_g . $\Phi = 2\pi\nu\tau_g$. EN EL ANÁLISIS SIGUIENTE SOLO PONDREMOS ATENCIÓN AL RETRASO GEOMÉTRICO, τ_g .

$$\tau_g = -\frac{1}{c} \vec{B} \cdot \hat{u}_f \quad (8)$$

Para CONOCER LA DEPENDENCIA DE LA LÍNEA DE BASE \vec{B} , NECESITAMOS RECURRIR A LA FIGURA 3



$$\hat{y}_f = \cos \delta_f \cos \lambda_f \hat{x} + \cos \delta_f \sin \lambda_f \hat{y} + \sin \delta_f \hat{z} \quad (9)$$

$$\vec{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z} \quad (10)$$

O TAMBIEN PUEDE EXPRESARSE COMO:

$$\vec{B} = B (\cos \delta_B \cos \lambda_B \hat{x} + \cos \delta_B \sin \lambda_B \hat{y} + \sin \delta_B \hat{z}) \quad (11)$$

$$\zeta_g = -\frac{B}{C} \left[\sin \delta_f \sin \delta_B + \cos \delta_B \cos \delta_f \cos (L_f - L_B) \right]$$

DONDE $L_f = LST - \alpha_f$ HORARIO ANGULAR DEL SOL

$LST =$ TIEMPO LOCAL \rightarrow SIDERAL

$$L_B = LST - \alpha_B$$

$\delta_f =$ DECLINACION DE LA FUENTE

$\alpha_f =$ ASCENSION RECTA DE LA FUENTE

$\alpha_B, \delta_B =$ ASCENSION RECTA Y DECLINACION DE LA LINEA
BASE DEL INTERFEROMETRO

NOTESE QUE ζ_g ES FUNCION DEL TIEMPO Y POR LO TANTO TAMBIEN LO SERA LA FASE, $\Phi = \Phi(t)$.

LA EXPRESION PARA LA FASE CUANDO LA FUENTE NO ES PUNTUAL SINO EXTENDIDA SERA DADA POR:

$$\Delta \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_f} \Delta \alpha_f + \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_f} \Delta \delta_f$$

$$\Delta \Phi = \omega \Delta \tau_g$$

SE PUEDE DEMOSTRAR FACILMENTE, DESPUES DE UN POCO DE ALGEBRA, QUE:

$$\Delta \tau_g = \frac{B}{c} \left[\cos \delta_B \cos \delta_f \sin(L_f - L_B) \Delta \alpha_f + (\sin \delta_B \cos \delta_f - \cos \delta_B \sin \delta_f \cos(L_f - L_B)) \Delta \delta_f \right] \tag{15}$$

DEFINAMOS

$$x = \cos \delta_f \Delta \alpha_f \tag{16}$$

$$y = \Delta \delta_f \tag{17}$$

$$u^* = \frac{\omega B}{c} \cos \delta_B \sin(L_f - L_B) \tag{18}$$

$$v^* = \frac{\omega B}{c} [\sin \delta_B \cos \delta_f - \cos \delta_B \sin \delta_f \cos(L_f - L_B)] \tag{19}$$

$$\omega = 2\pi \nu$$

ENTONCES LA FASE QUEDARIA DEFINIDA COMO:

$$\Delta \phi = (u^* x + v^* y) \tag{20}$$

Si expresamos u y v en RADIANES, TENDREMOS

$$\Delta\Phi = 2\pi \left(\frac{u^*}{2\pi} x + \frac{v^*}{2\pi} y \right) \quad (2)$$

ENTONCES LA RESPUESTA (CORRELACIÓN CRUZADA DE LAS SEÑALES RECIBIDAS POR LOS TELESCOPIOS MIEMBROS DEL INTERFERÓMETRO) SERÁ

$$R \propto A e^{i2\pi(ux+vy)} \quad (2)$$

SI AHORA INTEGRAMOS DENTRO DE LA EXTENSIÓN DE LA FUENTE, NOS DA

$$R(u, v) = \iint A(x, y) e^{i2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (2)$$

$A(x, y)$ ES LA BRILIANTEZ DEL OBJETO EN ESTUDIO.
(en algunos libros la denominarán $B(x, y)$.)

DE LA EXPRESION (23) SE PUEDE OBSERVAR QUE LA BRILLANTEZ DEL OBJETO, $A(x,y)$, SE PUEDE (DETERMINAR) ENCONTRAR SIMPLEMENTE POR UNA TRANSFORMADA DE FOURIER. ASI

$$A(x,y) = \iint R(u,v) e^{-i2\pi(ux+vy)} du dv \quad (24)$$

LA EXPRESION (23) $R(u,v) = \iint A(x,y) e^{i2\pi(ux+vy)} dx dy$ QUE INDICA LA INTEGRACION SOBRE LA EXTENSION DE LA FUENTE OBJETO, ASUME QUE LA FUENTE ES INCOHERENTE.

$$\langle \phi(x,y) \phi^*(x',y') \rangle = 0 \quad x \neq x', y \neq y' \quad (25)$$
$$= A \quad x = x', y = y'$$

$R(u,v)$ ES LA FUNCION DE CORRELACION, LA CUAL ES LA TRANSFORMADA DE FOURIER DE LA DISTRIBUCION DE BRILLANTEZ DEL OBJETO-FUENTE.

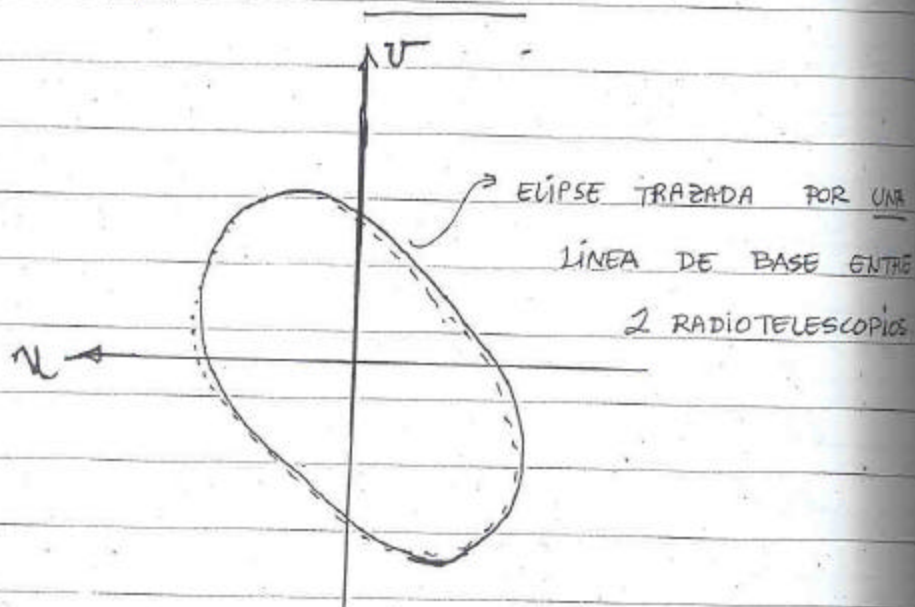
LA ECUACION. (24)

$$A(x,y) = \iint R(u,v) e^{-i2\pi(ux+vy)} du dv$$

NOS EXPRESA LA TÉCNICA DE SÍNTESIS DE APERTURA

ES DECIR, UN INTERFEROMETRO INTEGRADO POR DOS
RADIOTELESCOPIOS MIDE ~~LA COMPONENTE DE LA SERIE~~ POR CADA
LÍNEA DE BASE UNA COMPONENTE DE LA SERIE
FOURIER BIDIMENSIONAL QUE DESCRIBE A LA
FUENTE-OBJETO.

AL ROTAR LA TIERRA, EL CONJUNTO DE PUNTOS
 u, v TRAZAN UNA ELIPSE



SIN EMBARGO NOSOTROS LOS RADIOASTRONOMOS NUNCA
MEDIMOS $R(u,v)$ EN TODO EL PLANO u,v (PORQUE,
SINO SOLAMENTE

$$R(u,v) \cdot W(u,v) = \overset{\text{medida}}{R}(u,v) \quad (26)$$

donde $W(u,v) = 1$ donde $R(u,v)$ fue medida
 $= 0$ donde NO fue medida $R(u,v)$,

$$\text{ENTONCES si } A(x,y) \overset{\text{T.F.}}{\iff} R(u,v) \quad (27)$$

EXISTE UNA FUNCIÓN $G(x,y)$ TAL QUE

$$G(x,y) \overset{\text{T.F.}}{\iff} W(u,v) \quad (28)$$

$$\text{ENTONCES } R(u,v)W(u,v) \overset{\text{T.F.}}{\iff} A(x,y) \otimes G(x,y) \quad (29)$$

$$\text{DONDE } A(x,y) \otimes G(x,y) = A^{\text{medida}}(x,y).$$

F. \equiv Transformada de Fourier

(16)

LA FUNCION $G(x,y)$ SERIA POR LO TANTO EL HAZ EQUIVALENTE DEL INTERFEROMETRO TAL CUANDO SE LLEVA A CABO LA CONVOLUCION DE $A(x,y)$ NOS DA EL MAPA OBSERVADO DE LA FUENTE.

DEBIDO A QUE $W(u,v)$ SERA CERO EN MUCHOS PUNTOS EN EL PLANO u,v , $G(x,y)$ TENDRA LOBULOS SECUNDARIOS POSITIVOS Y NEGATIVOS LOS CUALES PRODUCEN UNA APARIENCIA EXTRAÑA AL MAPA PRODUCIDO.

ESTE Y OTROS PROBLEMAS QUE SURGEN AL OBSERVAR FUENTES CON UN INTERFEROMETRO SERAN EL OBJETO DE ANALISIS DE LAS NOTAS DE INTERFEROMETRO EDITADAS POR NRAO-VLA.

ESAS NOTAS TAMBIEN ESTUDIAN LAS CARACTERISTICAS DE UN INTERFEROMETRO COMO LO SON: RESOLUCION ANGULAR, SEÑAL Y RUIDO, MUESTREO INCOMPLETO DEL PLANO u,v , ANCHO DE BANDA Y SUS EFECTOS, ETC.

①

RADIO ASTRONOMIA ()

LECCIÓN # 17

TEMA V: MECANISMOS DE EMISIÓN DE CUERPOS
CELESTES EN ONDAS DE RADIO:
Líneas de emisión y emisión en continuo. I.

- Bibliografía:
- 1) Capítulo 3 "Physical Processes in the Interstellar Medium" por Lyman Spitzer
Ed. John Wiley & Sons. 1978
 - 2) Capítulos 7 y 8 "RADIO ASTROPHYSICS" por A.G. Pacholczyk
Ed. Freeman 1970.
 - 3) Capítulo 6 "Astrophysical Concepts" por M. Harwit
Ed. John Wiley and Sons.
1973.

- Temas a tratar:
- 1) Objetos Celestes.
 - 2) Introducción a los mecanismos de emisión:
 - i) Emisión Térmica } Emisión en Continuo
 - ii) No Térmica }
 - iii) Emisión en líneas espectrales
 - Definiciones de:
 - 3) Espesor Óptico o Profundidad Óptica (τ_ν, τ_0)
 - 4) Emisividad de un objeto (j_ν).

(2)

En el contexto astronómico existen u oye uno hablar de "objetos" o "regiones" que emiten a tal ó cual longitud de onda ó frecuencia. Así por ejemplo podemos recordar que algunos "objetos" o "regiones" se denominan en general:

- a) Estrellas
- b) Galaxias
- c) Radio Galaxias
- d) Nebulosas
- e) Regiones H II
- f) Pulsares
- g) Nubes Moleculares
- h) Cuasares
- i) Planetas
- j) Vientos Estelares
- k) \vdots
- l) etc.

Estos son solo algunos nombres de muchos que existen en el acervo de objetos en el universo. También sabemos que algunos de ellos emiten a diferentes longitudes de onda: emiten en el visible, en infrarrojo, en rayos ultravioleta, en rayos X y algunos emiten en RADIO.

En general los instrumentos que usamos tienen la característica que solo pueden RECIBIR RADIACION dentro de una "ventana" o "ancho de banda" de frecuencias, es decir es IMPOSIBLE "observar" un objeto en toda la extensión del espectro electromagnético CON UN SOLO INSTRUMENTO ~~en~~ al mismo tiempo.

De la misma manera, en lo referente a los instrumentos ~~de~~ radioastronómicos tenemos

③

que solo podemos observar un pequeño intervalo de frecuencias dentro de lo que sería la ventana total de frecuencias de radio.

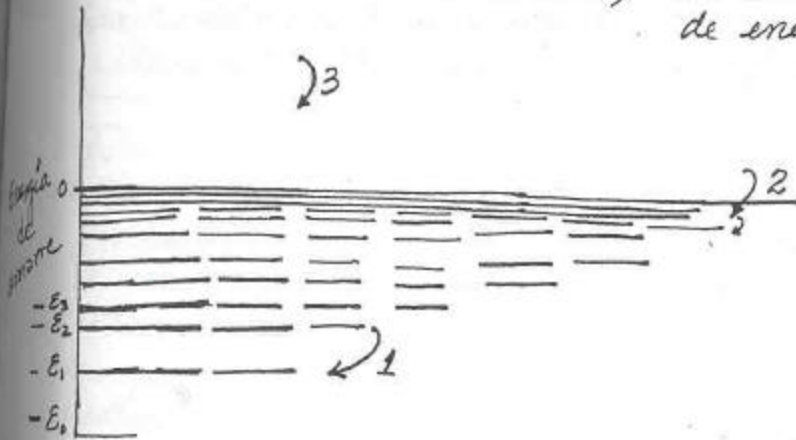
De acuerdo a la intensidad que uno observa en diferentes frecuencias (de radio) uno desea caracterizar al objeto.

Los objetos mencionados anteriormente tienen diferentes características físicas unos de otros: Algunos ~~se~~ los observamos como objetos puntuales, otros los observamos como objetos difusos, etc; unos están a una cierta temperatura, otros tienen una cierta densidad, etc, etc.

Entonces de acuerdo a las características que se puedan observar de la radiación a las frecuencias de radio de los diferentes objetos es como estos se pueden clasificar.

En general los mecanismos de emisión de radio involucran las interacciones de partículas cargadas eléctricamente (electrones) ya sea con otras partículas cargadas (iones y electrones) o bajo el potencial de cierto átomo o molécula que los obliga a permanecer o cambiar de su órbita alrededor del núcleo.

Considere, por ejemplo, el siguiente sistema (de características didácticas) con sus ~~varios~~ niveles de energía



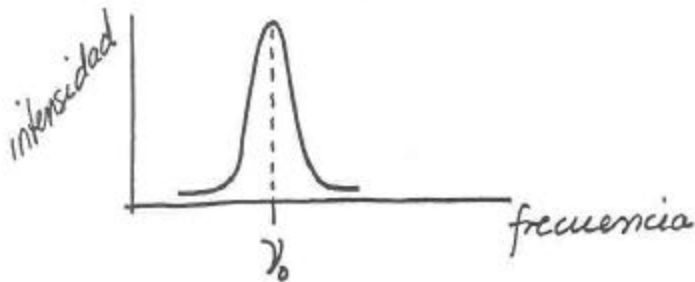
④

Los electrones pueden hacer cambios de un nivel energético a otro en 3 formas:

- 1) De un nivel energético superior a otro inferior. Sabemos que este "brinco" nos dará un fotón con una ~~energía~~ frecuencia proporcional a la diferencia de ~~energías~~ energías de ambos niveles

$$\Delta E = h\nu_0$$

ESTE PROCESO DA LUGAR A UNA LÍNEA ES DECIR, LA INTENSIDAD DE LA EMISIÓN SERA MÁXIMA A LA FRECUENCIA ν_0 Y DECAERÁ HACIA OTRA FRECUENCIA



Y como se puede deducir esta frecuencia depende del potencial o átomo o molécula que de lugar a esos niveles de energía ~~que~~ de los cuales existe una transición.

A este mecanismo se le conoce como LIGADO-LIGADO (o en inglés BOUND-BOUND) ya que el electrón sigue ligado o atado al átomo o molécula en cuestión.

(5)

2) Al segundo caso se le denomina LIBRE-LIGADO y es cuando un electrón que se encuentra LIBRE es atrapado por el átomo o molécula y lo obliga a ocupar un nivel energético de la misma. Usualmente son los niveles energéticos con MENOR energía de enlace y por lo tanto ~~es~~ es muy fácil que el electrón regrese a la zona LIBRE.

Este proceso da lugar a las LINEAS DE RECOMBINACIÓN que tienen frecuencias BIEN DEFINIDAS.

Como se puede deducir este proceso también involucra átomos que son los que proveen los niveles energéticos.

(en inglés se llamaría BOUND-FREE).

3) Cuando los electrones se encuentran en la zona LIBRE ~~emitir~~ estas pueden también emitir radiación pero no existe una frecuencia característica ya que no involucra una transición entre niveles de energía y por lo tanto pueden emitir en cualquier frecuencia.

En general se le conoce como radiación LIBRE-LIBRE o en inglés FREE-FREE.

También se le conoce como BREMSSTRAHLUNG que es alemán y su traducción sería: radiación de frenado.

Otro nombre común es el de Radiación TÉRMICA ya que se asume que los electrones e iones libres están en un medio a una cierta temperatura T .

(6)

4) Existe otro mecanismo que involucra un conjunto de electrones LIBRES interactuando con un Campo MAGNETICO. La fuerza que ejerce sobre ellas se puede resumir en que fuerza a los electrones a tener un movimiento espiral alrededor de las líneas del campo magnético.

A este proceso se le conoce como radiación de SINCROTRON

A este proceso también se le conoce como radiación NO-TERMICA.



Estos dos últimos procesos (el de radiación LIBRE-LIBRE y el proceso de SINCROTRON) son el resultado de electrones LIBRES. Usualmente al gas compuesto de electrones libres y iones positivos libres, con una misma densidad de tal forma que el gas sea neutro, se le conoce como PLASMA.

Por lo tanto para entrar en detalle tendremos que analizar la emisión y absorción de RADIACION por parte de un PLASMA.

(7)

En general habíamos mencionado en clases pasadas que la variación de la ~~de~~ Intensidad con la distancia viajada la gobierna la Ecuación de ~~de~~ TRANSPERENCIA DE RADIACIÓN. En general para una línea espectral superpuesta a un continuo se tendría:

$$\frac{dI_\nu}{dl} = -K_\nu I_\nu + j_\nu - K_c I_\nu + K_\nu B_\nu \quad (1)$$

$$\frac{dI_\nu}{dl} = -(K_\nu + K_c) I_\nu + j_\nu + B_\nu K_\nu \quad (1a)$$

en donde l : distancia

I_ν : intensidad a una frecuencia ν

K_c : coeficiente de absorción del continuo

K_ν : coeficiente de absorción del medio

por el cual viaja la intensidad I_ν una distancia l . Depende de la frecuencia observada

B_ν : La función de Planck

j_ν : coeficiente de emisividad del medio "intermedio". También depende de la frecuencia observada

capas que emite una cierta radiación * intensidad I_ν



EL CONTINUO

$$\frac{dI_c}{dl} = -K_c I + j_\nu \quad (1b)$$

(9)

Con el advenimiento del desarrollo instrumental en la banda de radio, fue posible realizar observaciones en estas frecuencias principalmente de radiación en el continuo de diferentes áreas del cielo.

Estos estudios primarios sirvieron como base para otros tantos CATALOGOS de FUENTES DE RADIO que cada uno varía en la frecuencia usada para la observación y el área del cielo observada.

Algunos de estos objetos identificados como fuentes emisoras de radio ya han sido identificados con sus imágenes ópticas. Sin embargo todavía quedan muchos otros objetos que emiten en radio que esperan ser identificados con su contraparte óptica.

Algunos de estos catálogos son:

1) CATALOGOS DE CAMBRIDGE (Inglaterra)

1C En este catálogo se encuentran 50 fuentes observadas con un interferómetro a una longitud de onda de 3.7 m. Las fuentes se numeran consecutivamente. ($\lambda \approx 80 \text{ MHz}$)

2C Segundo catálogo con 1936 objetos observados a una longitud de onda de 3.7 m. Publicado en 1955. DESPUES SE ENCONTRO QUE HABIA ERRORES DE CONFUSION EN LA IDENTIFICACION DE LAS FUENTES. Actualmente ya NO se usa.

3C Tercer catálogo de fuentes observadas a una frecuencia de $\lambda = 159 \text{ MHz}$. Este catálogo fue hecho con un interferómetro

(10)

que estaba LIMITADO en Resolución (ver problema #2 de la Tarea #6 para ver lo que significa este término) y su flujo mínimo creíble fue 8 Jy. (Dentro de 3 stereradianes solo 75 "fuentes de radio" fueron detectadas). Las "fuentes" son numeradas consecutivamente con el prefijo 3C.

Se observaron las siguientes regiones

3C(a) $-10^\circ < \delta \leq +55^\circ$ δ : declinación

3C(b) $-25^\circ \leq \delta \leq +60^\circ$

3C(c) $+52^\circ \leq \delta \leq +70^\circ$

En total se observaron 471 objetos.

3CR Es un catálogo revisado del 3C. Contiene todas las fuentes puntuales al NORTE de $\delta = -0.5$ con un flujo mayor que 9 Jy. El mismo número del catálogo anterior se mantiene con las siguientes adiciones: (por ejemplo

3C 175.1 Fuente que NO estaba en el catálogo original 3C.

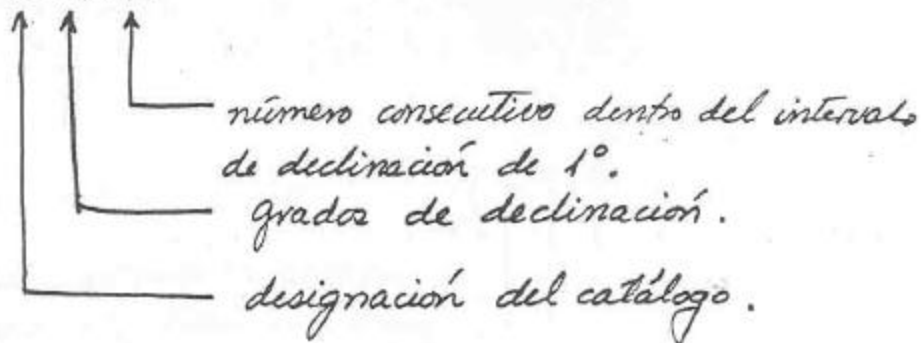
3C 175.0 Fuente que SI estaba en el catálogo 3C.

3C 193 Fuente que SI está en el catálogo 3C pero NO en el catálogo 3CR.

(11)

4C Cuarto Catálogo de Cambridge hecho con el interferómetro a una frecuencia de 178 MHz. 4843 fuentes están contenidas en este catálogo dentro del área $-07^{\circ} \leq \delta \leq 80^{\circ}$ con un flujo mayor que 2 Jy.

4C21.41

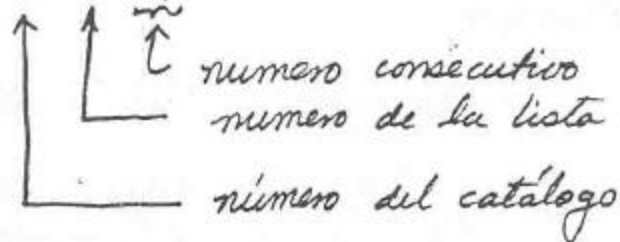


5C Catálogo que cubre objetos con flujo mayor que 0.025 Jy a una frecuencia de 408 MHz. Contiene dos listas

(a) 106 fuentes centradas en $\alpha = 09^{\text{h}} 40^{\text{m}}$ y $\delta = 50^{\circ}$ con un radio de 2° y

(b) 207 fuentes centradas en $\alpha = 11^{\text{hr}} 00^{\text{min}}$ $\delta = 49^{\circ} 40'$ con un radio de 2° .

5C 1.24



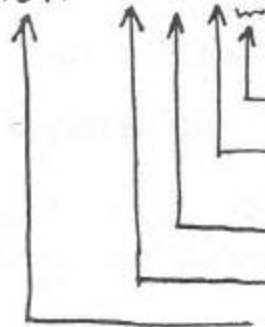
2) Los Catalogos Australianos

MSH

Hecho con el telescopio de MILLS-CROSS en Australia. 2270 fuentes se observaron con un flujo limite de 7 Jy.

20° ≤ δ ≤ -10	1159	objetos
50° ≤ δ ≤ -20	892	✓
80° ≤ δ ≤ -50°	219	✓

MSH 10+011

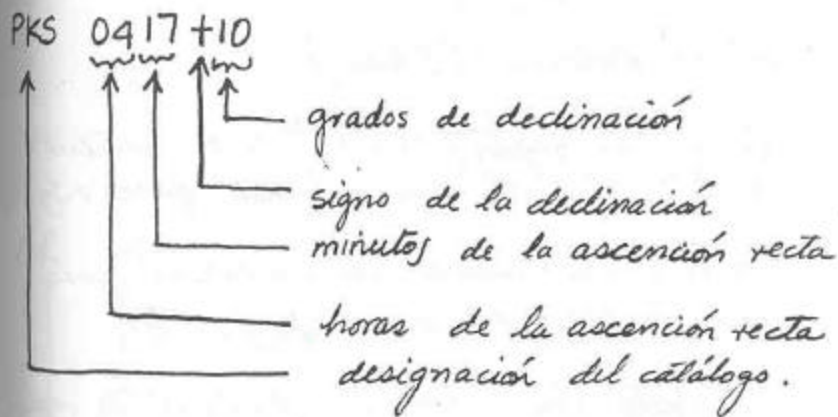


numero consecutivo (hasta 2 digitos)
 digito que indica las unidades de decenas en DECLINACION
 SIGNO DE LA DECLINACION
 Horas de Ascension Recta
 Nombre del Catalogo (hecho por Mills, Slee y Hill).

PKS

Catalogo del radiotelescopio en PARKES que consiste de 5 listas con objetos al SUR de $\delta = +27^\circ$. Estos objetos fueron observados a 408 MHz, 1410 MHz, 2650 MHz con el radiotelescopio de 64m (210 pies) de diametro.

- (a) 297 objetos con flujo mayor a 4 Jy @ 408 MHz.
- (b) 247 ✓ $\delta \leq -75^\circ$ a 0.5 Jy @ 1410 MHz
 ● $-75^\circ \leq \delta \leq -60^\circ$ 1 Jy @ 1410 MHz
- (c) 564 objetos con flujo mayor a 0.3 Jy @ 1410 MHz
- (d) 628 ✓ ✓ ✓ a 0.4 Jy ✓ ✓
- (e) 397 ✓ ✓ ✓ ✓ 1.5 Jy @ 635 MHz.



3) Catálogos del Instituto Tecnológico de California

CTA 106 fuentes principalmente tomados del catálogo 3C observados con la antena de 90 pies de diámetro a una frecuencia de 960 MHz. Las fuentes se numeran consecutivamente.

CTB 110 fuentes galácticas a 960 MHz. Las fuentes también están numeradas consecutivamente.

4) Catálogos del Observatorio Nacional de Radio Astronomía de los EUA (NRAO)

726 fuentes de radio tomadas del Catálogo 3C y 3CR a una frecuencia de 750 MHz y 1400 MHz con el radiotelescopio de 90 m en Green Bank.

Las fuentes nuevas que se encontraron se designaron NRAO-# con un número consecutivo en orden de ascensión recta.

5) Los Catálogos de Bologna (Italia)

- B1 Cubre la región $0 \leq \alpha \leq 13^{\text{hr}}$ y contiene 629 fuentes más intensas que 1 Jy. Se usa la misma nomenclatura que en Parkes pero con el prefijo B1.
- B1S 38 objetos más intensos que 0.6 Jy en la región $-25^{\circ}36' \leq \delta \leq 20^{\circ}$ y $11^{\text{h}} \leq \alpha \leq 12^{\text{h}}50^{\text{m}}$. Misma notación que Parkes pero con prefijo B1S.
- GV $07^{\text{h}}40^{\text{m}} \leq \alpha \leq 18^{\text{h}}20^{\text{m}}$ y $34^{\circ} \leq \delta \leq 35^{\circ}$ 328 objetos más intensos que 0.25 Jy a una frecuencia de 408 MHz. Las fuentes están numeradas consecutivamente.
- B2 $29^{\circ}18' \leq \delta \leq 34^{\circ}02'$ con 3235 objetos más intensos que 0.2 Jy. Misma notación que Parkes pero con el prefijo B2.

6) Catálogos de la Universidad de Ohio

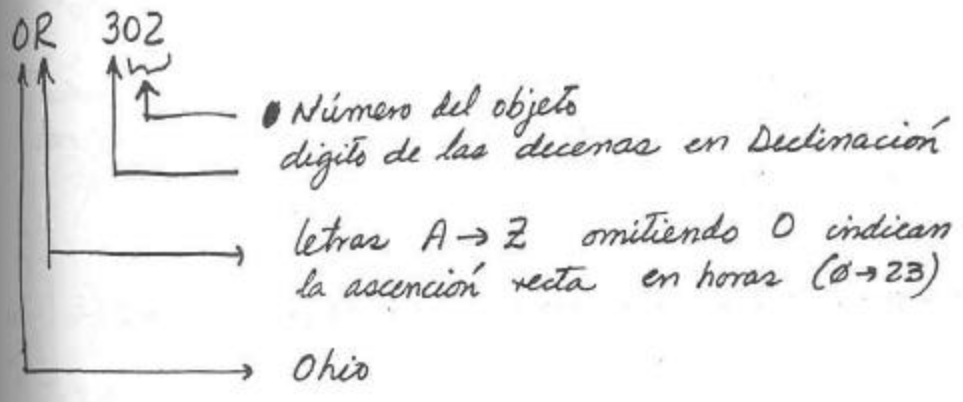
OA-OZ Hecho con el radiotelescopio de 260 x 70 pies de la U. de Ohio State.

- (a) 128 objetos @ 600 MHz y 1415 MHz con flujos mayores que 2 y 0.5 Jy respectivamente. Objetos centrados alrededor de H31 con $2^{\text{h}}.5$ en A.R. y 4° en D.
- (b) 236 objetos dentro de $8^{\text{h}}00^{\text{m}} \leq \alpha \leq 16^{\text{h}}00^{\text{m}}$ y $+25^{\circ}0' \leq \delta \leq +37^{\circ}40'$. Con flujo mayores que 0.37 Jy.

(15)

c) 1199 fuentes con flujo mayores que 0.3 Jy en $0^h \leq \alpha \leq 16^h$

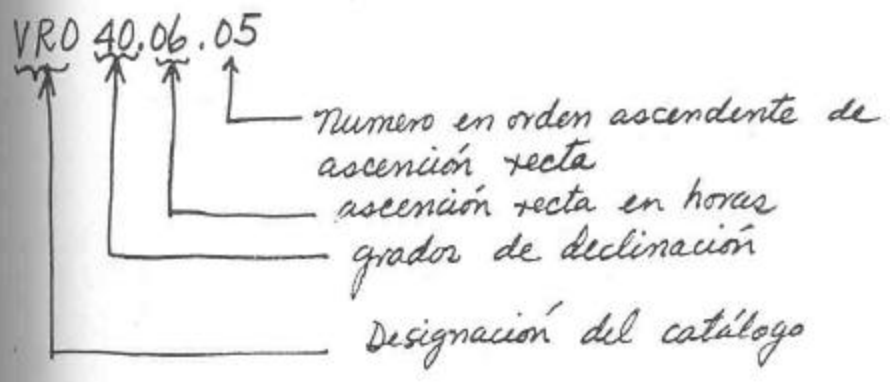
d) 2101 objetos con flujo mayores que 0.2 Jy en $0^\circ \leq \delta \leq 20^\circ$



1) Catálogos del observatorio de Vermillion River

VRO (a) 239 objetos con flujo mayor a 0.8 Jy.
a 610.5 MHz

(b) 625 objetos con flujo mayor a 0.8 Jy.
a la misma frecuencia



8) Catálogo del Observatorio de Dominion. (DRAO)

DA 615 objetos con flujos mayores que 2 Jy a 1420 MHz. observados con el radiotelescopio de 85 pies de diámetro. $-5^\circ \leq \delta \leq +70^\circ$

Las fuentes están numeradas en orden ascendente de ascensión recta y con el prefijo DA.

9) Catálogo del Observatorio de Dwingeloo

DW 188 objetos con flujo mayor que 2.3 Jy observado con el radiotelescopio de 25m de diámetro.

Misma notación que Parker pero con prefijo DW.

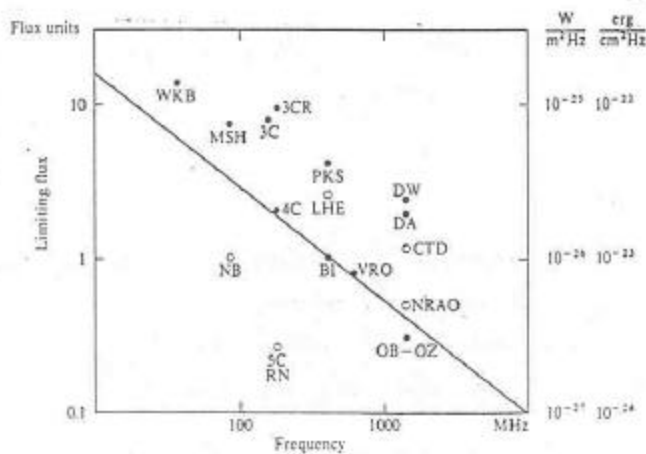


Fig. A.7 Frequencies and limiting fluxes of surveys of radio sources. Open circles refer to surveys covering only a very limited portion of the sky. If the limiting flux is a function of the angular size of the source or of its position on the sky, the lowest flux is plotted. The line represents a synchrotron spectrum with an index of 0.75 [After Davis, Ref. 113].

Tomado de "Radio Astrophysics" pag 259 por Pacholczyk

RADIO ASTRONOMÍA

Lección # 18

TEMA VI: Radio Astronomía Galáctica . I. "REGIONES HII"

- Referencia:
- 1) Capítulo 3 "Physical Processes in the Interstellar Medium" por Lyman Spitzer 1978
 - 2) Capítulo 8 "Radio Astrophysics" de Pacholczyk 1970
 - 3) Capítulo 3 "Galactic and Extragalactic Radio Astronomy" Editores. Verschuur y Kellermann 1974
 - 4) Capítulo 7 "Frontiers of Astrophysics" Editor E. H. Avrett Harvard U. Press 1976

- QUE A TRATAR:
- a) Regiones HII : breve introducción; su "historia"
 - b) Ecuación de Transferencia
 - c) Espesor o Profundidad Óptica del continuo (τ_c)
 - d) Coeficiente de Absorción en el continuo (K_c)
 - e) Coeficiente de Emisividad en el continuo (j_c)
 - * f) Espesor o Profundidad Óptica en líneas espectrales (τ_L)
 - * g) Coef. de Absorción en líneas espectrales (K_L)
 - * h) ✓ ✓ emisividad en ✓ ✓ (j_L)

discutirse en la próxima lección.

②

En el universo existen objetos difusos que no podían ser identificados como estrellas por telescopios (ópticos) de baja resolución. Históricamente a estos objetos se les denominó NEBULAE (que significa nube en latín). Como fue avanzando la resolución angular se fue descubriendo que todos los objetos conocidos como NEBULAE en realidad deberían clasificarse en varias clases de objetos. Así se tenían

- i) Galaxias Externas
- ii) Cúmulos Globulares
- iii) Remanentes de Supernova
- iv) Nebulosas de Reflexión
- v) nebulosas Planetarias y
- vi) NEBULOSAS DIFUSAS BRILLANTES.

Un catálogo de las Nebulosas (de los 6 tipos) más brillantes lo constituye el hecho por el Astrónomo Charles MESSIER y que en la actualidad se usa comúnmente su nomenclatura (ejemplo: M101, Galaxia , M-17 Nebulosa ^{de la cabeza} de Caballo, etc)

De los 6 tipos de nebulosas la última es en la que estamos interesados. Las "nebulosas difusas brillantes" están fuertemente concentradas en el plano galáctico, tienen una forma asimétrica y todo hace suponer que están relacionadas con regiones donde existe formación reciente de estrellas. Debido a que se encuentran, muchas de ellas en el plano galáctico, algunas de ellas se encuentran ocultas por el polvo y gas absorbente entre ellas y el observador. Este ocultamiento es sólo en el VISIBLE.

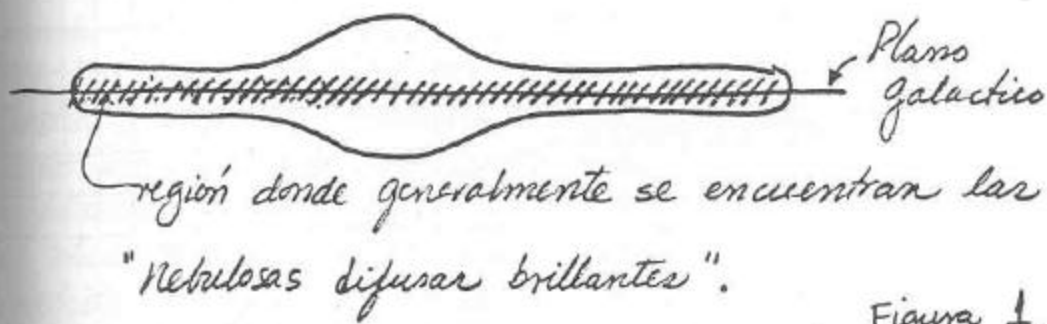


Figura 1.

Debido a que la radiación en la ventana de radio no es absorbida tanto como la radiación visible, aun es posible observarlas y detectarlas con radiotelescopios

④

La emisión en radio de estas regiones es del tipo conocido como RADIACION TERMICA o LIBRE-LIBRE. Debido al desarrollo tecnologico desde los orígenes de la radioastronomía en terminos de ser capaces de detectar radiación del tipo "continuo", este tipo de radiación (libre-libre) era la radiación comunmente detectada.

Al igual que con los telescopios ópticos antiguos, los primeros radio-telescopios poseían POCA RESOLUCIÓN angular y por lo tanto solo se podía determinar muy CRUDAMENTE la distribución espacial del origen de esta radiación. Esto se puede apreciar muy bien en las siguientes 2 figuras. La primera muestra la distribución GALACTICA de la emisión de radio a unas frecuencias de 200 MHz y 100 MHz.

Tomada de Piddington, M.N.R.A.S. 1951 Vol 11. pag 45

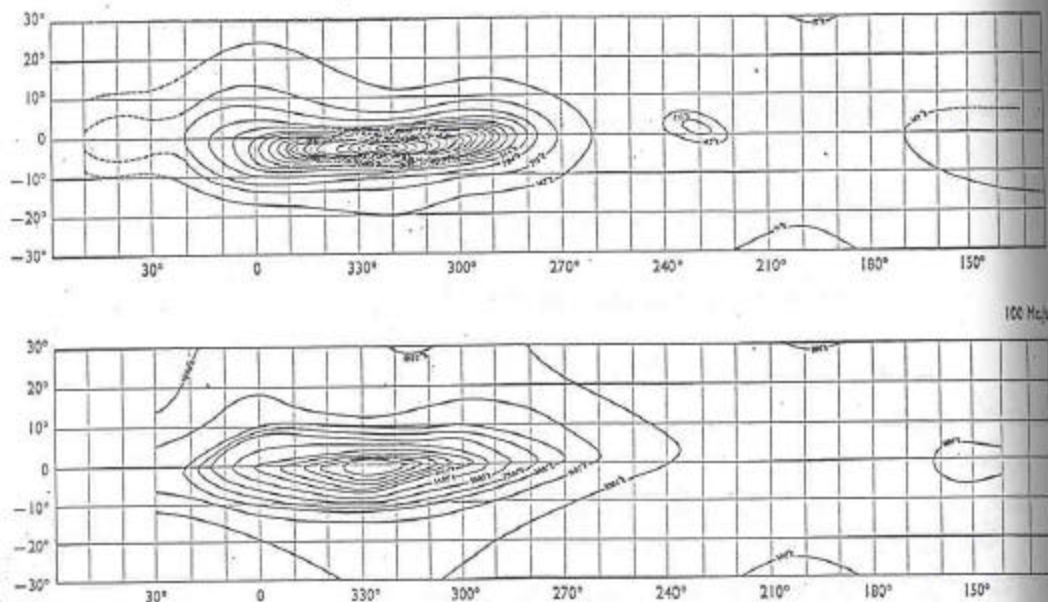


FIG. 1.—Equal-intensity contours of galactic radiation at frequencies of 200 Mc./s. (above) and 100 Mc./s. (below).

Ordinates: Galactic latitude.
Abcissae: Galactic longitude.

FIGURA 2

(5)

MNRAS 1951, vol III.

R. Hanbury Brown and C. Hazard

Vol. III

shows the intensity received from another weak source at approximately the same declination as the observed source.

The intensity given in Table II is an integrated value over the source and is twice the intensity observed on one polarization, as it is assumed that the radiation

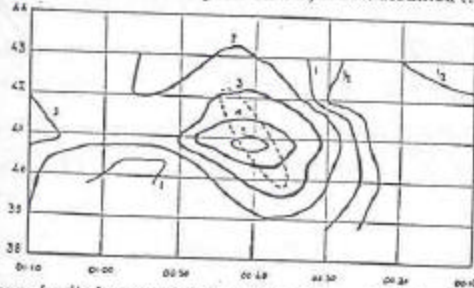


FIG. 4.—Contours of radio-frequency flux observed near the source in Andromeda with a 2-degree beam. (1 unit = 10^{-21} watts/square metre/c.p.s. $\lambda = 1.89$ metres.)

The contours do not represent the absolute intensity of the radio flux at each point. As explained in the text the gradient of background flux in declination has been removed and the contours show the intensity for each point above the background flux at $00^h 40^m$ R.A. The gradient of background flux in right ascension has not been removed and therefore distorts the contours.

The broken line shows the outline of the nebula derived from a photograph.

Ordinates: Declination (degrees north).

Abscissae: Right ascension (1 division represents 10 minutes).

Esta otra figura muestra la emisión en radio de la GALAXIA ANDROMEDA.

Observaciones hechas en 1950.

FIGURA 3

Se conocía entonces que esta "emisión de radio" provenía de lugares ó regiones difusas de GRAN TAMAÑO. Debido a que teóricamente se entendía que la radiación provenía principalmente de la interacción entre las partículas cargadas negativamente (electrones) con las cargadas positivamente (iones ó protones) y debido a que en el Universo el elemento más abundante es el hidrógeno entonces se les denomina a estas regiones

REGIONES HII donde HII significa que el

hidrógeno está ionizado (electrón desprendido de su protón). Debido a que se necesitan 13.6 eV. para ionizar el hidrógeno entonces se condujo que debería de haber una fuente de GRAN ENERGÍA.

(b)

Esto relacionaba a estas regiones con Estrellas jóvenes (del tipo O que tienen alta temperatura superficial, mayor ~~diámetro~~ que el sol, más masa que el sol y su vida mucho más corta que el sol).

De las observaciones primeras se concluía que la emisión de Radio se originaba ya sea de GAS IONIZADO CALIENTE (a estas regiones se les denominó INTERESTELARES) o de quizás ATMÓSFERAS ESTELARES. (Ver referencia PIDDINGTON, M.N.R.A.S. 1951 Volumen 111 pág 45.)

Los fotones ultravioleta con longitud de onda menores que 912 \AA viajan desde la estrella hasta encontrar un átomo de hidrógeno y IONIZARLO.

Los así formados proton y electron entonces pueden ya sea RECOMBINARSE y EMITIR otro fotón a otra frecuencia o bien pueden sufrir colisiones con otras partículas TRANSFIRIENDO ENERGÍA.

Estas regiones H II visibles (es decir las que si se pueden detectar en la ventana de las frecuencias en el visible) muestran radiación de continuo y también radiación espectral.

Entre las más importantes líneas espectrales se encuentran

NI^{I} ^(nitrogeno atómico) a una longitud de onda de 5007 \AA
 N_2 \leftarrow (molécula de nitrogeno) 4959 \AA

NII (nitrogeno ionizado 1 vez) 6584 \AA , 6548 \AA , 5755 \AA .

$\text{H}\alpha$ (6562 \AA)

⑦

H β (4861 Å)

H γ (4340 Å)

O II (3726 Å y 3729 Å)

O III (4363 Å)

Como se menciona en párrafos anteriores cuando el electron se encuentra libre, éste puede emitir radiación en frecuencias de radio (que constituirían el continuo) y además se podría recombinar con otro proton y emitir ~~la~~ radiación de líneas espectrales (líneas de recombinación).

En regiones que tienen una alta densidad y en las cuales existe una fuente de fotones ultravioleta cercand casi TODO el HIDRÓGENO se encuentra IONIZADO y entonces caemos al caso de tratar la transferencia de radiación a través de un medio ionizado o sea a través de un PLASMA o GAS altamente ionizado.

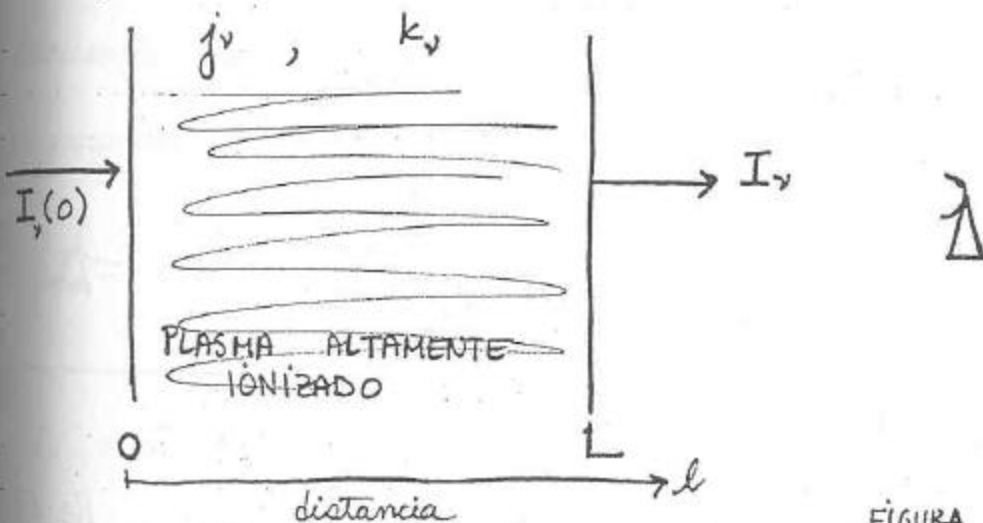


FIGURA 4.

⑧

La ecuación de transferencia tiene la forma
(EN UNA DIMENSIÓN)

$$\boxed{\frac{dI_\nu}{dl} = -K_\nu I_\nu + j_\nu} \quad (1)$$

donde K_ν : coeficiente de absorción
 j_ν : coeficiente de emisión

El ESPESOR ó PROFUNDIDAD OPTICA τ se define
como $\tau \equiv \int_{L_1}^{L_2} K dl \approx \langle K \rangle (L_2 - L_1)$ (2)

$$\tau \approx \langle K \rangle (L_2 - L_1) \quad (3)$$

donde $\langle K \rangle$ sería el valor promedio de K constante a lo largo de la distancia $(L_2 - L_1)$.

La convención usual es: ~~→~~

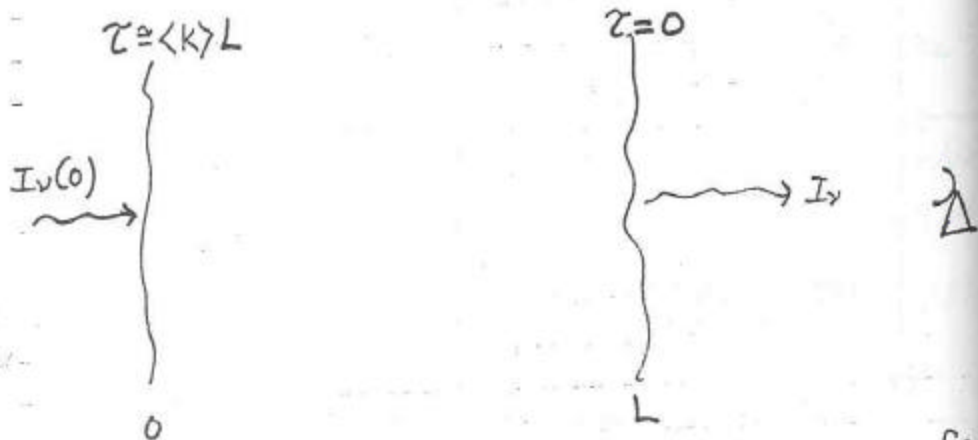


Fig 5

(9)

τ es cero en el límite más cercano a nosotros de la "nube" y $\tau = \langle k \rangle L$ en el límite más lejano a nosotros de la nube. Sin embargo la distancia se toma como cero al límite más lejano a nosotros y en donde se recibe una radiación $I_{\nu}(0)$ y la distancia es máxima al límite más cercano a nosotros.

En general la solución de la ecuación (1) será

$$I = I(0)e^{-\langle k \rangle L} + \int_0^{\langle k \rangle L} \frac{j_{\nu}}{k} e^{-k(L-l)} k dl \quad (4)$$

donde se ha omitido el subíndice ~~de la~~ frecuencia para mayor claridad. En términos de τ la ecuación (4) quedaría

$$I_{\nu} = I_{\nu}(0)e^{-\tau_0} + \int_0^{\tau} \frac{j_{\nu}}{k_{\nu}} e^{-\tau'} d\tau' \quad (5)$$

$$I_{\nu} = I_{\nu}(0)e^{-\tau_0} + \frac{j_{\nu}}{k_{\nu}} (1 - e^{-\tau_0}) \quad (6)$$

(10)

Al término $\frac{j_\nu}{k_\nu}$ se le conoce en general como **FUNCIÓN FUENTE** (Source Function) y se representa S_ν (NO CONFUNDIR con el flujo S).

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_c} + S_\nu(1 - e^{-\tau_c}) \quad (7)$$

Ahora bien para calcular τ_c se necesita conocer el coeficiente de absorción k_c el cual no es fácil de obtener ya que se necesitan modelar las interacciones entre partículas cargadas negativamente (electrones) y las cargadas positivamente (protones o iones) ambas teniendo una cierta distribución en función de la velocidad. Clásicamente (y muy simplificada) la interacción entre dos partículas involucra una desviación en su trayectoria

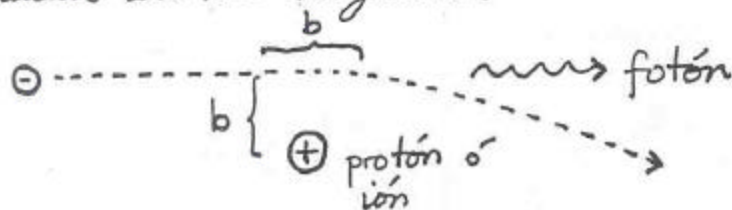


figura 6

b : parámetro de impacto (distancia más cercana entre ambas partículas)

(H)

Como la fuerza de Coulomb es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, $F \propto \frac{1}{r^2}$, LA REGION MAS SIGNIFICATIVA DE LA INTERACCION DE AMBAS PARTICULAS SERÁ CUANDO EL ELECTRON está más cercano al protón ó sea cuando la distancia que lo separe del protón sea ~~la~~ ^{alrededor del} llamada parametro de impacto, b . El electrón sufrirá una aceleración (transversal) y esto producirá que emita radiación. La ecuación de Larmor nos dice que la POTENCIA EMITIDA va como

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3} \quad (8)$$

donde a es la aceleración $(= \frac{dv}{dt})$.

El flujo de electrones por unidad de area será $N_e v$ donde N_e es el número de electrones por unidad de volumen v es la velocidad de estos electrones

$$[N_e v] = \frac{\# \text{ electrones}}{\text{cm}^2 \cdot \text{seg.}}$$

(12)

La aceleración sería $a = \frac{F}{m}$ donde F sería

la fuerza de Coulomb $F = \frac{ze^2}{b^2}$ (9)

donde e es la carga del electron y (ze) la carga del ion. Entonces

$$\frac{dV}{dt} \equiv a = \frac{ze^2}{b^2 m} \quad (10)$$

El tiempo de interacción será algo así como

$$t_{int} \sim \frac{b}{v} \quad (11) \quad \text{o sea del orden de la distancia } b \text{ dividida por la velocidad del electrón.}$$

La ENERGÍA RADIADA, W , es

$$W = \int P(t) dt \quad (12)$$

$$W \sim \langle P \rangle t_{int} \quad (13)$$

$$W \sim \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{ze^2}{b^2 m} \right)^2 \left(\frac{b}{v} \right) \quad (14)$$

$$W \sim \frac{2}{3} \frac{e^6 z^2}{c^3 b^3 m^2 v} \quad (15)$$

$$v_{max} = \frac{1}{t_{int}} = \frac{v}{b} \Rightarrow \frac{W}{v} = \frac{2}{3} \frac{e^6 z^2}{c^3 b^3 m^2 v^2} = \frac{2}{3} \frac{e^6 z^2}{c^3 m^2 v^2 b^2}$$

(13)

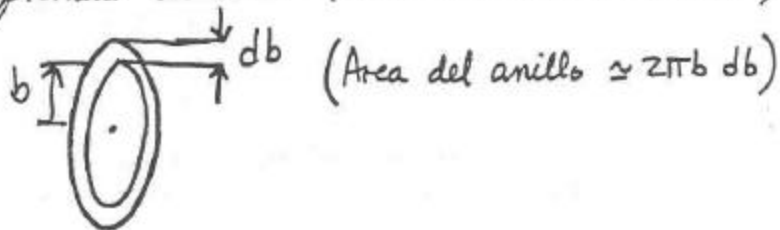
El número de colisiones por unidad de tiempo por unidad de volumen entre partículas de diferente carga sería algo así como

$$N_i (N_e U) 2\pi b db = \frac{\# \text{ colisiones}}{\text{seg cm}^3} \quad (16)$$

donde $N_i \equiv$ número de iones por cm^3

$N_e \equiv$ electrones

$2\pi b db =$ diferencial de área (anillo alrededor del ion)



Entonces la energía por unidad de volumen por unidad de ancho de banda por unidad de tiempo sería

$$W = \frac{2}{3} \frac{z^2 e^6}{c^3 m^2 U} N_e N_i 2\pi \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b} \quad (17)$$

$$W \approx \frac{2}{3} \frac{z^2 e^6}{m^2 c^3 U} 2\pi N_e N_i \ln \left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \quad (18)$$

El siguiente paso sería promediar esta energía sobre la distribución de velocidades SUPONIENDO una

(14)

distribución de velocidades TÉRMICA (o sea de Maxwell)

donde

$$f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = \left(\frac{m}{2\pi k T_e}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2k T_e} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} dv_x dv_y dv_z \quad (19)$$

donde T_e = Temperatura electrónica

$$\langle W \rangle_\nu = \frac{2}{3} \frac{z^2 e^6}{m^2 c^3} 2\pi N_e N_i \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right) \left\langle \frac{1}{\nu} \right\rangle \quad (20)$$

$\langle \rangle$ = promedio en velocidades sobre una distribución de Maxwell

pero $\langle W \rangle_\nu$ es la EMISIÓN POR UNIDAD DE VOLUMEN POR UNIDAD DE TIEMPO ($\equiv j_\nu$) POR UNIDAD DE ANCHO DE BANDA. Substituyendo $\langle \frac{1}{\nu} \rangle$ se tiene:

∴

$$\langle W \rangle_\nu \equiv j_\nu = \frac{8\pi}{3} \frac{z^2 e^6}{m^2 c^3} N_e N_i \left(\frac{m}{2\pi k T_e}\right)^{\frac{1}{2}} \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right)$$

(21)

(15)

En general el término logarítmico se conoce como el factor de GAUNT. (g_{ff})

La respuesta final es:

$$j_{\nu} = \frac{16}{3} \frac{z^2 e^6}{m^2 c^3} \left(\frac{m}{2\pi k T_e} \right)^{\frac{1}{2}} N_i N_e \ln \left[\frac{(2kT_e)^{\frac{3}{2}}}{\pi \gamma^{5/2} z m^{1/2} e^2 \nu} \right]$$

$$j_{\nu} = \frac{16}{3} \frac{z^2 e^6}{m^2 c^3} \left(\frac{m}{2\pi k T_e} \right)^{\frac{1}{2}} N_i N_e g_{ff}$$

(22)

(23)

Ahora bien en equilibrio termodinámico se cumple la ley de Kirchoff $\frac{j_{\nu}}{k_{\nu}} = B_{\nu}(T_e)$

y en el régimen de Rayleigh Jeans $\frac{j_{\nu}}{k_{\nu}} = \frac{2kT_e}{c^2} \nu^2$

\therefore

$$k_{\nu} = \frac{8}{3} \frac{z^2 e^6}{m^2 c k T_e} N_i N_e \nu^{-2} \left(\frac{m}{2\pi k T_e} \right)^{\frac{1}{2}} g_{ff}$$

(24)

$\gamma = \text{factor de Euler} = 1.781$

(16)

o en forma simplificada:

$$K_{\nu} = \frac{8}{3\sqrt{2\pi}} \frac{z^2 e^6}{m^{3/2} c k^{3/2}} g_{ff} \quad N_i N_e T_e^{-3/2} \nu^{-2}$$

Y si decimos que como consideramos la región H β compuesta SOLO de hidrógeno, entonces el número de electrones será el mismo número de protones ($N_e = N_i$).

$$K_{\nu} = 9.75 \times 10^{-3} z^2 N_e^2 T_e^{-3/2} \nu^{-2} g_{ff}$$

$$\tau = \int_0^L K_{\nu} dl$$

para $z=1$

$$\tau_c = 9.75 \times 10^{-3} T_e^{-3/2} \nu^{-2} g_{ff} \int_0^L N_e^2 dl$$

al término $\int_0^L N_e^2 dl$ se le conoce como la
MEDIDA DE EMISIÓN (E.M.) con unidades
 de $\left[\frac{\text{cm}}{\text{cm}^6} \right]$ o $\left[\frac{\text{pc}}{\text{cm}^6} \right]$ donde $\text{pc} \cong 3.1 \times 10^{18} \text{ cm}$.

τ_{ff} ha sido aproximado por Schraml y Mezger en 1969
 (Astrophysical Journal Vol. 156 pag 269) quedando
 una expresión para el espesor óptico como:

$$\tau_c = 8.23 \times 10^{-2} T_e^{-1.35} \nu^{-2.1} \text{ (E.M.)}$$

(28)

ν en GHz (10^9 Hz)

T_e en $^{\circ}\text{K}$

EM en pc/cm^6

Lo importante es notar que depende como
 $\nu^{-2.1}$ y como el cuadrado de la DENSIDAD es
 decir $\langle N_e^2 \rangle$ sobre la distancia L .

RADIO ASTRONOMÍA

LECCION # 19

TEMA VI: RADIO ASTRONOMIA GALACTICA: II:

"MAS SOBRE REGIONES HII"

BIBLIOGRAFÍA: 1) CAPITULO 3 "PHYSICAL PROCESSES IN THE INTERSTELLAR MEDIUM" por L. Spitzer 1978

2) CAPITULO 3 "GALACTIC AND EXTRAGALACTIC ASTRONOMY"
Editado por Verschuur y Kellermann

3) Capitulo 7 "Frontiers of Astrophysics"
Ed. Azzetti.

TEMAS A TRATAR: i) MEDIDA DE EMISION

ii) REGIONES HII

1) REGIMEN OPTICAMENTE GRUESO.

2) REGIMEN OPTICAMENTE DELGADO.

iii) ~~ESPECTRO~~ ESPECTRO TÍPICO DE UNA REGION HII.

iv) ESFERAS DE STRÖMGÉN: su radio o diámetro

v) REGIONES HII COMPACTAS.

(2)

HABIMOS DEFINIDO LA MEDIDA DE EMISION DE UNA REGION

$$E.M. = \int_0^L N_e^2 dl \quad (1)$$

Y SE HABIA ENCONTRADO EN LA CLASE ANTERIOR QUE LA EXPRESION APROXIMADA PARA EL ESPESOR O PROFUNDIDAD OPTICA ERA:

$$\tau_0 \approx 8.235 \times 10^{-2} T_e^{-1.35} \nu^{-2.1} (E.M.) \quad (2)$$

Y LA EXPRESION #7 DE LA LECCION 18 NOS DABA LA INTENSIDAD

$$I_\nu = I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + S_\nu (1 - e^{-\tau_\nu}) \quad (3)$$

SI ESTA EXPRESION LA EXPRESAMOS EN TERMINOS DE TEMPERATURAS, ES FACIL DEMOSTRAR QUE LA EXPRESION (3) QUEDARIA (EN EL REGIMEN DE RAYLEIGH-JEANS):

$$T_B = T_f e^{-\tau_\nu} + T_{ex} (1 - e^{-\tau_\nu}) \quad (4)$$

DONDE T_B = TEMPERATURA DE BRILLO

T_{ex} = TEMPERATURA DE EXCITACION DEL PROCESO

T_f = TEMPERATURA DE FONDO.

EN EL CASO DE RADIACION TERMICA EXISTE EQUILIBRIO

TERMODINAMICO Y $T_{ex} = T_e$ O SEA $\frac{h\nu}{k_B} = \frac{2.4 k_B T_e \nu^2}{c^2}$

CONSIDERANDO REGIONES HII, LA TEMPERATURA DE FONDO ES USUALMENTE LA TEMPERATURA DE RADIACION DE FONDO DE 2.8°K LO CUAL ES DESPRECIABLE COMPARADA CON T_e QUE ES DEL ORDEN DE MILES DE GRADOS KELVIN.

(3)

ENTONCES DESPRECIANDO EL PRIMER TERMINO, LA EXPRESION (4)

QUEDARIA:

$$T_B = T_e (1 - e^{-\tau_c}) \quad (5)$$

AUN MÁS, SABEMOS QUE LA TEMPERATURA DE BRILLO ESTA RELACIONADA CON EL FLUJO A TRAVES DE

$$S = B(T_B) \Omega_f \quad (6)$$

DONDE S ES EL FLUJO, $B(T_B)$ ES LA BRILLANTEZ DEL OBJETO Y Ω_f ES EL ANGULO SÓLIDO QUE SUBTIENDE LA FUENTE AL OBJETO. EN EL REGIMEN DE RALEIGH-JEANS,

$$S = \frac{2kT_B \nu^2}{c^2} \Omega_f \quad (7)$$

DE DONDE LA EXPRESION (5) QUEDARIA

$$S = \frac{2k\nu^2}{c^2} \Omega_f T_e (1 - e^{-\tau_c}) \quad (8)$$

SI $\tau_c \gg 1$ ENTONCES SE DICE QUE ES EL REGIMEN OPTICAMENTE GRUESO Y LA EXPRESION (8) NOS QUEDA:

$$S = \frac{2k\nu^2}{c^2} \Omega_f T_e \quad (9)$$

⇒

$$T_e = \frac{c^2}{2k\nu^2} \frac{1}{\Omega_f} S \quad (10)$$

PODEMOS CONOCER LA TEMPERATURA ELECTRONICA SI SE CONOCE EL FLUJO (S) A UNA FRECUENCIA (ν) Y SI SE CONOCE EL TAMAÑO DE LA FUENTE (Ω_f).

DE LA EXPRESION (9) VEMOS QUE EL FLUJO VARÍA COMO

$$S \propto \nu^2$$
 (11)

EN EL REGIMEN OPTICAMENTE GRUESO (Esta dependencia es la misma que la de un cuerpo negro, vease la expresión (7)).

Si $\tau_c < 1$ SE CONOCE COMO EL REGIMEN OPTICAMENTE DELGADO Y LA EXPRESION (8) NOS QUEDARÍA:

$$S = \frac{2k\nu^2}{c^2} \Omega_f T_e \tau_c \quad (12)$$

Y SUSTITUYENDO LA EXPRESION DE τ_c , ECUACION (2) TENEMOS

$$S = 8.235 \times 10^{-2} \frac{2k}{c^2} \Omega_f T_e^{-0.35} \nu^{-0.1} \int_0^L N_e^2 dl \quad (13)$$

O SEA QUE EL FLUJO VARÍA CON LA FRECUENCIA COMO:

$$S \propto \nu^{-0.1} \quad (14)$$

EN EL REGIMEN OPTICAMENTE DELGADO. Si GRAFICARAMOS EL FLUJO EN TERMINOS DE LA FRECUENCIA, SE TENDRIA ALGO ASI

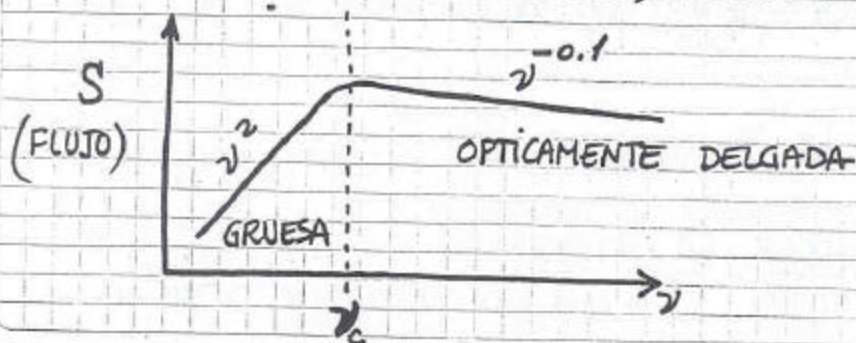


Figura 1

(5)

A la grafica anterior se le conoce comunmente como el ESPECTRO (Flujo o Intensidad vs. frecuencia) DE UNA REGION

DONDE ν_c EL LA FRECUENCIA CRITICA EN DONDE SE OBSERVA EL CAMBIO DE REGIMEN; AQUI $\tau_c = 1$

$$\tau_c = 1 = 0.08235 T_e^{-1.35} \nu_c^{-2.1} \text{ (E.M.)}$$

$$\therefore \frac{\nu_c^{2.1}}{0.08235} = \frac{\text{(E.M.)}}{T_e^{1.35}}$$

(15)

En general para determinar empiricamente esta frecuencia se necesitan realizar observaciones a varias frecuencias (lo cual no siempre es posible).

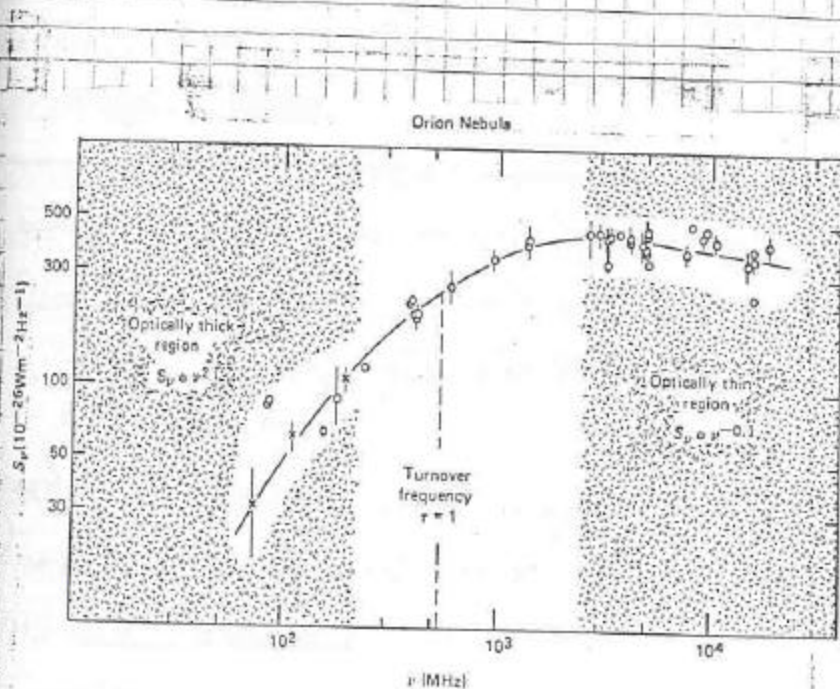


Figure 3.2 Spectral flux density of the Orion Nebula plotted against frequency. The shaded regions mark the optically thick and thin regions of the spectrum. (Terzian and Parrish, 1970, *Astrophys. Lett.* 5:261.)

(6)

DE LA EXPRESIÓN (13) SE TIENE

$$E.H. \equiv \int_0^L N_e^2 dl = \frac{C^2}{8.235 \times 10^{-2} 2k \Omega_f} \left(\frac{T_e}{^{\circ}K}\right)^{0.35} \left(\frac{\nu}{GHz}\right)^{0.1} S \quad (16)$$

Si $\Omega_f = 1.133 \theta_G^2$ suponiendo que θ_G es el ANCHO A POTENCIA MEDIA DE UNA FUNCIÓN GAUSSEANA

MEDIDA DE LAS OBSERVACIONES ENTONCES

$$\langle N_e^2 \rangle L = \frac{C^2}{8.235 \times 10^{-2} 2k} \frac{1}{1.135 \theta_G^2} \left(\frac{T_e}{^{\circ}K}\right)^{0.35} \left(\frac{\nu}{GHz}\right)^{0.1} S \quad (17)$$

pero $L \equiv D \theta_G$

$$\langle N_e \rangle = \text{const.} \theta_G^{-1.5} D^{-0.5} S^{+0.5} \left(\frac{T_e}{^{\circ}K}\right)^{0.175} \nu^{0.05} \quad (18)$$

donde el valor de const varía dependiendo de las unidades de cada una de las variables.

const = 492.20 para objetos con estructura

gaussiana donde

θ_G es FWHM (19)

$$\Omega_f = 1.135 \theta_G^2$$

(7)

La MASA del gas ionizado, suponiendo solo constituido por hidrógeno podría ser calculada: ($N_e = N_p$)

$$M_{\text{HII}} = m_H \int N \, dV \quad (20)$$

$$= m_H N_p \frac{4\pi L^3}{3} \cong m_H N_p \frac{4\pi D^3 \theta_G^3}{3} \quad (21)$$

$$\therefore M_{\text{HII}} \cong m_H \frac{4\pi}{3} \text{const. } \theta_G^{1.5} D^{2.5} S^{0.5} T_e^{0.175} \nu^{0.05} \quad (22)$$

Las expresiones (18) y (22) nos indican que uno puede calcular la densidad promedio de una región HII si uno conoce por otro método la temperatura electrónica. De las observaciones uno conoce el flujo (S) y la frecuencia de observación (ν) y puede uno medir la extensión espacial de esta emisión (θ_G). Solo quedaría conocer la distancia a la región.

Ya que la distancia es un parámetro difícil de obtener (por cualquier método) lo que se calcula más rápidamente es la medida de emisión (E.H.) para estas regiones. (ya que solo hay que conocer la temperatura electrónica o simplemente suponer un valor).

$$(E.H.) = \text{const. } \theta_G^{-2} T_e^{0.35} \nu^{0.1} S \quad (23)$$

(8)

Así se tiene por ejemplo las siguientes regiones H II observadas por MEGER y HENDERSON (Astrophysical Journal Vol. 147 pag 471).

OBJETO	θ	S_{SH_2}	E.M.
IC 1795a	4'.3	76.5 Jy	$4.2 \times 10^5 \frac{\text{pc}}{\text{cm}^6}$
b	4'.6	30.2	1.4×10^5
ORION A	3'.9	342.6	2.3×10^6
W49	3'.1	57.7	6.1×10^5

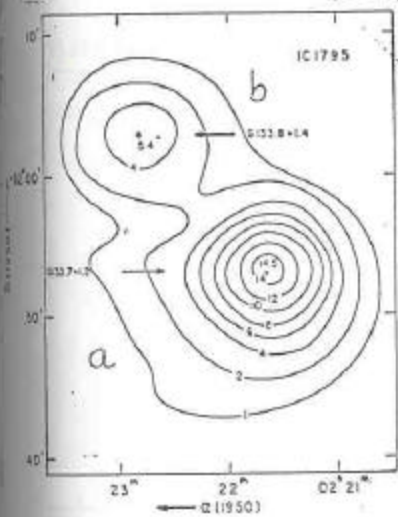
SE HA OBSERVADO QUE LA MEDIDA DE EMISION PARA LAS LLAMADAS REGIONES H II "NORMALES" ES DEL ORDEN DE $10^6 (\text{pc}/\text{cm}^6)$ PERO COMO LA DEPENDENCIA ES INVERSA CON EL ANGULO QUE SUSTIENDE LA REGION (AL CUADRADO) SE HAN OBSERVADO QUE EXISTEN REGIONES H II COMPACTAS QUE TIENEN UNA MEDIDA DE EMISION MUCHO MAYOR.
(ver Wood and Churchwell 1989 ApJS 69, 23)

Table 1 Classification of H II regions*

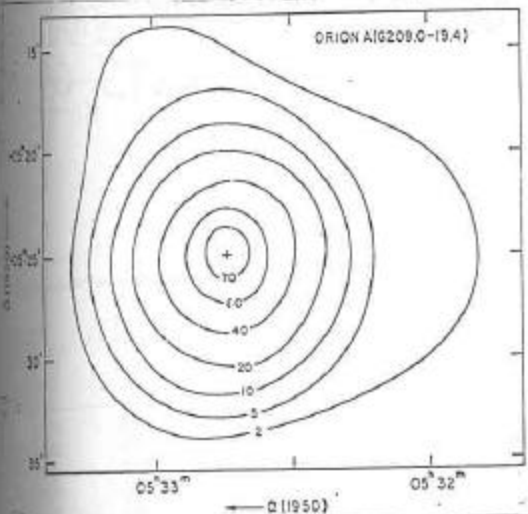
Class	Definition			Properties						
	$n_e (\text{cm}^{-3})$	$d (\text{pc})$	E.M. (pc cm^6)	Nature	Examples	Optical appearance	Group properties	OH/H ₂ O masers	$S(20\mu\text{m})/S(6\text{cm})$	Ionized mass (M_\odot)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
I	> 3000	< 0.15	> 10^6	Ultra-compact	W3OH, S157B	Obscured	Never isolated	+	< 10^4	$\approx 10^{-2}$
II	> 1000	0.1-1.0	> 10^5	Compact	W3A, K3-50	Strongly reddened	Never isolated	-	< 10^3	≈ 1
III	100-3000	0.15-10	$1 \times 10^4 - 3 \times 10^6$	Dense	S158, S90	Partially obscured	Sometimes isolated	-	< 5×10^2	≈ 10
IV	100-100	1-30	$5 \times 10^2 - 1 \times 10^3$	Classical	S104, S162	Globules, bright rims	Sometimes in groups	-	< 10^3	$\approx 10^{-5} \times 10^2$
V	3-50	10-300	< 5×10^3	Giant	Core, NGC5461	Complex or diffuse	-	-	-	$\approx 500-5 \times 10^4$
VI	10	> 100	< 1×10^4	Super-giant	Envelope, NGC5461	Structure-less	-	-	-	$\approx 10^6-10^8$

* From Israel (1976b).

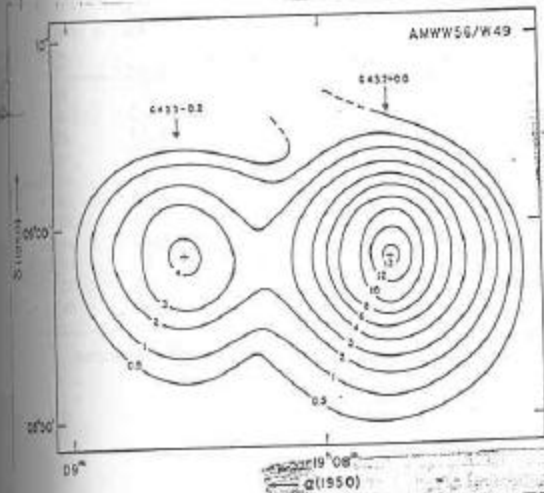
9



CONTORNOS DEL
 FLUJO A UNA
 FRECUENCIA DE
 50Hz DE LA
 EMISION LIBRE -
 LIBRE



(TOMADA DE
 MEZGER y HENDERSON
 1967
 Ap. J. 147 pag 471)



Wood & Churchwell 1989

ApJS, 69, 83

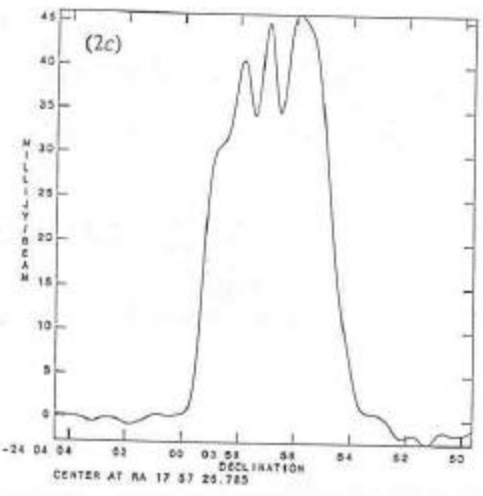
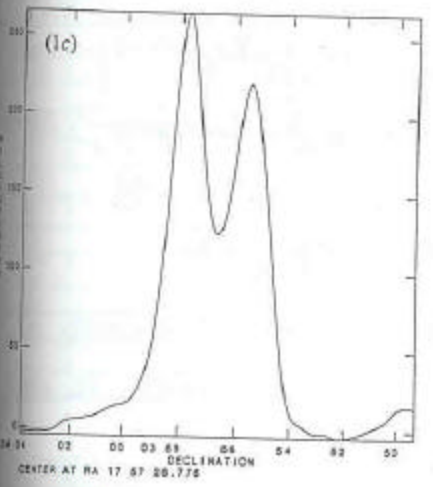
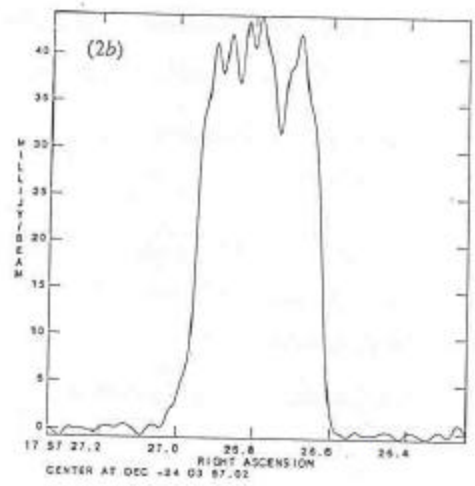
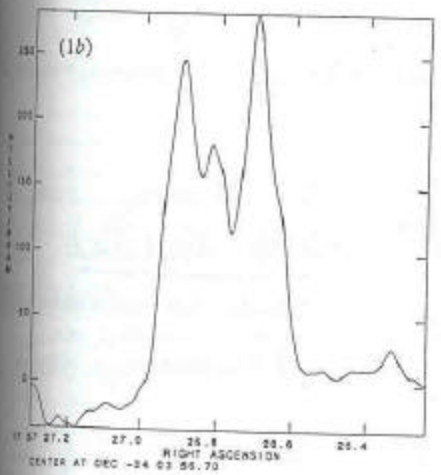
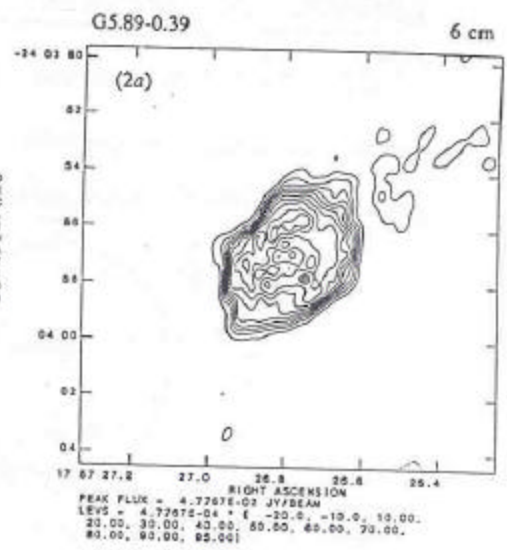
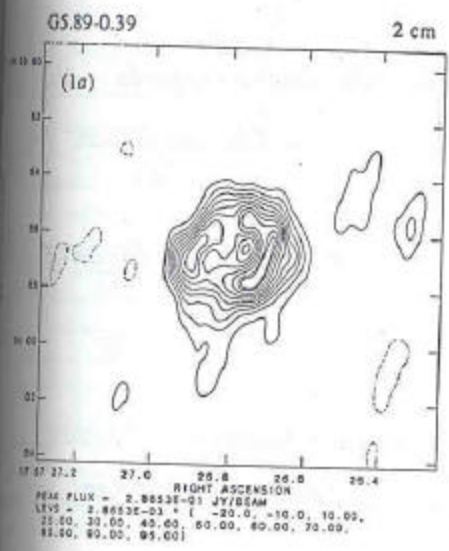
TABLE 16
DERIVED PARAMETERS FOR SPHERICAL ULTRACOMPACT H II REGIONS^a

SOURCE (1)	ν (GHz) (2)	D_{\odot} (kpc) (3)	LINEAR DIAMETER OF SPHERE (pc) (4)	τ_r (5)	EM/10 ⁷ (pc cm ⁻⁶) (6)	$n_e/10^4$ (cm ⁻³) (7)	U (pc cm ⁻²) (8)	$M(\text{H II})/10^{-3}$ (M_{\odot}) (9)	$\text{Log } N_e$ (s ⁻¹) (10)
G10.47+0.03A.....	5	7.3	0.024	0.50 ^b	4.2	4.9	16.1	7.9	47.12
G10.47+0.03B.....	5	7.3	0.023	0.23	2.0	3.5	12.0	4.7	46.74
G10.47+0.03C.....	5	7.3	0.042	0.08	0.7	1.5	12.7	12.8	46.81
G10.46+0.03A.....	15	6.5	0.107	0.04	3.2	2.3	43.5	336.6	48.42
G10.61-0.36.....	15	6.5	0.051	0.11	10.0	5.9	38.9	94.2	48.27
G15.04-0.68.....	15	2.1	0.006	0.30	26.7	27.8	13.1	0.8	46.85
G19.61-0.23B.....	15	4.5	0.021	0.02	2.1	4.3	12.7	4.5	46.82
G19.61-0.23C.....	15	4.5	0.013	0.04	3.4	6.7	11.1	1.9	46.64
G20.08-0.14A.....	15	4.1	< 0.016	> .10	> 8.7	> 9.9	16.9	> 4.6	47.19
G20.08-0.14B.....	15	4.1	< 0.016	> .07	> 6.1	> 8.3	14.9	> 3.7	47.02
G23.46-0.20.....	5	9.0	0.025	0.23	1.9	3.2	12.9	6.3	46.84
G25.72+0.05.....	5	14.0	0.110	0.05	0.4	0.7	20.5	112.7	47.44
G30.54+0.02B.....	15	13.8	0.087	0.02	1.4	1.7	28.5	130.0	47.87
G34.26+0.15B.....	15	3.7	0.018	0.12	10.5	10.2	19.6	6.9	47.38
G34.26+0.15C.....	15	3.7	< 0.008	> .15	> 13.8	> 17.8	12.3	> 1.0	46.78
G45.07+0.13.....	15	9.7	0.043	0.47 ^b	42.4	13.2	56.2	127.1	48.75
W51d1.....	15	7.6	0.113	0.04	4.0	2.5	48.5	429.4	48.56
G54.10-0.06.....	5	7.9	< 0.017	> .08	> .7	> 2.3	6.8	> 1.3	46.00
G61.48+0.09A.....	5	2.0	0.008	0.49 ^b	4.2	8.4	7.9	0.6	46.20
NGC 7538B.....	5	3.5	0.013	0.84 ^b	7.2	8.6	13.0	2.4	46.85

^aA spherical, optically thin, uniform-density H II region with He⁺ to H⁺ abundance ratio (by number) of 0.1 is assumed.
^bOptically thin assumption may not be valid; derived parameters should be considered limits.

9b

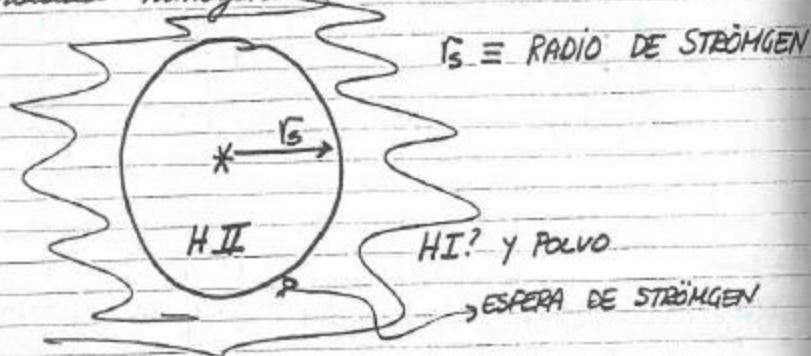
Wood & Churchwell 1989
ApJS 69, 831



(10)

ESFERAS DE STRÖMGÉN:

El radio de un volumen de gas ionizado se puede calcular suponiendo una geometría esférica con una densidad homogénea.



En equilibrio el número de fotones ionizantes producidos por la estrella es igual al número de recombinaciones en el volumen ionizado.

$$N_i \cdot \underbrace{4\pi R_*^2}_{\text{Area. de la estrella}} = \underbrace{\frac{4}{3}\pi r_s^3}_{\text{volumen de la esfera de Strömgén}} \cdot \underbrace{N_e N_p \alpha_B(T_e)}_{\text{tasa de recombinación por unidad de volumen y tiempo}} \quad (24)$$

$\alpha_B(T_e) \approx 2.6 \times 10^{-13}$ para $T_e \approx 10^4 \text{ K}$.

Si suponemos la región solo constituida por hidrógeno $\therefore N_e = N_p$

$$\left(\frac{r_s}{R_0}\right) \approx 1.23 \times 10^{-7} \left(\frac{R_*}{R_0}\right)^{2/3} N_i^{1/3} N_e^{-2/3} \quad (25)$$

①

donde $N_i \approx \int_{\nu_L}^{\infty} \frac{\pi B_\nu}{h\nu} d\nu$ (Flujo total / energía promedio de cada fotón)

$$N_i \approx \frac{2\pi k T_* \nu_L^2}{hc^2} e^{-h\nu_L/kT_*}$$

donde T_* = temperatura superficial de la estrella

ν_L = frecuencia límite de Lyman $\approx 3 \times 10^{15}$ Hz

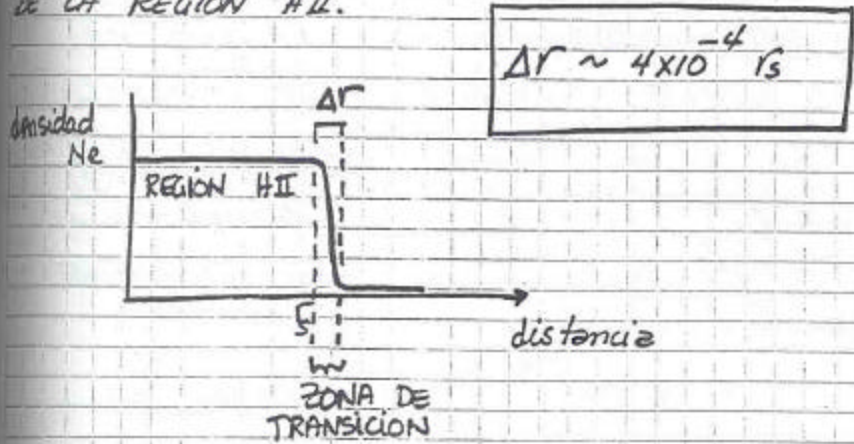
∴ valores típicos serían $N_e \approx 10^3 \text{ cm}^{-3}$

$N_i \approx 10^{24} \text{ seg}^{-1}$ ESTRELLA O7

$R_* \approx 10 R_\odot$ 10 Radios Solares

$$\Rightarrow r_s \approx 0.6 \text{ pc}$$

En general LA ZONA DE TRANSICIÓN ENTRE LAS REGIONES IONIZADA Y NEUTRAL ES MUY PEQUEÑA EN COMPARACION CON LAS DIMENSIONES DE LA REGION H II.



la densidad cambia abruptamente después de la zona de transición.

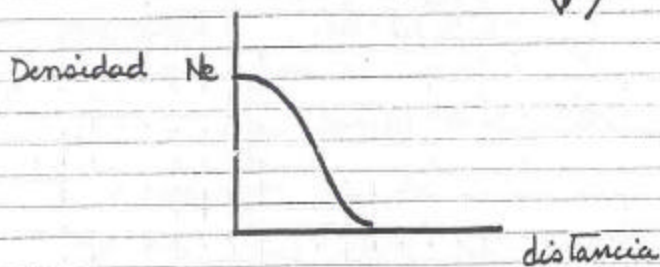


(12)

Existen además otras REGIONES HII en las cuales ya no se supone que tienen una densidad constante sino que puede variar esta densidad con el radio o distancia

$N_e = N_e r^{-\alpha}$ donde α puede ser cualquier valor. Si $\alpha = 2$ se tendría una densidad N_e que variaría como

$$N_e(r) = N_e \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$



Segun el valor de α se tendrá una dependencia diferente del FLUJO CON LA FRECUENCIA. Un ejemplo de este mecanismo sería lo que se conoce como VIENTOS IONIZADOS DE ESTRELLAS en los que se supone una dependencia $N_e \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$ en la densidad y esto daría una dependencia en el flujo con la frecuencia (en el régimen ópticamente grueso) como

$S \propto \nu^{0.6}$ en lugar de $S \propto \nu^2$ cuando tendríamos una densidad constante.

VER POR EJEMPLO:

RADIO ASTRONOMÍA ()

Lección 20 Radio Astronomía Galáctica. III.

LINEAS DE RECOMBINACIÓN

- Biografía :
- i) Capítulo 3 "Physical Processes in the Interstellar Medium" por L. Spitzer
 - ii) Capítulo 8 "Frontiers of Astrophysics" por Auer
 - iii) Capítulo 3 "Galactic and Extragalactic Radio Astronomy" Editores Verschuur y Kellermann.
 - iv) Artículo "OBSERVACIONES RADIOASTRONOMICAS DE GAS IONIZADO" por Luis F. Rodríguez 1982 Rev. Mex de Física . Volumen 28 No. 3 página 355.
 - v) Artículo "Roelofsema & Cross 1992 Astr. Astroph. Reviews 4, 161

- MÁS A TRATAR :
- i) LINEAS DE RECOMBINACIÓN: su notación
 - ii) ESPESOR ó PROFUNDIDAD OPTICA DE LINEA ESPECTRAL: τ_L
 - iii) TEMPERATURA ELECTRONICA OBTENIDA A PARTIR DE OBSERVACIONES DE LINEAS DE RECOMBINACIÓN.

ON THE POSSIBILITY OF DETECTION OF ALLOWED LINES OF ATOMIC HYDROGEN IN THE RADIO-FREQUENCY SPECTRUM

N. S. Kardashev

1959 Soviet Astronomy A.J. 3 pag 813

P. K. Shernberg State Astronomical Institute

(Translated from: Astronomicheskii Zhurnal, Vol. 36, No. 5, Pgs. 838-844, September-October, 1959)

Original Article Submitted January 7, 1959

The emission of hydrogen lines due to transitions between levels with large quantum numbers n is considered. It is shown that transitions of the type $n \rightarrow n-1$ have the highest transition probability. The oscillator strength of such transitions is $f = n/6$, which is several orders of magnitude higher than the oscillator strength for transitions between components of fine and superfine structure.

The estimate of intensity shows that the lines can be observed in the far infrared up to decimeter wave lengths.

In his paper, Wildt [1] points out that lines lying in the radio-frequency spectrum can be formed as the result of transitions between the upper energy levels of atomic hydrogen. The present paper is devoted to an investigation of the possibility of detection of these lines.

TABLE 1

λ	ν_{Mc}	n	$\Delta\nu_{Mc}$
100 μ	$3 \cdot 10^6$	13	690.000
1 mm	$3 \cdot 10^5$	28	32.000
1 cm	$3 \cdot 10^4$	60	1.500
10 cm	$3 \cdot 10^3$	130	69
1 m	$3 \cdot 10^2$	280	3.2
10 m	$3 \cdot 10$	600	0.15

Frequencies. The line frequency for the transition between the levels n and n' is given by the well-known Rydberg formula:

$$\nu = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad R = 3.288057 \cdot 10^{18} \text{ cps [2]. (1)}$$

For large n' , the line series begin to superpose on one another. Thus, for example, the Brackett-series limit lies inside the Paschen series. This can be easily seen from

$$\left. \begin{aligned} \nu_{Pa} &= R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) \\ \nu_{Br \text{ cont}} &= R \frac{1}{16} \end{aligned} \right\} \nu_{Pa} < \nu_{Br \text{ cont}}$$

Let us consider transitions between neighboring levels

$$\nu = R \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] \approx \frac{2R}{n^3} \quad \text{for } n \gg 1. \quad (2)$$

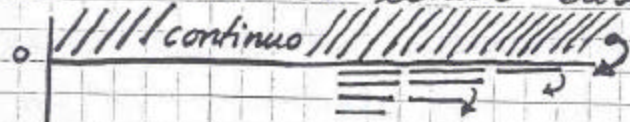
(2)

Habíamos mencionado que en una región H II
van las interacciones entre partículas
cargadas (positiva y negativamente) las que dan
lugar a la emisión libre-libre ya que se
podía considerarse como un gas en el cual los
electrones están libres y la emisión como la podía
suponer proveniente de dos "niveles" de energía dentro
del continuo.

Otro proceso que puede suceder es que el
electrón y un ion PUEDEN RECOMBINARSE.
(quedando atado el electrón al potencial del ion)

Este proceso si así lo quieren ver es el
opuesto al proceso de ionización en el cual el
electrón se libera del potencial del ion. Para
ionizar un átomo se necesita que se
proporcione energía (13.6 eV para ionizar al
hidrógeno desde su estado base). Al recombinarse
el electrón con el ion se libera energía
proporcional a la diferencia de energías de dos
niveles energéticos involucrados.

El electrón digamos "pasa" del continuo a
los niveles cuánticos superiores y desciende en
cascada hacia el estado base. En cada



"salto" emite
radiación
proporcional

como dijimos a la ^③ diferencia de ~~energía~~ ^{energía} entre los niveles energéticos involucrados en la transición,

$$\nu \propto \Delta E = E_s - E_i \quad ①$$

donde $E_s \equiv$ Energía en el nivel superior

$E_i =$ Energía en el nivel inferior

De la expresión ① se deduce que dependiendo de los niveles energéticos involucrados se tendrán diferentes frecuencias. Así estas pueden caer en la región del ultravioleta, del visible, del infrarrojo y en la región del radio.

Las líneas que presentan emisión en radio son las que involucran niveles de energía muy cercanos unos de otros (ya que así la diferencia de energía es poca y las frecuencias serían bajas \Rightarrow que caerían en la ventana de las frecuencias de radio).

Los niveles cercanos son aquellos que (en el hidrógeno por ejemplo) son los más altos y cercanos al continuo.

Debido a la abundancia en el universo las líneas que son más intensas y por lo tanto las que han sido más estudiadas

(4)

en las de los elementos hidrógeno (90% por número en el universo) y helio (9%).

La nomenclatura de cada una de estas líneas (por convención) como sigue:

$X_n \Delta$

(2)

donde X es la representación del ELEMENTO QUÍMICO (por ejemplo H de Hidrógeno o He de Helio)

n es el número del NIVEL ENERGÉTICO INFERIOR al cual "salta" el electrón.

Δ se refiere al NÚMERO DE niveles de energía involucrados en el "salto". Si el electrón salta del nivel inmediato superior a n , Δ tomaría la letra griega α . Si el electrón salta del segundo nivel inmediato superior a n (es decir del $n+2$) entonces Δ sería la letra griega β . etc

Entonces Δ sería lo siguiente

$$\Delta = \begin{cases} \alpha & \text{si } m = n+1 \\ \beta & \text{si } m = n+2 \\ \gamma & \text{si } m = n+3 \\ \delta & \text{si } m = n+4 \\ \text{etc} & \end{cases}$$

m = nivel superior de energía

(5)

Así por ejemplo se tiene la línea

H109 α que indica que es una línea de recombinación de un electrón dentro del potencial del hidrógeno que hace una transición del nivel energético 110 al 109.

Similarmente

He86 α indica que es una línea que proviene del helio de un nivel energético con el número 87 al 86.

H138 β es una línea de recombinación del hidrógeno en donde el electrón "saltó" del nivel 140 al 138.

1968 Ap.J. Suppl. Series Vol. 16 No. 144, pág 143 Lilley & Palmer

Todas y cada una de las líneas de recombinación tienen una frecuencia característica dada por la relación:

$$\nu_{mn} = RZ^2C \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (3)$$

donde Z es carga química
 C velocidad de la luz
 R es la constante de Rydberg apropiada

$$R = R_{\infty} \left(1 - \frac{m_e}{m_a} \right) \quad (\text{donde } m_e \text{ es la masa del electrón y } m_a \text{ la masa del átomo que emite incluyendo el electrón})$$

$$R_{\infty} = 2.17992 \times 10^{-18} \text{ ergs} \quad \text{ó} \quad \frac{R_H}{hc} = 1.09677576 \times 10^5 \text{ (cm}^{-1}\text{)}$$

tal forma

$$\nu_{mn} = 3.28905 \times 10^{15} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (4)$$

expresión válida para transiciones del HIDRÓGENO.

para el HELIO se tiene

$$\nu_{mn}^{\text{Helio}} = 3.28939 \times 10^{15} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (5)$$

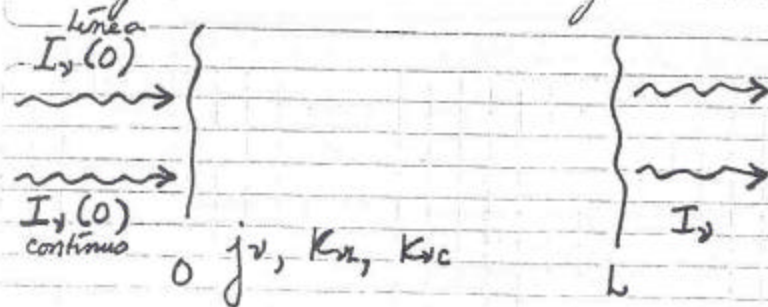
Lilley y Palmer publicaron en 1967 una tabla de radiofrecuencias para el Hidrógeno y Helio donde $\Delta = 1, 2, 3, 4, 5$ para el hidrógeno y $\Delta = 1, 2$ para el Helio. (Lilley y Palmer, ⁽¹⁹⁶⁸⁾ Astrophysical Journal ¹⁴⁴ vol. 16 pág 143.) y en donde n va desde el número 40 hasta el 889.

$$\begin{aligned} \text{H40d} &\longrightarrow \nu = 99.02296 \text{ GHz} \\ \text{H889d} &\longrightarrow \nu = 9.34 \text{ MHz} \end{aligned}$$

parte de las líneas de recombinación del helio y hidrógeno existen además las del carbono que seguirían la misma notación que la expresión (2) lo que se cree que tienen un origen anómalo (son líneas fuera de equilibrio radiativo)

⑦

En general tenemos el siguiente escenario



En este escenario la emisividad por unidad de volumen, j_ν , en el centro de la línea de recombinación se conforma de la contribución de ambas: la misma línea y el continuo.

$$j_\nu = j_c + j_l = B_\nu(T_e) (K_{\nu c} + K_{\nu l}) \quad (8)$$

esta relación es válida en condiciones de equilibrio termodinámico.

$K_{\nu l} = b_m K_\nu^*$ donde b_m es el cociente entre la densidad numérica "real" del gas a una temperatura T_e en equilibrio termodinámico en el nivel energético m y la densidad dada por la relación Saha-Boltzmann $(\frac{N_j}{N_i} \cong e^{-\Delta E/kT_e})$ y en donde K_ν^* es el coeficiente de absorción en el CENTRO DE LA LÍNEA.

$K_{\nu c}$ es el coeficiente de absorción del continuo calculado en l .

(8)

$$I_{\nu \text{ TOTAL}} = I_{\text{línea}} + I_{\text{continuo}} \quad (7)$$

$$\frac{dI_{\nu}}{dL} = -K_{\nu} I_{\nu} + j_{\nu} \quad (8)$$

donde $K_{\nu} = K_{\nu L} + K_{\nu c}$

$$\therefore I_{\nu \text{ TOTAL}} = \int_0^L j_{\nu} e^{K_{\nu}(L-L)} dL \quad (9)$$

en donde $I_{\text{continuo}} = \int_0^L j_{\nu c} e^{K_{\nu c}(x-L)} dL \quad (10)$

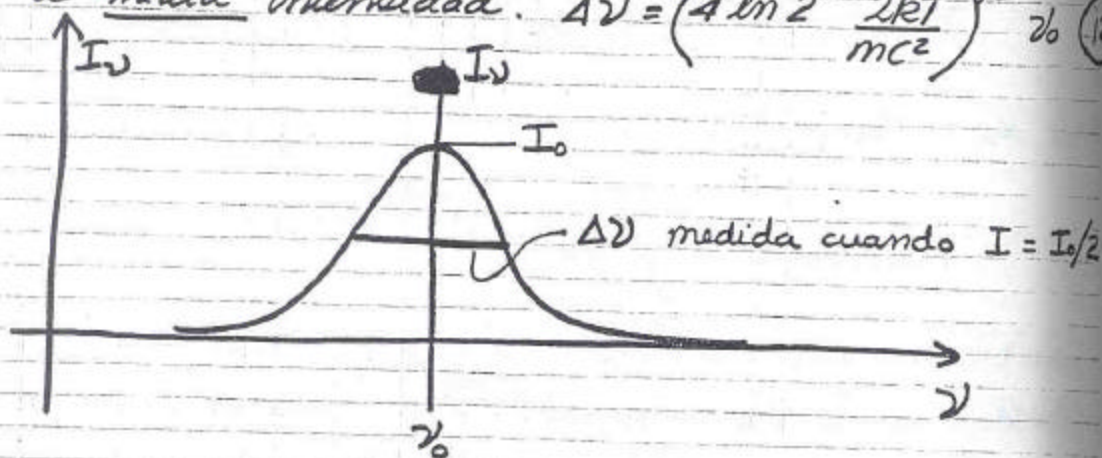
La clave aquí es calcular el coeficiente de absorción en la línea ($K_{\nu L}$). ESTO NO ES FÁCIL.

En términos sencillos, para calcular $K_{\nu L}$ en una forma simple se considera: 1) que se supone al gas en equilibrio termodinámico con las partículas deduciendo una ~~función~~ distribución de velocidades dada por la LEY de MAXWELL-BOLTZMANN. Esto ~~me~~ indicaría que la forma de la ~~función~~ línea (es decir la variación de la intensidad de la línea con respecto a la frecuencia) sería una GAUSSIANA

$$\frac{dI_{\nu}}{d\nu} = I_0 \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \frac{1}{\Delta\nu} \exp \left\{ -4 \ln 2 \left(\frac{\nu_0 - \nu}{\Delta\nu} \right)^2 \right\} \quad (11)$$

(9)

en donde I_0 es la amplitud máxima (Intensidad máxima en $\nu = \nu_0$); $\Delta\nu$ es el ANCHO de la línea a media intensidad. $\Delta\nu = \left(4 \ln 2 \frac{2kT}{mc^2}\right)^{1/2} \nu_0$ (12)



O en general $\frac{dI_\nu}{d\nu} = I_0 f(\nu)$ donde $f(\nu)$ es normalizada

$$f(\nu) = \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \frac{1}{\Delta\nu} \exp \left\{ -4 \ln 2 \left(\frac{\nu_0 - \nu}{\Delta\nu} \right)^2 \right\} \quad (13)$$

$$\int f(\nu) d\nu = 1$$

$\Delta\nu$ expresa solo el ensanchamiento debido al corrimiento Doppler de las partículas que forman el "gas". La otra suposición es que el gas es ópticamente delgado.

El coeficiente de absorción sería entonces

$$K_{\nu l} = \frac{h\nu}{4\pi} f(\nu) (N_n B_{nm} - N_m B_{mn}) \quad (14)$$

donde B_{ij} son los coeficientes de Einstein y N_i son las densidades numéricas del nivel i

$$\left(\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} \frac{b_m}{b_n} e^{-h\nu/kT_e} \right)$$

(10)

Después de muchas manipulaciones entre los diversos parámetros (principalmente b_m y b_n) se llega a

la expresión final para una línea de recombinación

de A.K. DUPREE AND L. GOLDBERG, 1970

Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics Vol. 8 pág 231

en el centro de la línea (para $m-n=1 \equiv$ transición α)

$$K_{\nu L}^* = 1.006 \times 10^4 \frac{T_e^{-2.5}}{\Delta \nu} N_e N_i \quad (15)$$

que $f(\nu=\nu_0) \approx \frac{1}{\Delta \nu}$

donde T_e está en $^{\circ}K$

$\Delta \nu$ está en kHz y es el ancho TOTAL a intensidad media.

$E.H. \equiv \int_0^L N_e N_i dl$ está en pc/cm^6 .

de donde $\tau_{\nu L} = \int_0^L K_{\nu L} dl$

$$\tau_{\nu L} = 1.006 \times 10^4 \left(\frac{T_e}{^{\circ}K}\right)^{-2.5} \left(\frac{\Delta \nu}{kHz}\right)^{-1} (E.H.) \quad (16)$$

ESPESOR o PROFUNDIDAD OPTICA EN EL

CENTRO DE UNA LINEA DEL TIPO Hnd.

(ver artículo de L.F. Rodríguez ecuación 11).

11

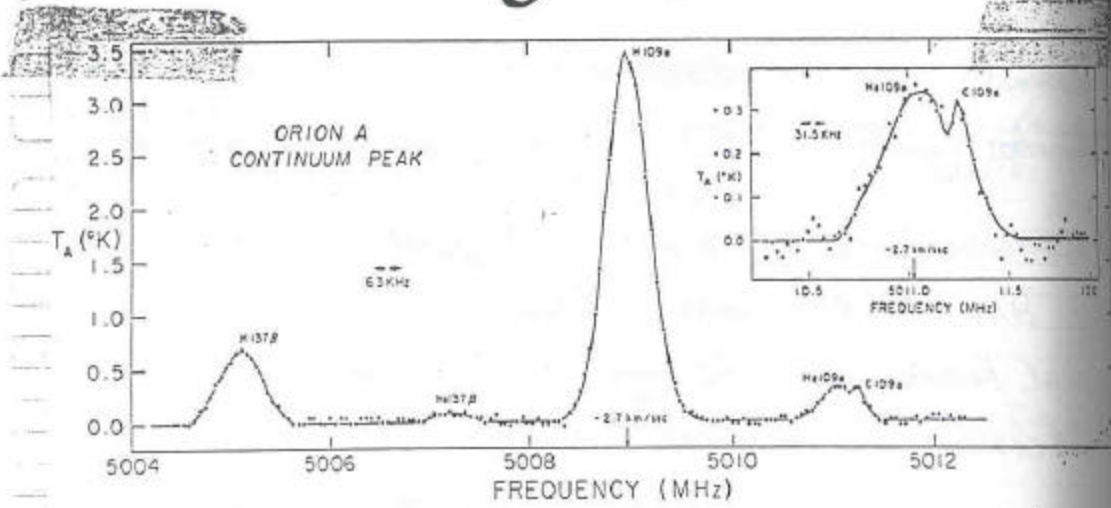
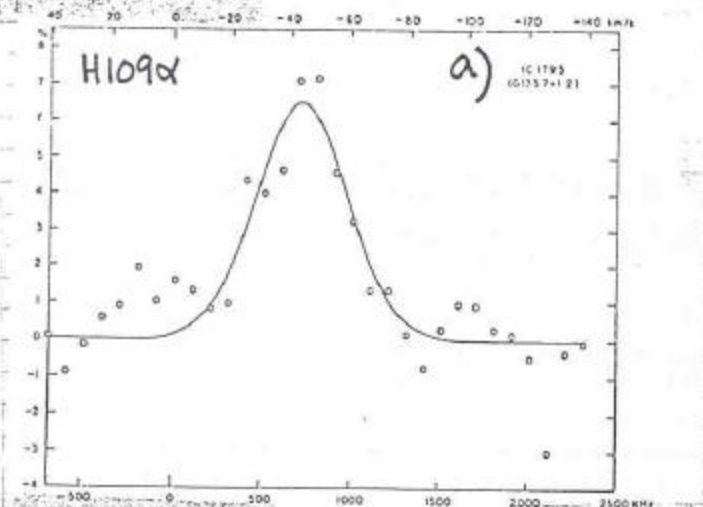
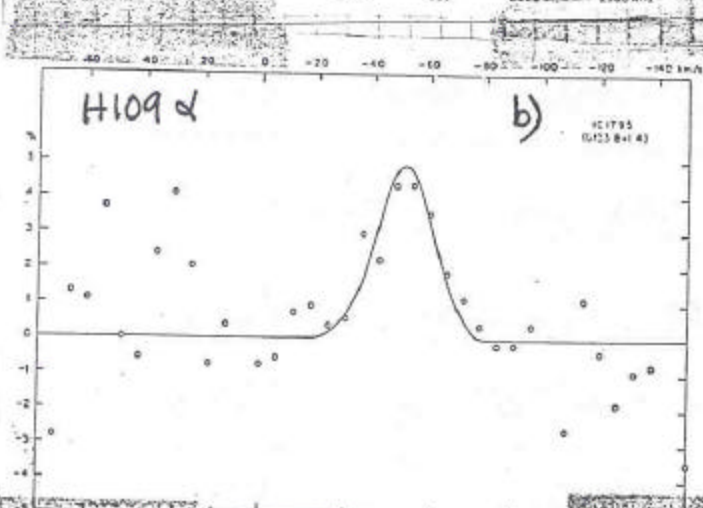


FIGURE 1. A broadband spectrogram showing recombination lines at the center of Orion A (M42). These observations were made with the 400-channel autocorrelator at the 140' telescope of the NRAO in Green Bank, West Virginia by Churchwell & Mezger (1971). Five recombination lines are indicated: H 137 β , He 137 β , H 109 α , He 109 α , and the narrow anomalous line labeled C 109 α . The bandwidth corresponds to 3.8 km sec⁻¹ in the large figure, and 1.9 km sec⁻¹ in the insert.



↑ tomada de
Dupree y
Goldberg 1970
Ann. Rev. Astr.
Astroph. Vol. 8
pág 231.



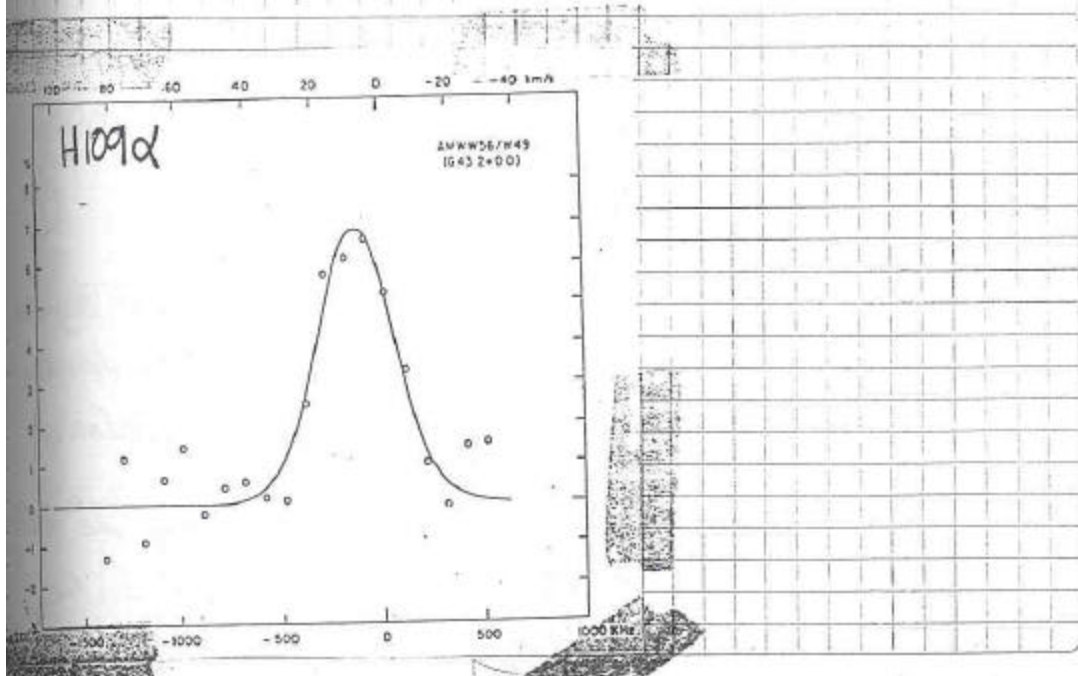
↑ tomadas de
Mezger y
Höglund 1967
Ap.J. Vol. 147
pág 490.

(12)

OPION A
(6209.0-19.4)

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \nu_D = 486 \text{ kHz} \\ \frac{T_L}{T_C} = \cancel{5.2} 5.2 \end{array} \right.$$

estos valores podrian calcularse de la figura en la pagina anterior. Este valor debe tomarse tal cual es sin multiplicar por $\left(\frac{5.5}{6.5}\right)$ en su tarea #10.



(13)

La solución de la expresión (8) despreciando la emisión de fondo $I(0)$ (comparada con la emisión de la región #1) sería

$$I = I_L + I_C \quad (17)$$

y como los espesores ópticos son aditivos se tiene

$$I = S (1 - e^{-(\tau_C + \tau_L)}) \quad (18)$$

donde S es la FUNCIÓN FUENTE (source function)

Si se supone que las LÍNEAS se emiten en condiciones de EQUILIBRIO TERMODINÁMICO entonces

$$S = \frac{j_{\nu}}{k_{\nu}} = B_{\nu}(T_e). \quad \text{Aquí supondremos que se emiten}$$

en condiciones de E.T. En el caso de que no se cumplan esta condición la expresión para S sería más complicada tomando en cuenta ~~las~~ las densidades de cada nivel involucrados.

Así que expresando (18) en términos de temperatura tendríamos

$$T_{A \text{ TOTAL}} = T_e (1 - e^{-(\tau_C + \tau_L)}) \quad (19)$$

T_A : Temperatura de Antena de continuo-mas-linea

T_e : Temperatura electrónica que representa la temperatura del gas (plasma) en equilibrio termodinámico.

USUAL MENTE, sin embargo, la temperatura de antena de la LÍNEA ~~es~~ es la diferencia entre la temperatura de antena del continuo-mas-linea MENOS

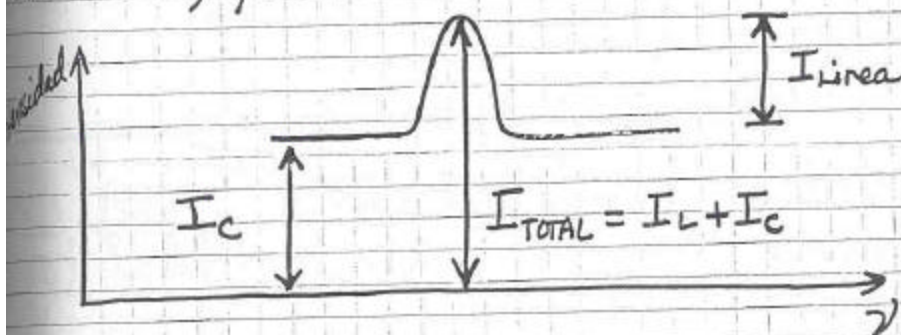
temperatura de antena del continuo donde
 $T_{Ac} = T_e (1 - e^{-\tau_c})$ (20)

Es decir

$$T_{ALinea} = T_{Acont+linea} - T_{Acont.} \quad (21)$$

$$T_{ALinea} = T_e e^{-\tau_c} (1 - e^{-\tau_L}) \quad (22)$$

Para bien, para el caso descrito se tendría:



En el caso de tener una región OPTICAMENTE DELGADA ($\tau_c \ll 1$, $\tau_L \ll 1$) se tendría de (20)

$$T_{Acontinuo} = T_e \tau_c \quad (23)$$

de (22)

$$T_{ALinea} = T_e \tau_L \quad (24)$$

de donde se tiene

$$\frac{T_{ALinea}}{T_{Acontinuo}} = \frac{\tau_L}{\tau_c} \quad (25)$$

(15)

Donde T_{ALINEA} y $T_{CONTINUO}$ SON AMBAS OBSERVABLES y por lo tanto su cociente puede ser calculado.

Substituyendo τ_L de la expresion (16) con un factor de 6 dividiendola (toma en cuenta Equilibrio Termodinámico y otras cosas ...) y τ_0 de la expresion (2) de la lección tenemos

$$\frac{T_{ALINEA}}{T_{CONTINUO}} = \frac{1.677 \times 10^3}{8.235 \times 10^2} \left(\frac{T_e}{\text{°K}} \right)^{-2.5} \left(\frac{\Delta\nu}{\text{kHz}} \right)^{-1} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-2.1}$$

~~---~~

$$\frac{T_{ALINEA}}{T_{CONTINUO}} = 2.036 \times 10^4 \left(\frac{T_e^*}{\text{°K}} \right)^{-1.15} \left(\frac{\Delta\nu}{\text{kHz}} \right)^{-1} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-2.1}$$

donde T_e^* es la temperatura electronica representativa del gas en Equilibrio Termodinámico.

de donde uno puede obtener la temperatura electronica

$$\left(\frac{T_e^*}{\text{°K}} \right) = \left[2.036 \times 10^4 \left(\frac{T_{cont.}}{T_{linea}} \right) \left(\frac{\Delta\nu}{\text{kHz}} \right)^{-1} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{2.1} \right]^{\frac{1}{1.15}}$$

(16)

(16)

$$\left(\frac{T_e^*}{\text{OK}}\right) = 5.582 \times 10^3 \left\{ \frac{T_{AC}}{T_{AL}} \left(\frac{\Delta \nu}{\text{kHz}}\right)^{-1} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}}\right)^{2.1} \right\}^{1/1.15}$$

(29)

La expresión $\frac{\Delta \nu T_L}{T_C}$ se puede visualizar

$$\frac{(\Delta \nu T_L)}{T_C} \equiv \frac{\text{Intensidad de la línea "Integrada" }}{\text{Intensidad del continuo}}$$

$$\Delta \nu \frac{T_L}{T_C} = 2.306 \times 10^4 \nu^{2.1} T_e^{-1.15}$$

(30)

en lugar de medir el ancho de la línea en kHz mide en km/seg se tiene

$$\Delta \nu = \frac{\nu \Delta \nu}{c}$$

(31)

$$\frac{T_L}{T_C} = 2.036 \times 10^4 \left\{ \left(\frac{T_e^*}{\text{OK}}\right)^{-1.15} \frac{c \left(\frac{\Delta \nu}{\text{km/seg}}\right)^{-1} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}}\right)^{2.1}}{\left(\frac{\nu}{\text{GHz}}\right)^{2.1}} \right\}$$

(32)

$$\approx 1.53 \times 10^{-2} \left\{ \left(\frac{T_e^*}{10^4 \text{OK}}\right)^{-1.15} \left(\frac{\Delta \nu}{10 \text{ km/seg}}\right)^{-1} \left(\frac{\nu}{10^9 \text{ Hz}}\right)^{1.1} \right\}$$

(33)

(17)

De la expresión (33) se puede obtener también la Temperatura electrónica (en E. Termodinámicos) en unidades de $10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ con la siguiente nueva expresión

$$\left(\frac{T_e^*}{10^4 \cdot \text{K}} \right) \approx 2.64 \times 10^{-2} \left\{ \frac{T_c}{T_b} \left(\frac{\Delta U}{10 \text{ km/seg}} \right)^{-1} \left(\frac{\nu}{10^9 \text{ Hz}} \right)^{1.1} \right\}^{1/1.5}$$

(34)

Por último solo mencionaremos que la vida nunca es tan fácil y por lo tanto estas últimas expresiones pueden cambiar ya sea porque una o varias de las siguientes cosas no se cumplan:

- El "gas" no se encuentra en EQUILIBRIO TERMODINÁMICO. En tal caso $T_{ex} \neq T_e$. Cambiar las expresiones para la emisividad, absorción, etc.
- La REGION NO es completamente OPTICAMENTE DELGADA sino que puede ser OPTICAMENTE GASA
- La línea puede no ser una Gaussiana [por lo tanto cambiará $f(\nu)$].

(18)

d) La línea es de forma gaussiana PERO su ancho a media intensidad NO SOLO SE DEBE a movimientos de las partículas (efecto Doppler) sino existe un ensanchamiento por otras razones.

etc.

Todos estos casos cambian los valores del espesor óptico, temperatura de antena detectada, y una estimación de la densidad electrónica y de la temperatura electrónica.

Ya que en este curso no estamos preparados para abordar estos casos así lo dejamos esperando que esos casos se cubran en un curso a nivel graduado de radio-astronomía o cualquier otro curso de física.

HII regions and planetary nebulae are suitable for the study of galactic kinematics. If the lines are observed with high spatial resolution and are sufficiently strong, detailed velocity fields can be obtained which can be compared with dynamical models of HII regions. Similarly theoretical models of planetary nebulae, CII and H⁰ regions or even extragalactic objects can be readily compared with the radial velocities observed in RRL's.

4. HII regions and their environs

Historically the objects most studied in RRL's were galactic HII regions and their immediate environs. Hydrogen RRL's were first detected towards an HII region: the Omega nebula (Dravskikh and Dravskikh 1964; Sorochenko and Borozich 1964). HII regions also provided the first detections of other species; He lines were observed first towards M17 (Lilley et al. 1966) and the first C lines were detected in IC 1795 (Palmer et al. 1967).

From the mid 1960's onwards many single dish RRL surveys were carried out (for a review see Lockman, 1990), mainly to compile data on HII regions; velocities, electron temperatures and densities were determined. This work also led to the discovery of H⁰ line emission from the PIM (Ball et al. 1970).

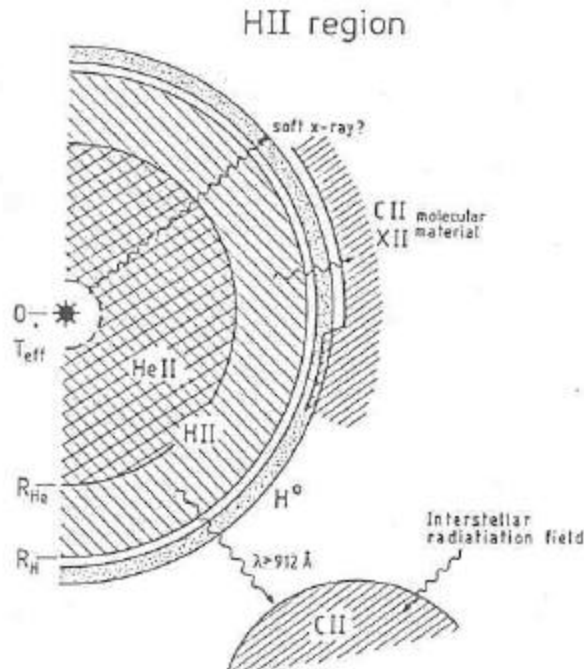


Fig.4. A schematic representation of the basic HII region and its surroundings (see text)

A simplified picture of the current physical understanding of HII regions is summarized schematically in Fig.4. This figure shows the main components of an HII

(20)
Roelfsema & Goss 1992 AA Reviews 4, 161

High resolution radio recombination line observations

179

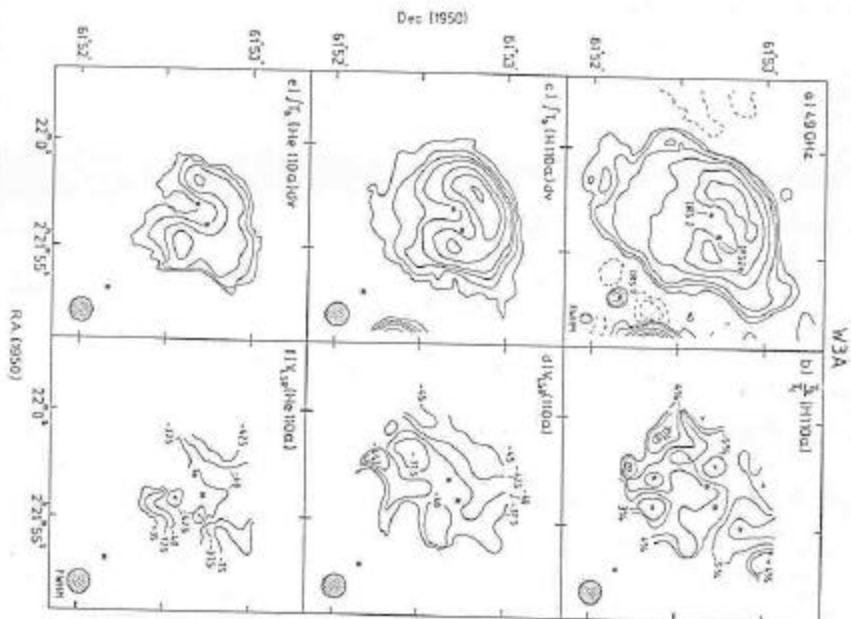


Fig. 5a-6. H110 α observations of WVA (from Roelfsema and Goss 1991). a) 4.9 GHz continuum, contours are drawn at -25, -12.5 (both dashed), 12.5, 25, 50, 125, 250 and 375 mJy/beam. b) Peak line to continuum ratio $T_{110\alpha}/T_c$ for the H110 α line in percent. The contours are drawn in steps of 0.5%, as indicated. c) Intensity distribution of the H110 α transition. Contours are drawn at 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.5, 2.0 and 2.5 Jy/beam km s^{-1} . d) Radial velocities $V_{1,0r}$ of the H110 α emission. The contour levels are indicated. e) Radial velocities $V_{1,0r}$ of the He I10 α transition. Contours are drawn at 0.1, 0.2, 0.3 and 0.4 Jy/beam km s^{-1} . The resolution of the observations is indicated by the hatched ellipses in all panels. The positions of the infrared sources IR52, 7a and 7 are indicated by stars.

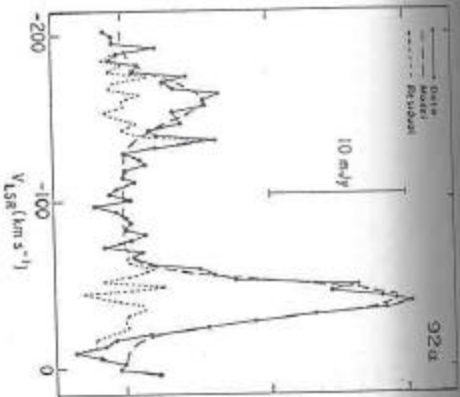


Fig. 8. The 920 profile observed towards an 8'' region in the south of W3A. The fitted Gaussian profile is indicated by a *solid line*. The residual after subtraction of the best fit Gaussian is indicated by a *dotted line*. The abundance of singly ionized helium in this region is $Y^+ = 34 \pm 6\%$. The line profile parameters are given in the Table below:

Line	Cent. mly	peak mly	V_{LSR}^+ km s $^{-1}$	ΔV_G km s $^{-1}$
H92 α	380 \pm 40	19.8 \pm 0.9	-38.5 \pm 0.4	23 \pm 1
He92 α		5.6 \pm 0.9	-37.1 \pm 1.8	28 \pm 5

showed CII and ZII line emission towards a number of HII regions (e.g. Pankonin et al. 1977; Silverglate and Terzian 1978; Pankonin 1980). Only in two HII regions (Mon R2 and N2024) could H α emission be detected. Interpretation of these observations proved to be complex. A major question was whether the emission mechanisms in the lines was stimulated or spontaneous emission. Also on the basis of these data it could not be determined whether the H α and CII regions are physically separate.

4.3.1 CII regions at high resolution

The first interferometric observations of C lines were obtained towards the W3 complex (Roelofsma et al. 1987b). C106 α emission was detected only towards W3A (Fig. 9b). At the frequency of the C106 α line (1.4 GHz), W3A is optically thick in the continuum. Thus any emission seen towards W3A must originate from the near side of the source and stimulated emission must be the dominant emission mechanism. Subsequent C100 α observations (Fig. 9c) substantiated this hypothesis. The C emission

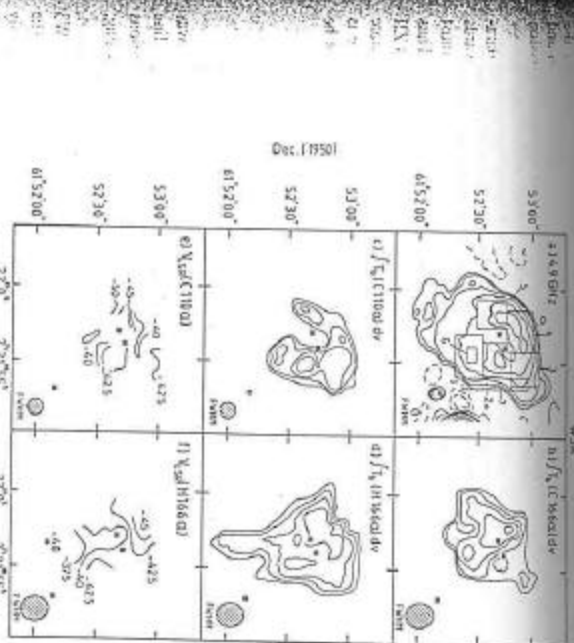


Fig. 9a-d. The partially ionized medium near W3A, a 4.9 GHz CII α continuum, is intensity distribution of the C106 α transition. Contours are drawn at 50, 75, 100, 125 and 150 mJy/beam. km/s (an intensity of 1 mJy/beam. km/s corresponds to 2.9 K km/s). The noise level is ~ 15 mJy/beam. km/s. e Intensity distribution of the C100 α transition. Contours are drawn at 25, 50, 75, 100 and 125 mJy/beam. km/s (an intensity of 1 mJy/beam. km/s corresponds to 0.82 K km/s). The noise level is ~ 10 mJy/beam. km/s. d Intensity distribution of the H166 α transition. Contours are drawn at 50, 100, 150, 200 and 250 mJy/beam. km/s (an intensity of 1 mJy/beam. km/s corresponds to 3.1 K km/s). The noise level is ~ 15 mJy/beam. km/s. e Radial velocities V_{LSR}^+ of the C106 α emission. The contour levels are indicated. f Radial velocities V_{LSR}^+ of the H166 α emission. The contours are indicated. The stars indicate the positions of the infrared sources IRS2, 2a and 7 (from Roelofsma and Goss 1991).

Fig. 9). This large contrast lead to the conclusion that the C emitting cloud is a thin layer (~ 0.01 pc) at the near side of the HII region (Roelofsma and Goss 1991). Probably the CII region is a thin shell around the HII region. The density of this CII region was found to be $n_e \sim 30-100$ cm $^{-3}$, with a temperature of $T_e \sim 30-100$ K.

The C10 α velocity field observed towards W3A (Fig. 9e) shows a constant offset of a few km s $^{-1}$ with respect to the H110 α velocity field (Fig. 5d). Apart from this effect the same overall velocity gradients are observed. This overall agreement implies that the CII region closely follows the kinematics of the HII region. The slightly more negative velocities of the CII region suggest that this gas forms a boundary layer between the HII region and the molecular cloud. This boundary has most likely to be

RADIO ASTRONOMÍA ()

ción #21

TEMA VI: RADIO ASTRONOMIA GALÁCTICA. IV:

"EMISION (ABSORCION) DE HIDRÓGENO NEUTRO
HI"

grafía:

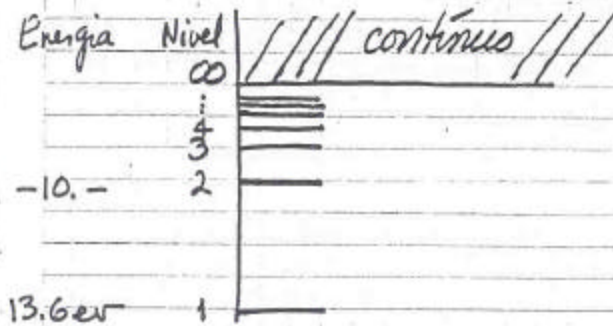
- 1) CAPÍTULO 2 "GALACTIC AND EXTRAGALACTIC RADIO ASTRONOMY" Editores Verschuur y Kellermann. 1974. Springer Verlag
- 2) Capítulo 8 "Radio Astrophysics" de Pacholczyk 1970
- 3) Artículo "LARGE SCALE DISTRIBUTION OF HYDROGEN IN THE GALAXY". por F. J. KERR
Annals Reviews of Astronomy and Astrophysics Vol. 7 1969 página 39.

A TRATAR:

- 1) ORIGEN LINEA DE 21 cm.
- 2) ESPECTRO EN EMISION
- 3) DENSIDAD DE COLUMNA DE HIDROGENO, N_{HI}

(1)

En general el diagrama de niveles de energía para el átomo de hidrógeno considerando solo los niveles con número cuántico n es bien conocido

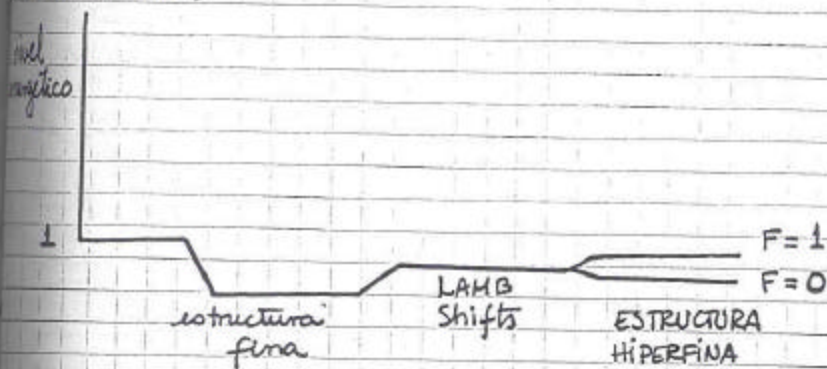


Estos niveles solo toman en cuenta la INTERACCIÓN ~~ELÉCTROESTÁTICA~~ entre el protón y el electrón. ~~El electrón~~ Es ELECTROMAGNÉTICA

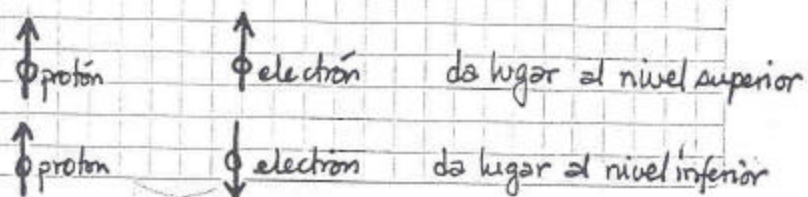
decir la frecuencia de un fotón emitido solo toma en cuenta que el electrón tuvo una transición de un nivel de energía con un número cuántico principal m a un nivel inferior con un número cuántico principal n . Sin embargo al considerar que el electrón no solo tiene momento angular al ~~ser~~ orbitar alrededor del núcleo sino al "girar" en su eje (SPIN) se notó que estos niveles se desdoblaban en más subniveles. Así ~~se tenía~~ se tenía lo que se conoce como estructura fina del átomo. ~~El electrón~~ (Dirac y sus colaboradores). Mas adelante se investigó la estructura fina de los niveles $2S_{1/2}$ y $2P_{1/2}$ (que se creía compartían el mismo nivel energético) y se llegó a la conclusión (Lamb y sus colaboradores) que el nivel $2S_{1/2}$ se encontraba a un nivel superior que el $2P_{1/2}$ con una diferencia

(2)

energía proporcional a la frecuencia de 1.06×10^6 Hz.
Explicación de este desdoblamiento dio lugar a los trabajos
de electrodinámica cuántica ya que el electrón percibiría
al protón no como un objeto puntual sino algo extendido
en espacio esto se debía a los movimientos propios del mismo
electrón. A este desdoblamiento se le conoce como
LAMB Shift. Aun más existen efectos electromagnéticos y
relativistas que dan lugar a lo que se conoce como
ESTRUCTURA HIPERFINA del átomo en el cual existe la
interacción del "electrón girando en su eje" con el campo
magnético generado por el protón al "girar" alrededor
del electrón y asimismo el protón interactúa con el
campo magnético generado por el electrón orbitando alrededor
del núcleo.



Esta estructura hiperfina desdobra al nivel $\frac{1}{2}$ en dos
subniveles dependiendo de la orientación de los spins del
electrón y protón



③ La diferencia entre ambos niveles da lugar a la EMISIÓN de radiación con una LONGITUD DE ONDA de 21 cm ($\nu = 1420.405752 \text{ MHz}$).

La predicción de que esta radiación podía ser observable la hizo van de HULST en 1944 en HOLANDA aun antes de tener los receptores para detectarla.

Para 1951 dos grupos reportaron la detección de esta radiación del UNIVERSO. Uno era el grupo de Ewen y Purcell de la Universidad de Harvard y el otro era de Muller y Oort de Holanda.

ESTO SIGNIFICÓ UN GRAN AVANCE RADIOASTRONÓMICO YA QUE SE PODÍA OBSERVAR EL HIDRÓGENO NEUTRO EN EL UNIVERSO. Esto abrió las puertas al estudio del universo invisible (ya que el hidrógeno es el elemento más abundante 90% por número y que el electron trata de permanecer en su órbita de menor energía es decir en su nivel base) es decir hidrógeno "entre estrellas" o interestelar, hidrógeno a lo largo de los brazos espirales de la galaxia y en galaxias externas.

Ahora bien, si la nube de gas (hidrógeno) se encuentra en Equilibrio Termodinámico, el número de átomos que poblen el nivel superior,

(4)

el nivel inferior, n está dada por la distribución de Boltzmann es decir

$$\frac{n_m}{n_n} = \frac{g_m}{g_n} e^{-\left(\frac{h\nu_{mn}}{kT_s}\right)} \quad (1)$$

de n_m y n_n representan las densidades numéricas de niveles superior y inferior por centímetro cúbico y g_m y g_n son los pesos estadísticos de cada nivel

$$g = (2F + 1) \quad (2), \text{ entonces}$$

$$g_m = 3$$

$$g_n = 1$$

$$\text{ó sea que } n_m = 3n_n e^{-\left(\frac{h\nu_{mn}}{kT_s}\right)}$$

(3)

decir existe, bajo condiciones de equilibrio termodinámico, la población 3 veces mayor en el nivel superior que en el nivel inferior. Aun en el caso de que estuviera en E.T. existiría una temperatura que mantuviera este cociente. A esta temperatura se le denomina T_s ó temperatura de spin ó temperatura de excitación.

Varios trabajos de investigación han llevado a conclusión de que son las colisiones el caso importante por el cual se tiene estas poblaciones relativas (en comparación con otros

(5)

procesos radiativos como la radiación Lyman α o la radiación de microondas). En este caso entonces la temperatura de excitación sería la temperatura cinética del gas.

TRANSFERENCIA DE RADIACIÓN. Nuestra ya conocida ecuación

$$\frac{dI_\nu}{dl} = -k_\nu I_\nu + j_\nu \quad (4)$$

que sabemos que en general nos da una solución del tipo

$$I_\nu = I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + \int_0^L \frac{j_\nu}{k_\nu} e^{-k_\nu(l-L)} k_\nu dl \quad (5)$$

en el caso de equilibrio termodinámico $\frac{j_\nu}{k_\nu} = B_\nu(T_s)$ y en el régimen de Rayleigh-Jeans tenemos $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$

$$B_\nu(T_b) = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_s \quad (6)$$

y también

$$I_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_b \quad (7)$$

\therefore substituyendo (7) y (6) en (5) habiendo despreciado la intensidad de fondo ($I_\nu(0)$)

$$T_b(\nu) = \int_0^L T_s e^{-k_\nu(l-L)} dl \quad (8)$$

$T_b \equiv$ Temperatura de brillo

$T_s \equiv$ temperatura de excitación
(o spin temperature)

en términos del espesor óptico tendríamos

$$T_b(\nu) = \int_0^{\tau_\nu} T_s e^{-\tau'} d\tau' \quad (9)$$

Suponiendo que T_s es constante a lo largo de la dimensión de la nube tendríamos

$$T_b(\nu) = T_s (1 - e^{-\tau_\nu}) \quad (10)$$

donde $\tau_\nu = \tau(\nu)$ es el espesor óptico total a una frecuencia ν a lo largo de la línea de visión (dimensión de la nube). $\tau(\nu) = \int_0^L k_\nu dl \quad (11)$

$$k_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} [\underbrace{n_1(\nu)}_{\checkmark} \underbrace{B_{12}}_{\checkmark} - \underbrace{n_2(\nu)}_{\checkmark} \underbrace{B_{21}}_{\checkmark}] \quad (12)$$

donde n_2 es la densidad numérica en el nivel superior
 n_1 inferior

el coeficiente de absorción a una frecuencia ν es ~~proporcional al número de átomos~~ ~~en el nivel inferior~~ que pudieran absorber radiación menos los átomos que son inducidos a tener una transición del nivel superior al inferior.

B_{12} y B_{21} son los coeficientes de Einstein de absorción espontánea e inducida.

$$j_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} n_2(\nu) A \quad (13)$$

(7)
donde A es el coeficiente de Einstein de emisión espontánea donde en este caso en particular

$$A_{21} = 2.85 \times 10^{-15} \text{ seg}^{-1} \quad (\text{probabilidad de que suceda un evento en un segundo})$$

$$\cong 8.8 \times 10^{-8} \text{ (año)}^{-1}$$

o sea tener un evento cada 11 millones de años.

Se ha verificado (teóricamente), como se mencionó antes, que son las colisiones las que juegan un papel importante y "bajan" esta probabilidad a un valor en la distribución de poblaciones en los niveles energéticos

de tener 1 evento cada 400 años o sea

$$A_{21} \text{ seña} \sim 8 \times 10^{-11} \text{ (segundos)}^{-1}$$

También se tiene que el coeficiente de emisión inducida es proporcional al coeficiente de emisión espontánea.

$$B_{21} = \frac{C^2}{2h\nu^3} A \quad (14)$$

y así mismo $B_{12} g_1 = B_{21} g_2 \quad (15)$

de donde $B_{12} = \frac{C^2}{2h\nu^3} \frac{g_2}{g_1} A \quad (16)$

Substituyendo (16), (15) y (14) en 12 tenemos

$$K\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \left[B_{12} n_1(\nu) - n_2(\nu) B_{12} \frac{B_{21}}{B_{12}} \right] \quad (17)$$

$$K_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} B_{12} n_1(\nu) \left[1 - \frac{n_2(\nu)}{n_1(\nu)} \frac{g_1}{g_2} \right] \quad (18)$$

pero $\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-h\nu/kT_s}$ Distribución de Boltzmann (19)

$$\Rightarrow \frac{n_2 g_1}{n_1 g_2} = e^{-h\nu/kT_s} \approx \left(1 - \frac{h\nu}{kT_s} \right) \quad (20)$$

$$\therefore \left[1 - \frac{n_2 g_1}{n_1 g_2} \right] \approx \frac{h\nu}{kT_s} \quad (21)$$

$$n_{\text{TOTAL}}(\nu) = n_1(\nu) + n_2(\nu) = n_1(\nu) \left[1 + \frac{g_2}{g_1} \right] \quad (22)$$

donde se ha aproximado $\frac{n_2}{n_1} \approx \frac{g_2}{g_1}$ (23)

$$n_{\text{Total}}(\nu) = 4n_1(\nu) \quad (24) \quad \left(\begin{array}{l} \text{La densidad numérica} \\ \text{total es 4 veces la} \\ \text{densidad numérica del} \\ \text{nivel inferior.} \end{array} \right)$$

Substituyendo (24) y (21) en (18) tenemos

$$K_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} B_{12} \frac{n(\nu)}{4} \frac{h\nu}{kT_s} \quad (25)$$

Substituyendo ahora (16) en (25)

$$K_\nu = \frac{hc^2}{4\pi} \left(\frac{g_1}{g_2} \right) \frac{g_2 A}{h\nu} n(\nu) \quad (26)$$

(9)

De la expresión (10) tenemos en caso OPTICAMENTE DELGADO $\tau_0 < 1$

$$T_b = T_s \tau_0 \quad (27)$$

$$= T_s \int_0^L k_\nu d\ell \quad (28)$$

o en general

$$= T_s \int_0^\infty \frac{hc^2}{8\pi\nu_0 k} \frac{1}{4} \frac{g_2}{g_1} n(\nu) d\ell \quad (29)$$

$$T_b(\nu) = \frac{hc^2}{8\pi\nu_0 k} \frac{A}{4} \frac{g_2}{g_1} \int_0^\infty n(\nu) d\ell \quad (30)$$

$$\int T_b(\nu) d\nu = \frac{hc^2}{8\pi\nu_0 k} \frac{A}{\left(\frac{g_1}{g_1+g_2}\right)} \frac{g_2}{g_1} N_H \quad (31)$$

donde $N_H \equiv$ DENSIDAD DE COLUMNA

$$N_H = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty n(\nu) d\nu d\ell \quad (32)$$

$$\therefore N_H = \left(\frac{g_1+g_2}{g_1}\right) \frac{g_1}{g_2} \frac{8\pi\nu_0 k}{hc^2} \frac{1}{A} \int T_b(\nu) d\nu \quad (33)$$

(N_H tiene unidades de cm^{-2})

$N_H \approx 3.88 \times 10^{14}$	$\int T_b(\nu) d\nu$
-----------------------------------	----------------------

(34)

Si Velocidad está en km/seg

$N_H \approx 1.84 \times 10^{18}$	$\int T_b(\nu) d\nu$
-----------------------------------	----------------------

(35)

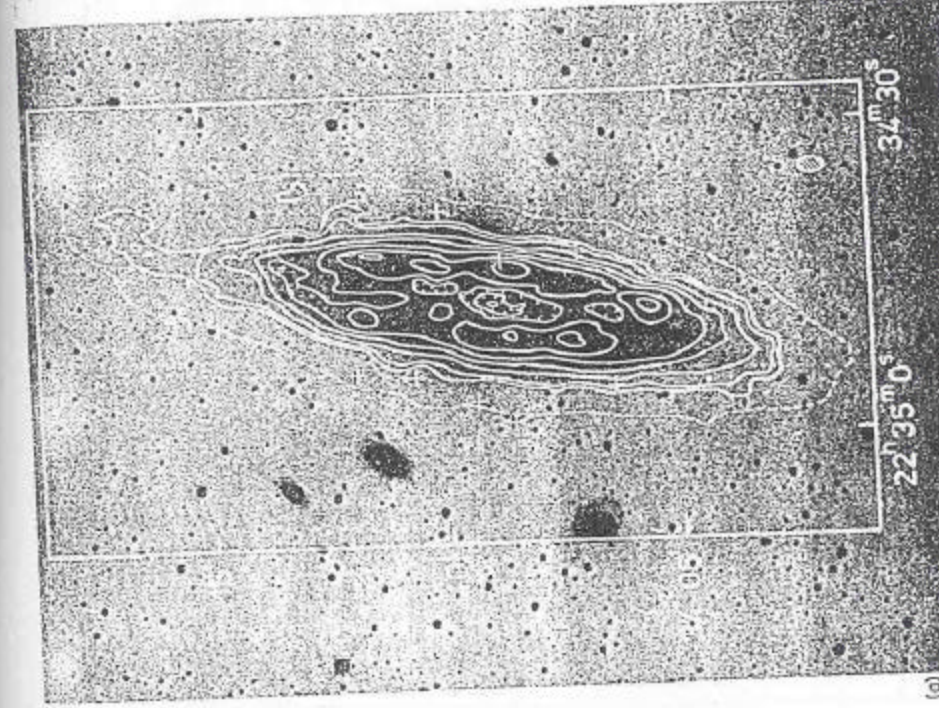
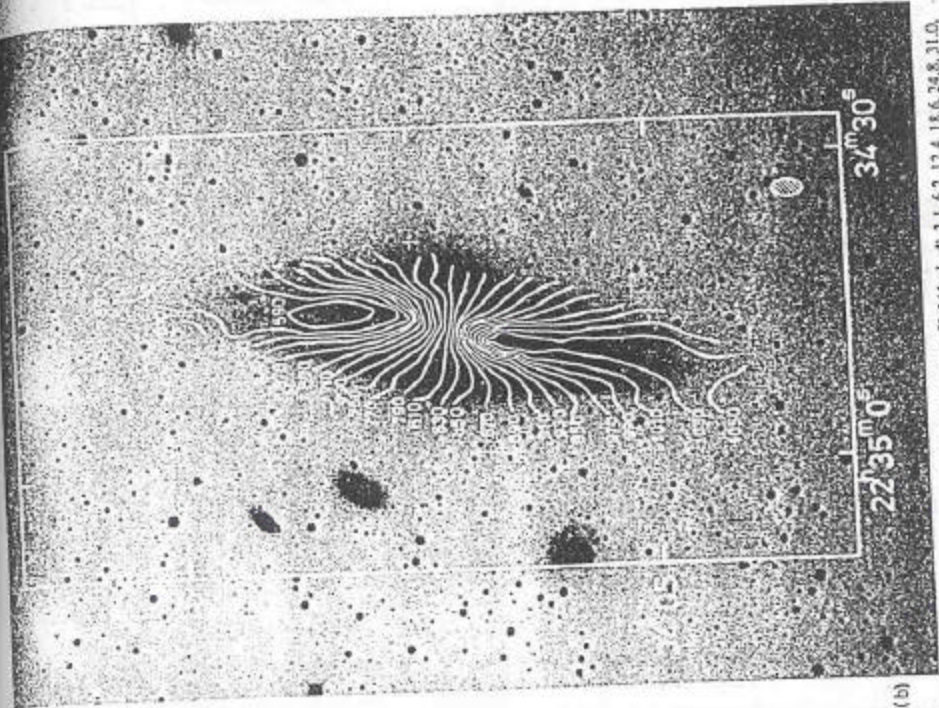


FIG. 8. Same as Fig. 4, but for NGC 7311. The print is from a KPNO 4-m IIIa-J plate taken by Dr. H. C. Arp. The contours in the H I map are [0.5 (dashed), 1.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0, 6.0, 8.0, 12.0, 18.0, 24.0, 30.0, and 37.2] $\times 10^{20}$ atoms cm^{-2} .

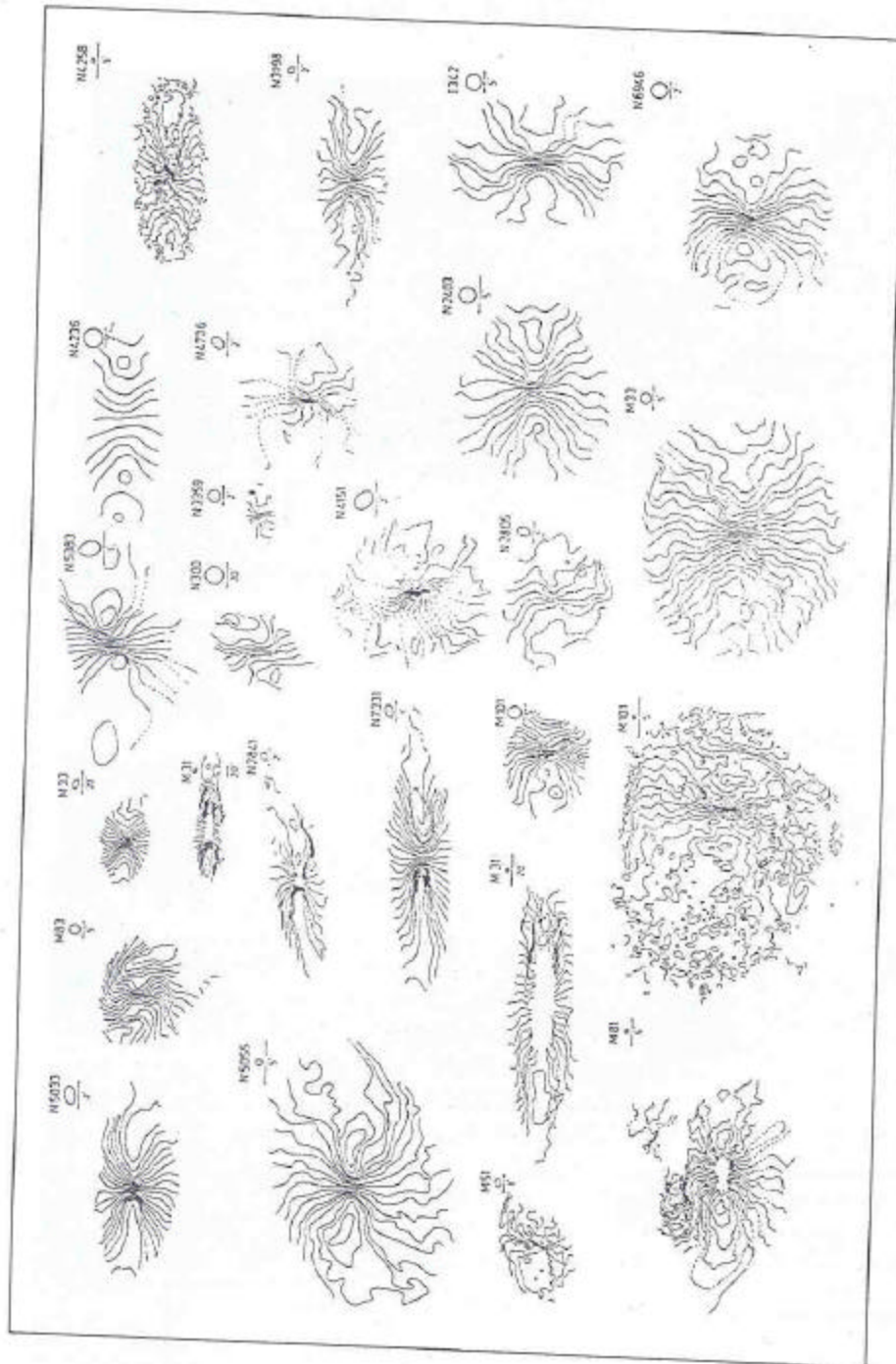


FIG. 1. Velocity fields of 22 spirals taken from the sources listed in Table I. All pictures have been oriented such that the major axis is roughly horizontal. The hatched areas represent the beam widths.

RADIO ASTRONOMÍA

SECCION # 22

TEMA VI: RadioAstronomia Galactica . V.

"DISTRIBUCION DE HIDROGENO NEUTRO EN NUESTRA GALAXIA"

Bibliografía:

- 1) Capitulo 4 "Galactic and Extragalactic ~~Radio Astronomy~~ Radio Astronomy" de Verschuur y Kellermann.
- 2) Artículo "Large Scale Distribution of Hydrogen in the Galaxy" por F. Kerr.
Ann. Rev. Astron. Astrophys. Vol. 7 pag 39
1969.
- 3) Capitulo 8 "GALACTIC STRUCTURE" por D. MIHALAS y J. BINNEY 1981
Editorial Freeman and Co.

TEMAS A TRATAR

- 1) Forma de una línea Espectral de Hidrógeno, H_I
- 2) Líneas de absorción y/o emisión de H_I.
- 3) REPRESENTACIÓN DATOS DE H_I.
- 4) ROTACION GALACTICA

(2)
Habiémos mencionado que para el caso ~~del~~
OPTICAMENTE DELGADO

$$N_H = \text{const. } T_S \tau_\nu \quad (1a)$$

ó

$$\tau_\nu = \text{const. } \frac{N_H}{T_S} \quad (1b)$$

donde N_H es la densidad de columna de Hidrogeno neutro
 T_S es la temperatura de spin de hidrógeno

En equilibrio termodinámico el número de átomos a una velocidad dada es una FUNCIÓN GAUSSIANA de la velocidad, así que podemos escribir que el número de átomos a una frecuencia ν en términos de la densidad a una frecuencia ν_0 es:

$$N_\nu = N_{\nu_0} e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

pero usando (1b) tendríamos

$$\tau_\nu = \tau_{\nu_0} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (\nu - \nu_0)^2} \quad (3)$$

esto quiere decir que la forma de las líneas en Temperatura de brillo SON GAUSSIANAS sólo en el caso, $\tau_\nu < 1$, OPTICAMENTE DELGADO ya que es ahí que $T_b = \tau_\nu T_S$ ver expresión (2) de las notas de la lección #21.

sin embargo cuando se grafica T_b contra ν la forma de las líneas observadas NO es gaussiana y por lo tanto se podría concluir que en esos casos

③

$\lambda > 1$. En general el ancho de una línea espectral debe a varios factores entre otros: a) ANCHO NATURAL DE LA LÍNEA debida a la incertidumbre introducida por Heisenberg ($\Delta t \Delta E \geq \hbar$) en el conocimiento del nivel energético o niveles energéticos involucrados en la transición. Para HI $\Delta t = A^{-1}$ la probabilidad de tener una transición en un segundo $\therefore \Delta E \geq \frac{\hbar A}{2\pi}$. En general ΔE es la incertidumbre en el valor del nivel energético superior digamos γ , el ancho natural introducido por esta incertidumbre sería $\Delta \nu \cdot h$. Entonces $\hbar \cdot \Delta \nu \geq \frac{\hbar}{2\pi} A \therefore \Delta \nu \sim 10^{-16} \text{ seg}^{-1}$. b) EFECTO DOPPLER introducido por la agitación TÉRMICA de los átomos en una región determinada, c) TURBULENCIA d) ROTACION, e) EXPANSION, f) CONTRACCION, etc.

Debido a la agitación térmica los átomos dentro de una región sigue una distribución, de velocidades, MAXWELLIANA lo que significa ~~que~~ que tienen un factor exponencial del tipo Gaussiano como $\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$ o $\exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right)$ en donde podríamos identificar a σ^2 con $\frac{kT_s}{m}$

$$\sigma^2 = \frac{kT_s}{m} \quad (4)$$

donde T_s (temperatura de espín) puede considerarse equivalente a la temperatura del GAS. Entonces

$$T_s = \frac{m \sigma^2}{k} \quad (5)$$

(4)

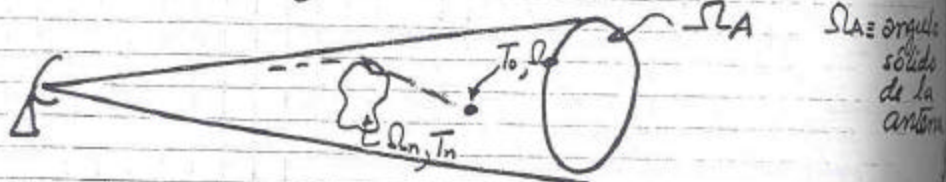
$$T_s \approx 121 \sigma^2 \quad \text{si } \sigma \text{ se mide en } \left(\frac{\text{km}}{\text{seg}}\right)$$

$$\text{o } T_s \approx 5.4 \sigma^2 \quad \text{si } \sigma \text{ se mide en } \text{km/h}$$

(6)

LÍNEAS DE EMISIÓN Y/O ABSORCIÓN DE HI.

En general tendríamos un escenario como

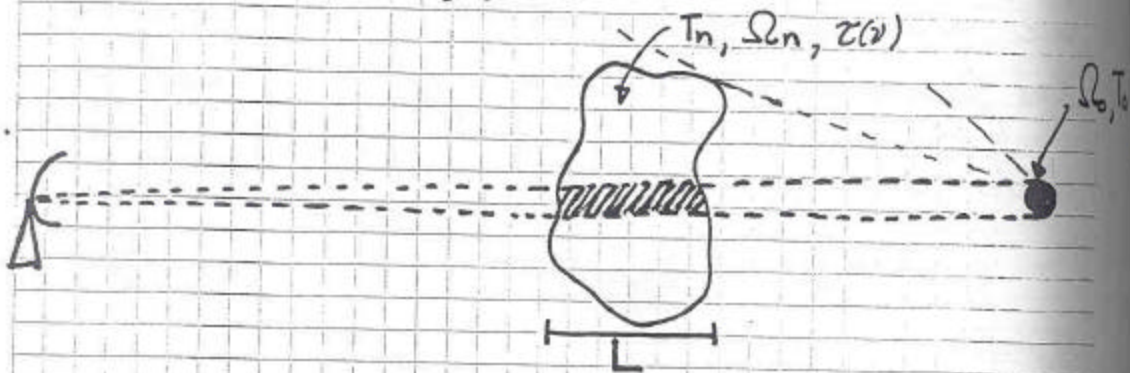


T_0, Ω_0 , Temperatura y ángulo sólido de un objeto PUNTUAL de fondo de una NUBE entre el objeto y el telescopio.
 T_n, Ω_n , en donde la temperatura de brillo observada T_b sería

$$T_b = T_0 e^{-\tau(\nu)} + T_n (1 - e^{-\tau(\nu)})$$

(7)

en donde la ABSORCIÓN de T_0 ES SOLO DENTRO DEL ANGULO SOLIDO DE LA FUENTE PUNTUAL, ES DECIR (expandiendo la figura anterior)



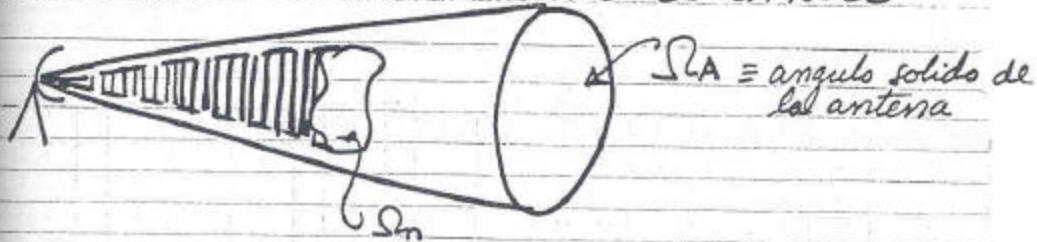
dimensión característica de la nube

$$(\tau_\nu = \int_0^L \kappa_\nu dx)$$

La región ahumada muestra el ángulo sólido en el cual la

(5)

sin embargo la EMISION (autoabsorción) de la NUBE
es SOBRE TODO EL ANGULO SOLIDO DE LA NUBE



la región ahumada verticalmente muestra el ángulo sólido
por el cual la antena RECIBE emisión de la NUBE.

Para el caso en el cual la temperatura de fondo, en
este caso T_0 , fuera despreciable con respecto a T_n (la
temperatura de la nube) tendríamos un espectro
en EMISION donde

$$T_b = T_n (1 - e^{-\tau_n}) \quad (8)$$

sin embargo si éste no es el caso (es decir T_0 se
es considerable o mayor que T_n) entonces lo usual
es evaluar la expresión (7) a otra frecuencia
de tal forma de obtener la verdadera absorción
 $T_0 e^{-\tau(\nu)}$. Esto es calcular el segundo término de
la expresión (7) y sustraerlo de ella misma para
obtener una expresión del primer término. Es decir
observar al objeto de fondo a una frecuencia tal
que la nube NO absorba nada y entonces
la diferencia de ambas observaciones nos daría
(ver problemas #1 y 2 de la TAREA #11)

$$T_b(\nu) = T_0 e^{-\tau(\nu)} + T_n (1 - e^{-\tau(\nu)}) - T_0 \quad (9)$$

(6)

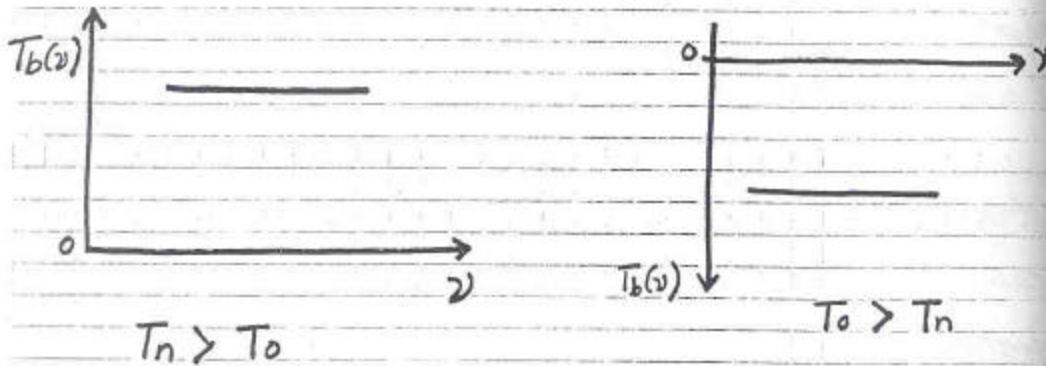
$$T_b(\nu) = (T_n - T_o) (1 - e^{-\tau(\nu)})$$

(10)

Caso donde $\tau(\nu) > 1$ OPTICAMENTE GRUESO

$$T_b(\nu) = (T_n - T_o)$$

(11)



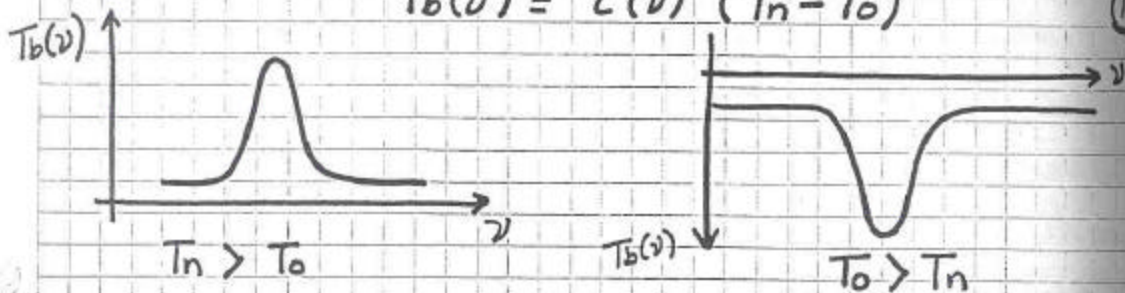
$T_b(\nu)$ ES CONSTANTE (POSITIVA O NEGATIVAMENTE) EN EL INTERVALO EN EL CUAL $\tau(\nu)$ SEA MAYOR QUE UNO.

En general si $T_o > T_n$ entonces entre MAS FRÍA sea la nube MENOR será el valor de T_b .

Caso donde $\tau(\nu) < 1$ OPTICAMENTE DELGADO

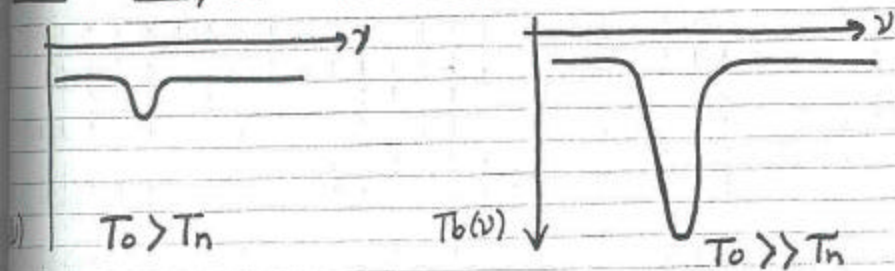
$$T_b(\nu) = \tau(\nu) (T_n - T_o)$$

(12)



En ambos casos la línea tiene una FORMA GAUSSIANA en el intervalo de frecuencias en el cual $\tau(\nu)$ tenga la misma forma.

①
 En este último caso (ópticamente delgado) ($\tau_\nu < 1$)
 también es cierto que entre más fría sea la
nube MAYOR será la absorción



véase el contraste con el caso de EMISIÓN solamente en
 el cual $T_b = T_n(1 - e^{-\tau_\nu})$ y tendríamos en el caso
 ópticamente grueso $\tau_\nu \gg 1 \Rightarrow T_b = T_n$ y entre más caliente
 sea la nube mayor sería la EMISIÓN; asimismo en el
 caso ópticamente delgado $\tau_\nu < 1 \Rightarrow T_b = T_n \tau_\nu$ y
 otra vez entre más caliente fuese la nube mayor sería la
 EMISIÓN

Varios trabajos han llevado a la conclusión
 de que la máxima temperatura observada
 en la línea (de emisión) de 21cm de HI es
 de 135°K por lo que un valor razonable
 sería adoptar como mucha gente lo hace

$$T_s = 100^\circ\text{K} \quad \text{⑬}$$

suponiendo que este valor ($T_s = 135^\circ\text{K}$) se obtiene donde
 $\tau_\nu \gg 1$. Sin embargo bien pudiera ser el caso de tener

$\tau_\nu = 0.135$ y $T_n = 100^\circ\text{K}$ y matemáticamente sería el mismo
 $T_n = 135^\circ\text{K} \therefore T_s = 100^\circ\text{K}$

Excitation of the Hydrogen 21-CM Line

GEORGE B. FIELD†

Summary—The importance of spin temperature for 21-cm line studies is reviewed, and four mechanisms which affect it are studied. Two of the mechanisms, collisions with free electrons and interactions with light, are studied here in detail for the first time. The results are summarized in Table II of Section VI, in the form of certain efficiencies which can be used with (15) to calculate the spin temperature. In Section VI the results are applied to a variety of astronomical situations, and it is shown that in the usual situation collisions with H atoms are very effective in establishing the spin temperature equal to the kinetic temperature. Under conditions of low-density and/or high-radiation intensity, however, important deviations from the usual are noted. The significance of such deviations for absorption studies of radio sources and the galactic halo is discussed. In Section VII the deuterium line at 91.6 cm is considered in like fashion. It is shown that for deuterium also, the spin temperature probably is close to the kinetic temperature.

the detector operates as a comparison system, the observed antenna temperature is

$$\Delta T_A = (T_S - T_B)(1 - e^{-\tau}),$$

where τ is the frequency-dependent optical depth of the cloud. ΔT_A is thus the sum of the diminished source radiation, $T_S e^{-\tau}$, and the self-absorbed cloud radiation, $T_B(1 - e^{-\tau})$, less the undiminished source radiation detected outside the line and hence subtracted from the total.

1958

Field: Excitation of the Hydrogen 21-CM Line

TABLE III
FIVE EXAMPLES OF SPIN TEMPERATURE

Cloud	T_K	T_B	Atoms		Electrons		Photons		Contributions to T_B				T_B
			n_H	γ_H	n_e	γ_e	n_γ	γ_γ	Radio	Atoms	Electrons	Photons	
1) Remote	10^2	10	1	.35	10^{-2}	0.65	$<10^{-10}$	$<10^{-4}$	0.27	95.30	1.78	0	97.3
2) Near III (Orion)	10^2	20	1	.35	10^{-2}	0.65	4×10^{-3}	2.4×10^4	$<10^{-4}$	10^{-2}	$<10^{-4}$	100	100.4
3) Source: Cygnus A	10^2	2×10^3	1	.35	10^{-2}	0.65	0	0	5450	95.3	1.8	0	5547
Virgo A	10^2	2×10^3	1	.35	10^{-2}	0.65	0	0	54.5	95.3	1.8	0	151.4
4) Galactic Halo	10^4	10	10^{-2}	1.3×10^{-2}	10^{-2}	0.18	4×10^{-6}	2.4×10^4	$<10^{-2}$	$<10^{-2}$	0.12	10^4	10^4
5) Intergalactic	10^4	1	10^{-3}	6.7×10^{-3}	10^{-5}	0.0013	—	1.6	0.38	0.03	0.49	615	615

(8)

como representativo de la temperatura de las nubes de HI ~~suponiendo~~ suponiendo que se encuentra en el caso ~~APROXIMADAMENTE~~ GRUESO aunque ~~no~~ no sea siempre cierto. (Sin embargo es más fácil de tratarlo matemáticamente).

Ahora bien existen varias formas de representar los datos de HI según la conveniencia gráfica. A saber uno podría tener las siguientes representaciones:

a) Espectros. Es decir graficar $T_b(\nu)$ contra ν o similarmente $T_b(v)$ contra v en una posición fija (λ, δ) .

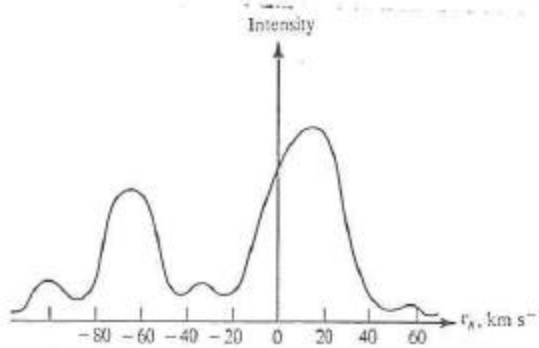
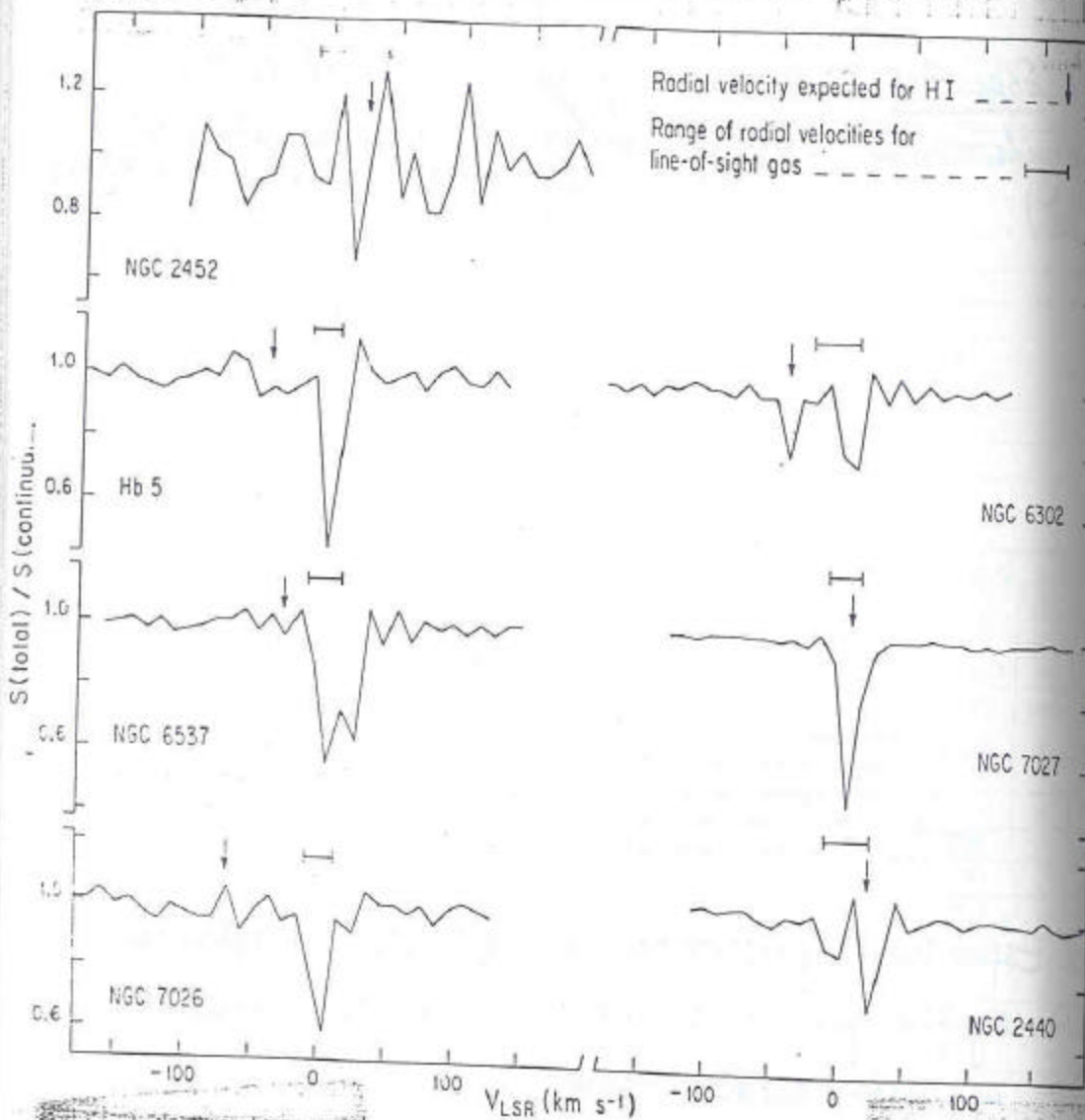


Figure 8-12. Schematic 21-cm line profile. At each point in the profile, the intensity of the radiation is proportional to the number of hydrogen atoms along the line of sight, while the frequency shift is proportional to the velocity of the material in the emitting region.

Espectro esquemático en EMISIÓN. Velocidad $v=0$ significa que no se mueve con respecto a nosotros $v>0$ se aleja del observador. $v<0$ se acerca al observador.

(8a)

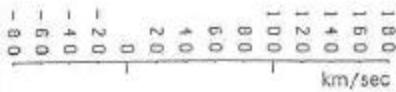
Espectros con líneas en Absorción a 21cm.
tomado de Rodríguez, L. y García-Barreto, J.A.
aparecerá en la Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica
Dic. 1984.



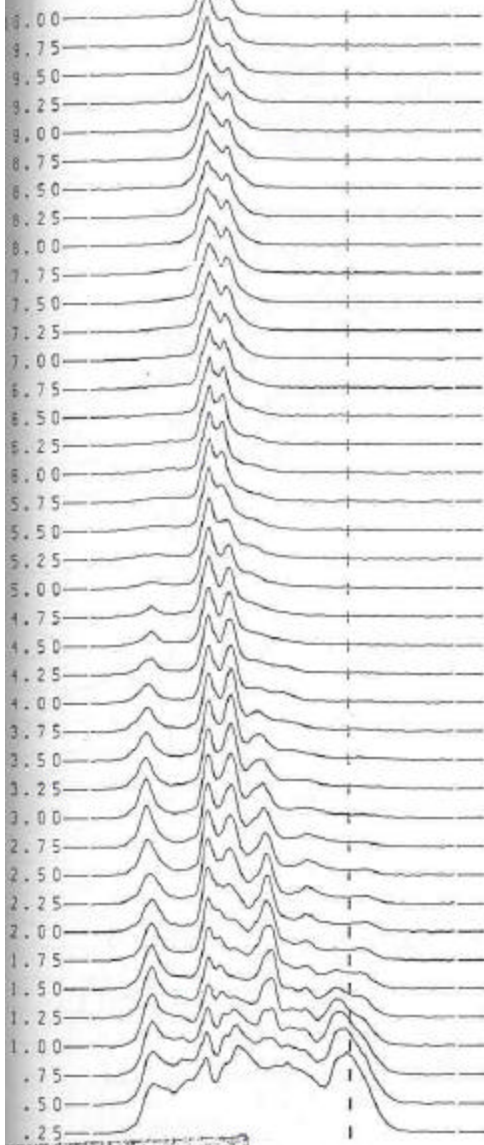
(8c)

$T_b(u, b)$ espectros en EMISION con "b" constante
NOTESE LA GRAN ESTRUCTURA CERCA DEL PLANO (b=0)

L = 26.0



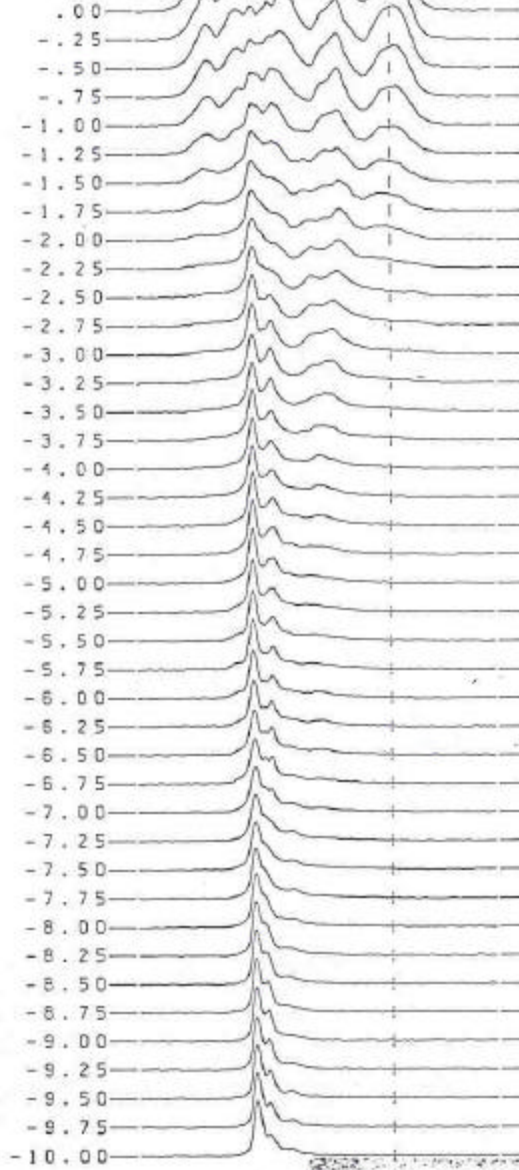
LATITUDE



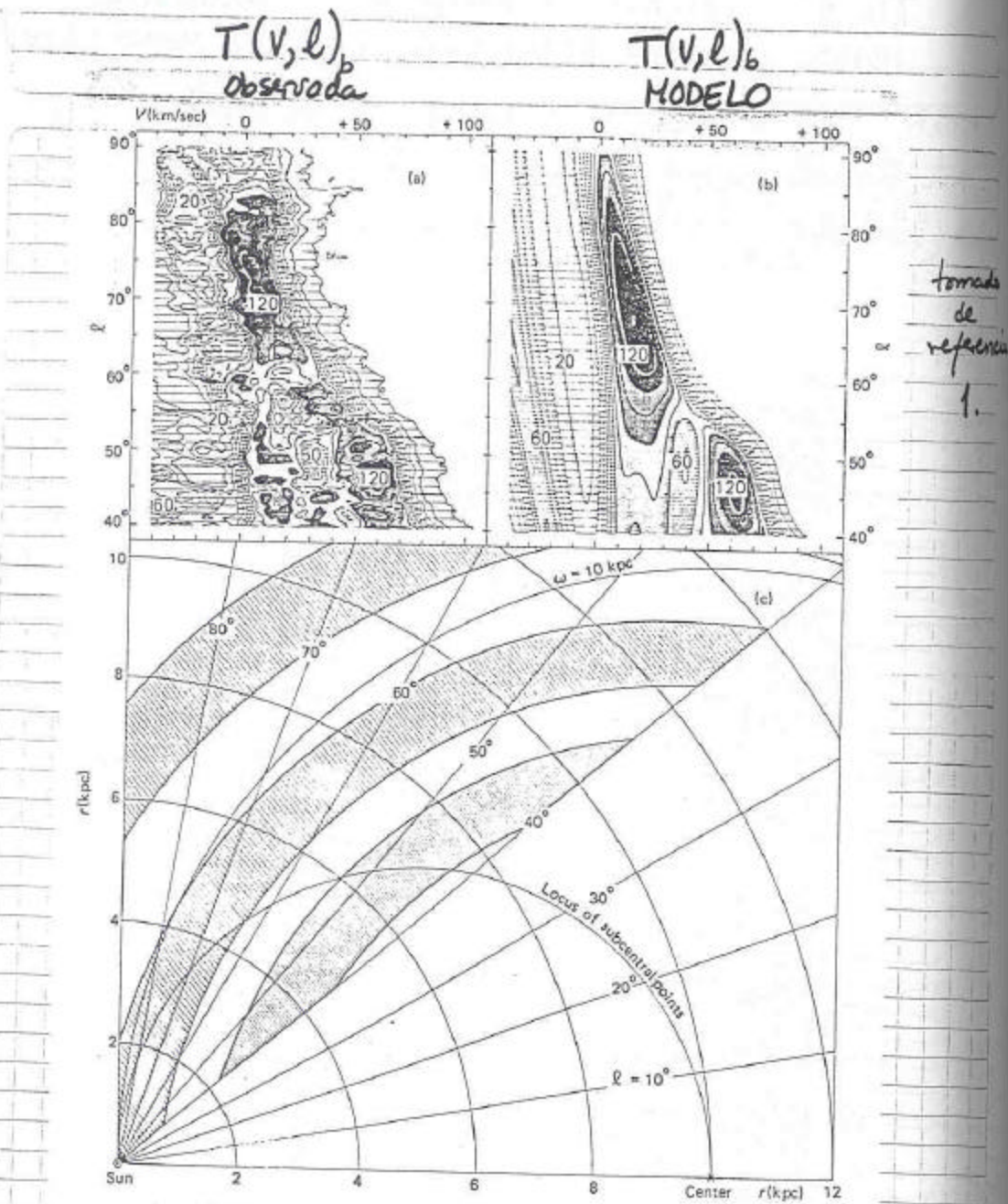
L = 26.0



LATITUDE



(8b)



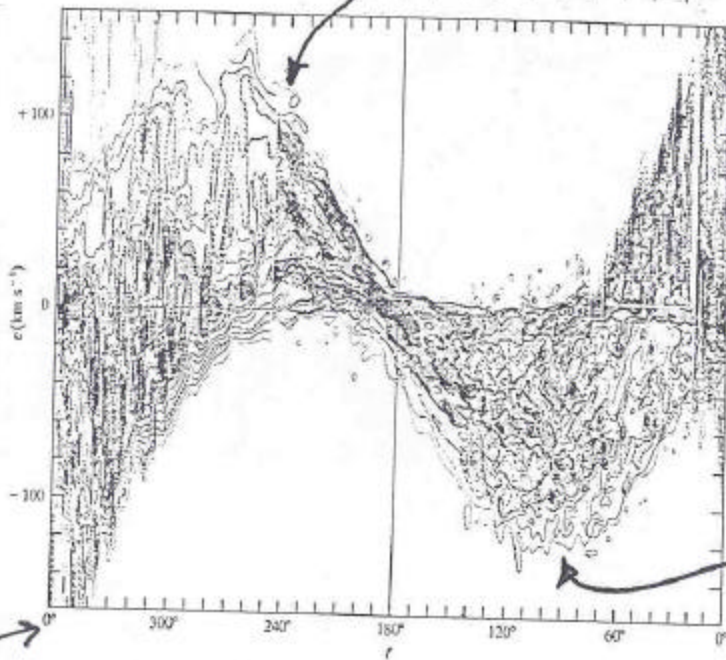
tomada de referencia 1.

Figure 4.15 Composite diagram illustrating the model line-profile approach for the hydrogen distribution near the galactic plane in the region $40^\circ < l < 90^\circ$. (a) Observed l, V contour map. (b) Model contour map based on self-consistent density-wave streaming and hydrogen distribution, derived as a best fit to the observations. Although there is no detailed structure in the input, a certain amount of detailed agreement with the observations is evident after transformation to the observed l, V space. (c) Map of the hydrogen distribution corresponding to the density distribution inherent in part (b) of the figure. The shaded regions are regions of above-average hydrogen density. The emphasis in deriving the distribution is on the agreement of Figure 4.15(b) with Figure 4.15(a), since both of these figures represent the same coordinate-velocity space. (Burton, 1971. *Astron. Astrophys.* 10:76.)

(9)

Isocontornos: Es decir graficar la intensidad en función de la velocidad y una coordenada, manteniendo la otra coordenada fija $T_b(v, \delta)_a$ o $T_b(v, l)_b$ donde l y b son coordenadas galácticas (latitud y longitud) y α y δ son ascensión recta y declinación respectivamente

material alejándose de nosotros.
(sol)



tomado de referencia 3.

Material acercándose a nosotros (sol).

Figure 8-11. Map of 21-cm brightness temperature $T_b(l, v)$ as a function of galactic longitude and velocity. The intensity scale is qualitative, darker areas indicating higher temperatures. [From (V3, 143), by permission.]

$l=0^\circ$ indica el centro de la Galaxia.
 $l=180^\circ$ ✓ el anticentro ✓ ✓
(ver siguiente figura)

9a

Modelo de distribución GALACTICA de H I
solo considerando movimientos CIRCULARES
tomado de referencia 1. Posición relativa del Sol.

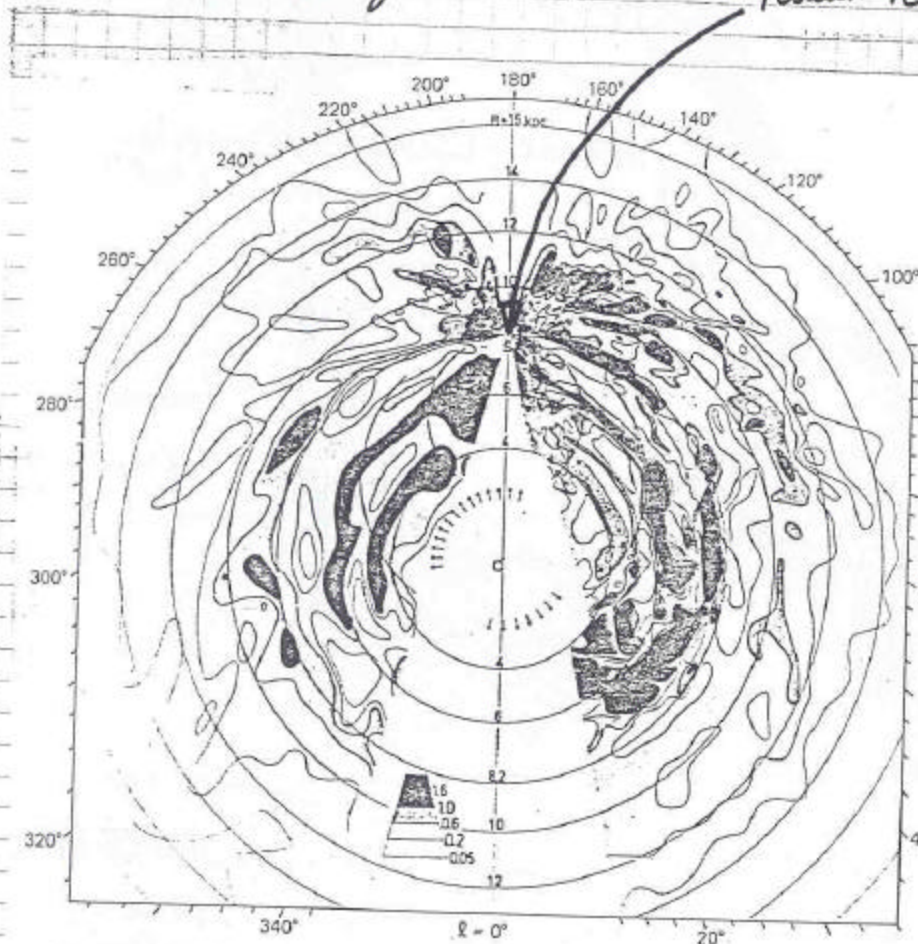
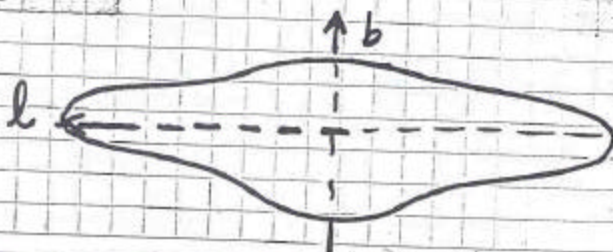


Figure 4.9 Distribution of neutral hydrogen densities in the galactic plane as determined from the Dutch and Australian surveys. This map was drawn using Equation (4.2) (with $R_s = 8.2$ kpc) and depends for its validity on the assumptions inherent in that equation. Because of this, the map is difficult to interpret and may contain serious errors. Nevertheless, it seems that it would be difficult to produce an improved version valid over the whole galactic plane. (Oort et al., 1958. *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* 118:379.)



La galaxia vista desde
el Sol hacia el
centro de la misma
mostrando las coordenadas

(9b)

$T(v, l)$ manteniendo "b" constante.

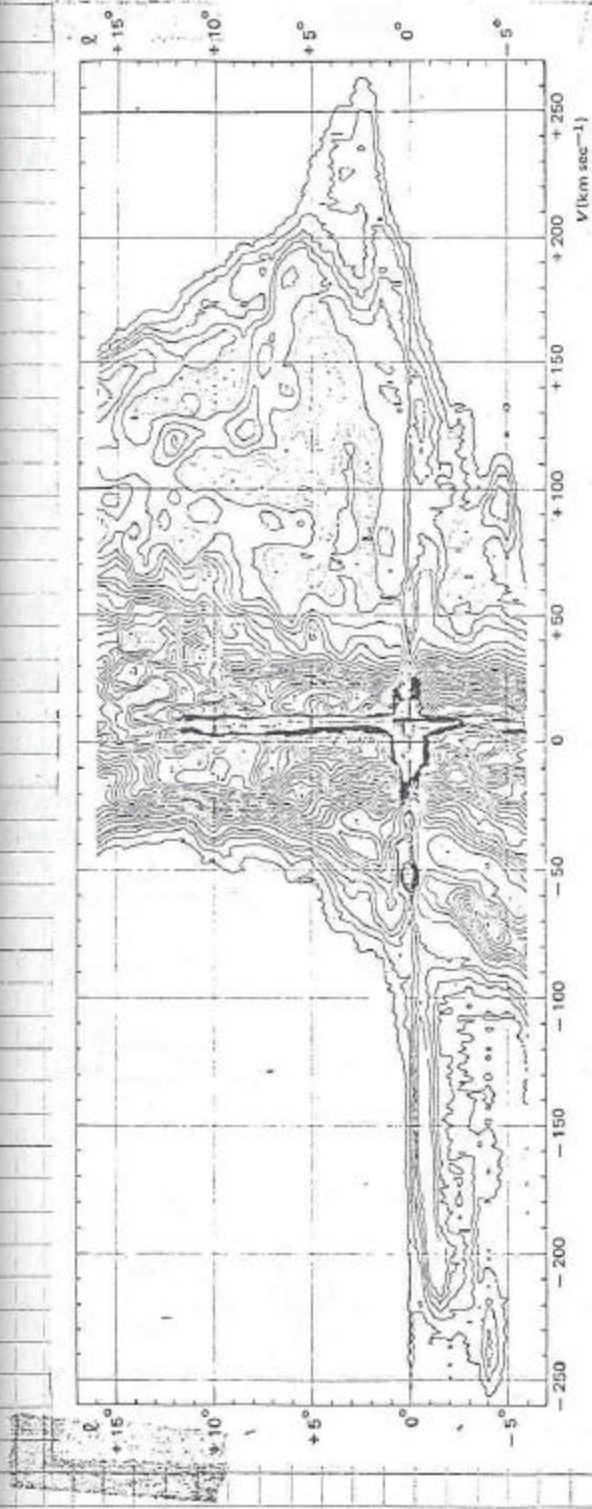
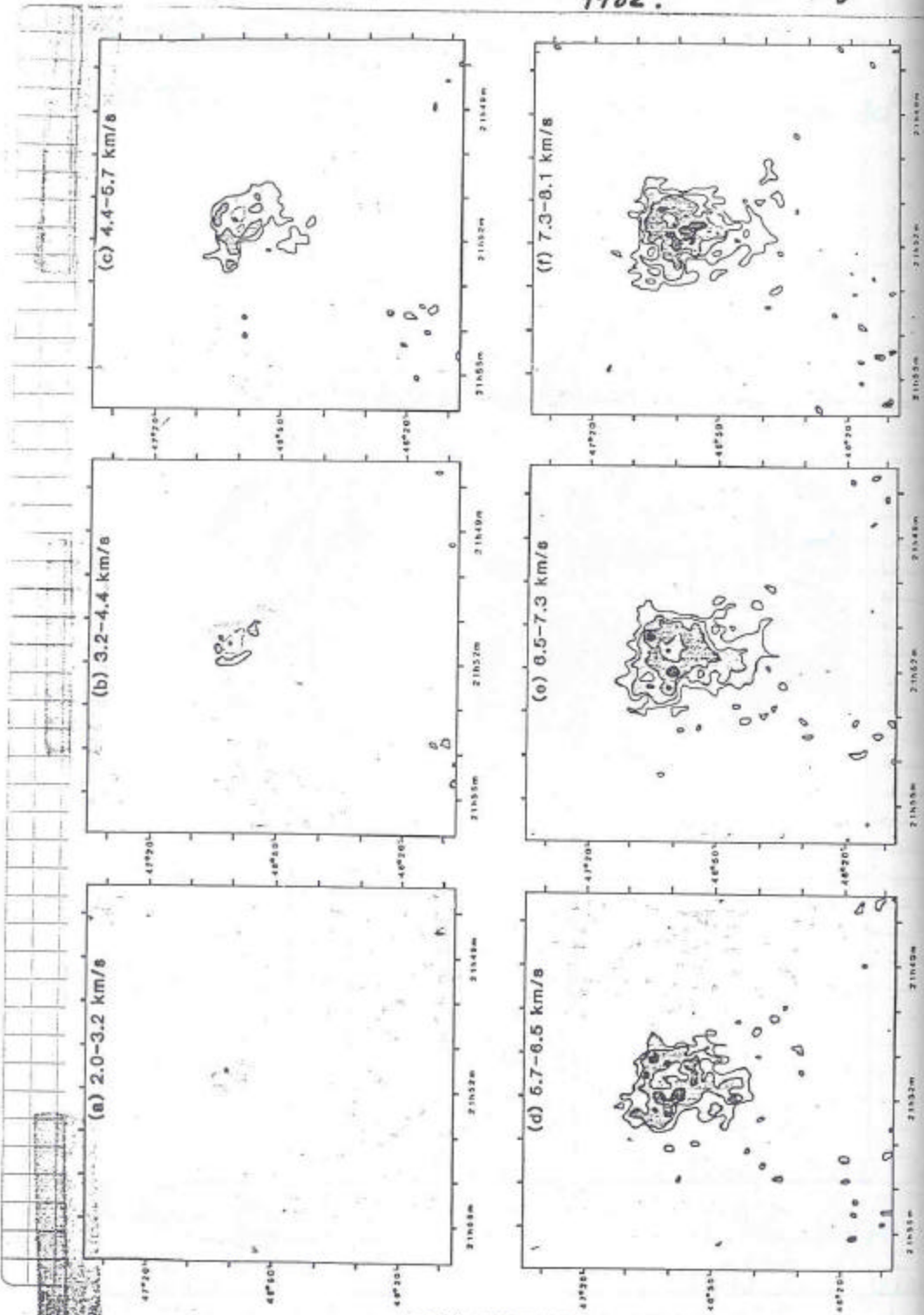


Figure 4.17 Contours of neutral hydrogen brightness temperatures in the plane in directions near that of the galactic center. Broken-line contours enclose regions of relatively low brightness temperatures. The bandwidth (1.7 km sec $^{-1}$) and the half-power beamwidth (0.6) are indicated by a cross in the upper left-hand corner. The shaded portions of the map are regions of absorption where contour lines would be overcrowded due to steep temperature gradients. Observations are spaced at half-degree intervals of longitude. (Burton, 1970a, *Astrophys. J. Suppl.* 2:261.)

tomado de referencia 1.

c) Isocontornos : Graficar $T_b(\alpha, \delta)$ ~~en~~ manteniendo la velocidad constante y variando las dos coordenadas tomado de Roger and Irwin, Ap.J. Vol 256 pag 127 1982.



Right Ascension (1950)

Fig. 3. (a)-(f) Maps of the distribution of T_b in 11 sweeps of initial velocity. Gray level represents T_b . Contour interval is 0.5 km/s. Contours are drawn at 0.5 km/s intervals. For all maps the initial velocity is 0 km/s. The velocity range is indicated in the caption.

(11)

Como se ha mencionado el poder "observar" hidrógeno neutro en nuestra galaxia es una gran ventaja ya que es el elemento más abundante y en particular habría dos ramas de investigación

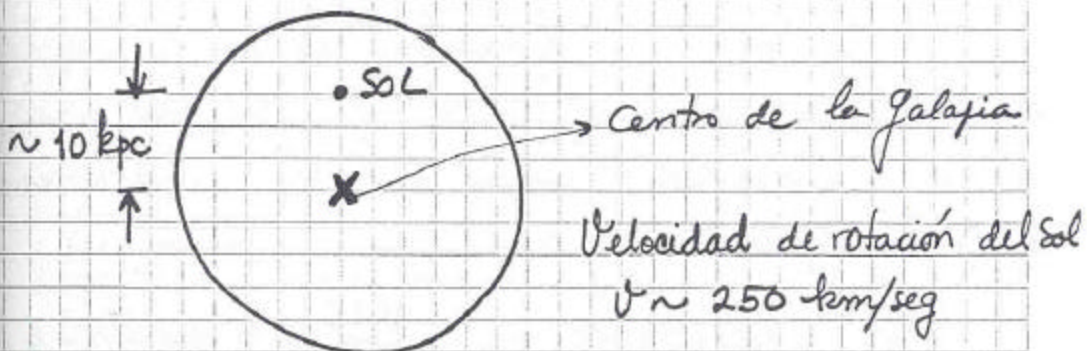
- i) La investigación de emisión o absorción de objetos discretos, es decir, nubes individuales de HI envolventes de estrellas, etc
- ii) La estructura global de la galaxia a partir de la distribución espacial de HI.

Nuestra galaxia, sabemos ahora, tiene una forma espiral con las siguientes características generales:

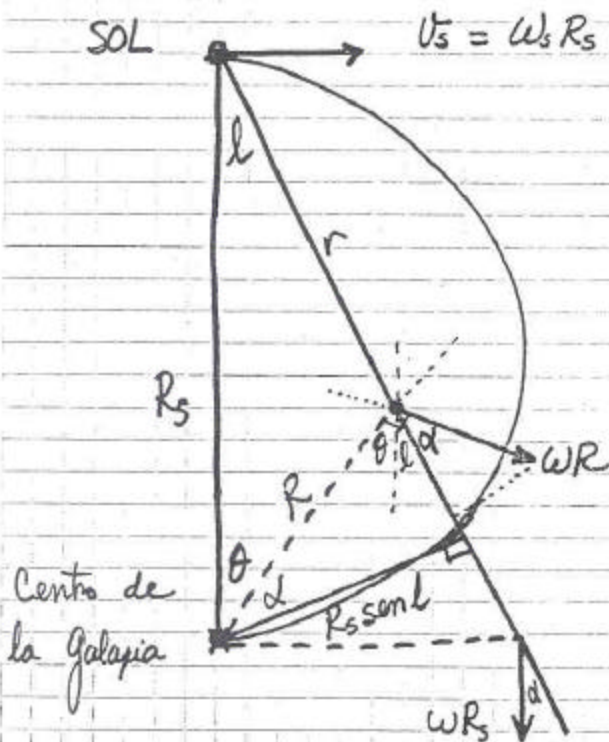
Diámetro	~	30 kpc.
Altura (HI) promedio Cerca del Sol	~	200 pc.
en el centro galactico	~	4 kpc.
Centro de la galaxia	$l = 0^\circ, b = 0^\circ$	



$$\alpha = 17^{\text{h}} 42^{\text{m}} \\ \delta = -28^\circ 55'$$



Las observaciones de HI en función de la velocidad de nuestra galaxia pueden "explicarse" tomando en cuenta el modelo de rotación de nuestra galaxia. El modelo básico SUPONE ORBITAS CIRCULARES.



La velocidad radial observada de un punto cualquiera será la diferencia entre la velocidad radial a lo largo de la línea de visión del objeto MENOS la velocidad radial del SOL (o del observador) a lo largo de la misma línea de visión

$$V = \omega R \cos(90^\circ - l - \theta) - \omega_s R_s \cos(90^\circ - l) \quad (14)$$

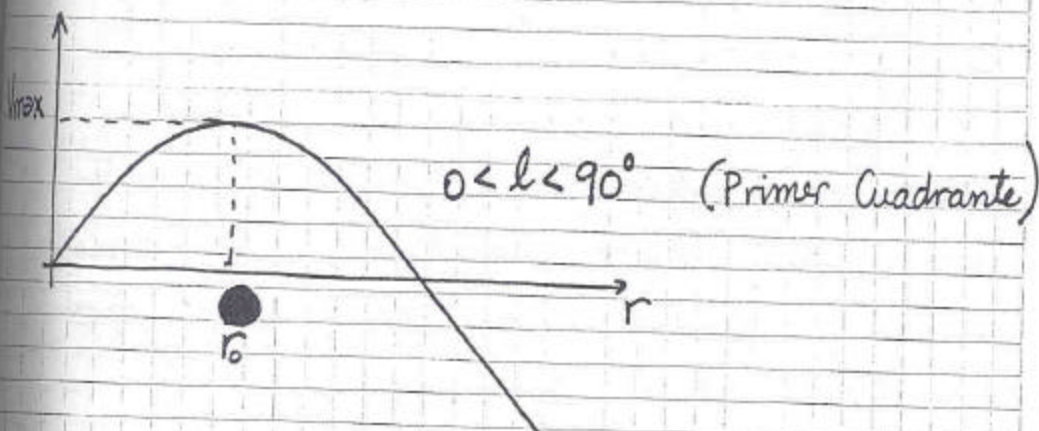
$$V = \omega R (\sin\theta \cos l + \cos l \cos\theta) - \omega_s R_s \sin l \quad (15)$$

pero de la figura $R \sin\theta = r \sin l \quad (16)$

y $R \cos\theta = R_s - r \cos l \quad (17)$

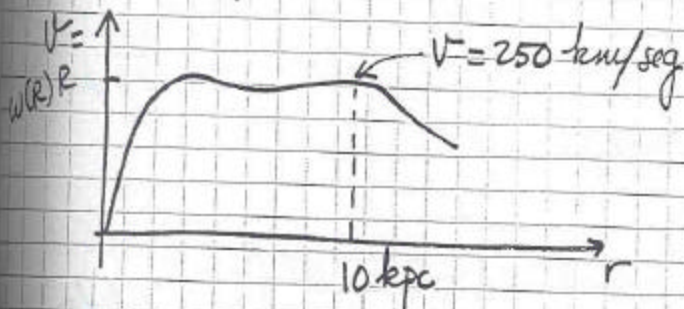
substituyendo (16) y (17) en (15) tenemos:

$$V = R_s \sin l (\omega R - \omega_s) \quad (18)$$

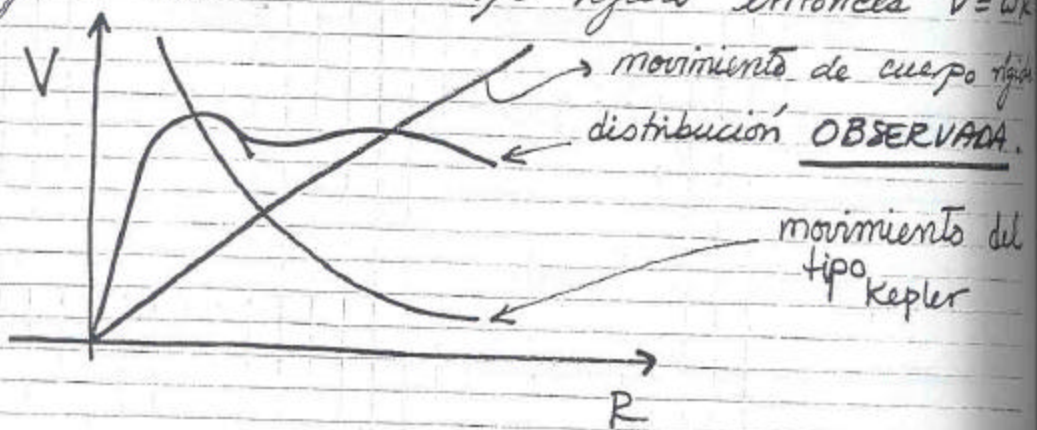


$$r_0 = R_s \sin l$$

Entonces si uno mide la velocidad maxima para cada r_0 uno puede construir la curva de rotación



Si uno supusiera ⁽¹⁴⁾ movimiento del tipo Kepleriano entonces $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$. Por otro lado si uno supone rotación de cuerpo rígido entonces $v = \omega R$



La realidad es que existen muchas desviaciones alrededor del supuesto modelo de rotación CIRCULAR. Un modelo empírico ajustado a las observaciones para $3 < r < 13$ kpc es el siguiente:

Sea $\Theta(R) = \omega(R)R$, entonces

$$\Theta(R) = 67.6 + 50.06 R - 4.0448 R^2 + 0.0861 R^3$$

(km/seg) ⁽¹⁹⁾

(Contopoulos and Stromgren 1965)

$$\Theta(R) = 250.0 + 4.05 (10-R) - 1.62 (10-R)^2$$

(Burton 1971 *Astron. Astrophys.* 10 pág 76) ⁽²⁰⁾ válidos para

(15)

Cuando uno quiere estimar distancias para objetos cerca del sol conociendo su velocidad radial se necesita hacer uso del desarrollo hecho por Oort.

$$V(R) = R_s (\omega(R) - \omega_s) \text{ per } l \quad (21)$$

Si se expande $\omega(R)$ en una serie de Fourier alrededor del valor para el sol tenemos

$$\omega(R) \approx \omega_s + \left(\frac{d\omega}{dR} \right)_{R_s} (R - R_s) \quad (22)$$

significa evaluar la derivada en R_s .

$$\left(\frac{d\omega}{dR} \right) = \frac{d}{dR} \left(\frac{v}{R} \right) = \frac{1}{R} \left(\frac{dv}{dR} \right) - \frac{v}{R^2} \quad (23)$$

entonces

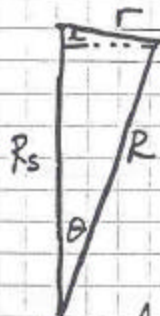
$$\omega - \omega_s = \left[\frac{1}{R_s} \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_s} - \frac{v_0}{R_s^2} \right] (R - R_s) \quad (24)$$

substituyendo este valor en (21) tenemos

$$V(R) = \left[\left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_s} - \frac{v_0}{R_s} \right] (R - R_s) \text{ per } l \quad (25)$$

ahora bien si $r \ll R_s$

$$\begin{aligned} \text{entonces } r \text{ sen } l &= R \text{ sen } \theta \\ r \text{ cos } l &\approx R_s - R \text{ cos } \theta \end{aligned}$$



o a primera aproximación

$$\text{cos } \theta \approx 1 \quad \text{entonces } (R - R_s) = -r \text{ cos } l \quad (26)$$

$$V(R) = \left[\left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_s} - \frac{v_s}{R_s} \right] (-r \sin \alpha \cos \alpha) \quad (27)$$

pero $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ (28)

y $\frac{1}{2} \left[\frac{v_s}{R_s} - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_s} \right] = A$ donde A es la constante de Oort (29)

$V(R) = Ar \sin 2\alpha$

(30)

radial

$A = 15 \frac{\text{km}}{\text{seg}} \frac{1}{\text{kpc}}$

Se puede observar v_{radial} en función de l y deducir r .

La velocidad transversal v_T estará dada por

$$v_T = v \sin \alpha - v_s \cos \alpha \quad (31)$$

en donde $r + R \sin \alpha = R_s \cos \alpha$ (32)

de donde $\sin \alpha = \left(\frac{R_s \cos \alpha - r}{R} \right)$ (33)

por lo tanto

$$v_T = \frac{v}{R} (R_s \cos \alpha - r) - v_s \cos \alpha \quad (34)$$

$$v_T = R_s (\omega - \omega_s) \cos \alpha - r \omega \quad (35)$$

Usando la aproximación local (serie de Fourier) ⁽¹⁷⁾

$$U_T = R_s \left[\frac{1}{R_s} \left(\frac{dw}{dR} \right)_{R_s} - \frac{U_s}{R_s^2} \right] (R - R_s) \cos l - r w \quad (36)$$

también

$$w = \left[w_s + \left(\frac{dw}{dR} \right)_{R_s} (R - R_s) \right] \quad (37)$$

Usando

$$R - R_s \approx -r \cos l \quad (38)$$

$$w = \left[w_s - \left(\frac{dw}{dR} \right)_{R_s} r \cos l \right] \quad (39)$$

primera aproximación

$$w \approx w_s = \frac{U_s}{R_s} \quad (40)$$

substituyendo ~~en~~ (38) y (40) en (36)

$$U_T = \left[\left(\frac{dw}{dR} \right)_{R_s} - \frac{U_s}{R_s} \right] (-r \cos^2 l) - r \frac{U_s}{R_s} \quad (41)$$

$$\text{pero } \cos^2 l = \frac{1}{2} [1 + \cos 2l] \quad (42)$$

$$U_T = \frac{1}{2} \left[\frac{U_s}{R_s} - \left(\frac{dw}{dR} \right)_{R_s} \right] r \cos 2l - \frac{r}{2} \left[\frac{U_s}{R_s} + \left(\frac{dw}{dR} \right)_{R_s} \right] \quad (43)$$

$$\text{sea } B = -\frac{1}{2} \left[\frac{U_s}{R_s} + \left(\frac{dw}{dR} \right)_{R_s} \right] \quad (44)$$

$$U_T = r [A \cos 2l + B] \quad (45)$$

R = 1A también 11

(18)
Observando $\frac{U_T}{r}$ se pueden encontrar A y B.

En particular se observa que el centro de la galaxia presenta datos que pueden interpretarse como si se tuviera un BRAZO espiral a una distancia de 3kpc del centro de la galaxia EXPANDIÉNDOSE y se encuentra un ~~anillo~~ anillo estable con una velocidad que se ajusta al modelo Kepleriano a una distancia de 50pc del centro.

$$U \sim 1.4 \times 10^2 R^{0.1} \text{ (pc)} \quad \left(\frac{\text{km}}{\text{seg}} \right)$$

para un sistema Kepleriano.

PARA TERMINAR DIREMOS QUE EN GENERAL NO ES FACIL DEDUCIR LA ESTRUCTURA ESPACIAL DEL HI SOLO OBSERVANDO EL ESPECTRO (T_b vs. ν) YA QUE HAY TANTO HI EN LA LINEA DE VISION QUE UNO NO SABE SI $\tau > 1$, si $\tau < 1$ o si τ ES LA SUPERPOSICION DE MUCHAS NUBES ABSORBIENDO LA RADIACION.

EN LO REFERENTE A LA ROTACION GALACTICA EXISTEN OTROS MODELOS (COMO EL DE LAS ONDAS DE DENSIDAD EN LOS CUALES SE ENCUENTRAN LOS BRAZOS EN LAS CUMAS DE DICHAS ONDAS) Y LOS CUALES TRATAN DE DAR UN MEJOR AJUSTE A LOS DATOS OBSERVADOS CON LOS MODELOS DE ROTACION GALACTICA.

H I deficiency in the Coma I cloud of galaxies

J.A. García-Barreto^{1,2}, D. Downes³, and W. K. Huchtmeier²

¹ Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 70-264, México D.F. 04510 México

² Max Planck Institut für Radioastronomie, Auf dem Hügel 69, D-53121 Bonn, Germany

³ Institut de Radio Astronomie Millimétrique, F-38406 St. Martin d' Hères, France

Received 10 November 1992 / Accepted 4 March 1994

Abstract. We present new H I observations of galaxies in the Coma I group. Of the 32 most probable members of the group, 16 are gas poor and 16 have normal H I contents. The 16 gas poor galaxies include 4 ellipticals, 5 S0s, and 7 spirals with a definite H I deficiency (more than a factor of four). Most of the 16 gas poor or H I deficient galaxies are concentrated within a radius of 500 kpc of a centroid near the galaxy NGC 4274, suggesting that this region contains a compact core of intergalactic matter that has stripped the gas from some of the galaxies. Seven gas poor galaxies are even within a projected radius of 130 kpc of this position. This possible existence of a dense core of intragroup gas may explain the large H I deficiency in the barred spiral NGC 4314, which has 100 times less H I mass than would be expected from its luminosity and stellar mass. In this galaxy the gas is 99% molecular, 1% atomic and nearly all in the central region. We suspect the extreme H I deficiency in NGC 4314 is due to two distinct causes: ram pressure stripping of the gas in its outer parts, plus action of its bar or an ancient tidal interaction with another galaxy that transferred gas from the inner parts of NGC 4314 to the center where H I was converted to H₂.

Key words: galaxies: clusters: Coma I group – galaxies: evolution – galaxies: interactions – galaxies: intergalactic matter – galaxies: interstellar matter – radio lines: galaxies

1. Introduction

The Coma I cloud is a small group of galaxies at a distance of 10 Mpc (de Vaucouleurs 1975, see distance review in García-Barreto et al. 1991). The cloud has a size $4^\circ \times 10^\circ$ (0.7×1.7 Mpc), and contains 32 galaxies of which five are questionable members (Gregory & Thompson 1977). Unlike many small groups of galaxies, the Coma I group may be gravitationally bound (Turner & Sargent 1974). In numbers of galaxies, the Coma I cloud may be considered a poor cluster: there are only 19 bright galaxies in the Coma I group (Gregory & Thompson 1977),

Send offprint requests to: D. Downes

while there are about 130 galaxies in the Virgo cluster (Tully 1988). X ray observations of poor clusters (Price et al. 1991; Mulcahey et al. 1993) suggest they are scaled down versions of rich clusters.

In this paper we describe new H I observations of the galaxies in the Coma I group with the Effelsberg 100 m telescope which show definite H I deficiencies in seven of the spirals in this group. (Sect. 2). In particular one of the most spectacular H I deficiencies yet found in a spiral galaxy is that in NGC 4314, for which we combined Effelsberg and Arecibo data to constrain the size of the H I distribution and the H I mass (Sect. 3). We discuss ram pressure stripping in Coma I as the main cause of gas loss (Sect. 4). We still need, however, another mechanism to account for the situation in NGC 4314, where all the gas has ended up in the nucleus, in molecular form. We discuss the transformation of H I to H₂ in NGC 4314, after disk gas had been forced into the center of the galaxy by the bar or by a tidal interaction (Sect. 5).

2. H I observations and results

We observed the Coma I galaxies with the Effelsberg 100 m telescope in 1991, with a half-power beamwidth of 9.3', and a cooled two-channel HEMT receiver with 30 K system temperature. The 1024 channel autocorrelation spectrometer was split in four bands with a total width of 12.5 MHz and a velocity resolution of 21 km s^{-1} after Hanning smoothing. A typical integration of 10 min gave an r.m.s. noise of 4 mJy in the smoothed spectra, from which we subtracted linear baselines (Fig. 1). For the spectrum of NGC 4314, we integrated for 6^h on-source to get an r.m.s. noise of 0.6 mJy (Fig. 2).

Among the new detections are those of the elliptical galaxy NGC 4494 and the Sa spiral NGC 4448, both of which had eluded detection until now. Note that the line detected at the position of the elliptical NGC 4283 probably comes from NGC 4278, which was included in the 9.3' beam, and not from NGC 4283 itself. The line has essentially the same profile as that of NGC 4278 observed with higher spatial resolution by Raimond et al. (1981).

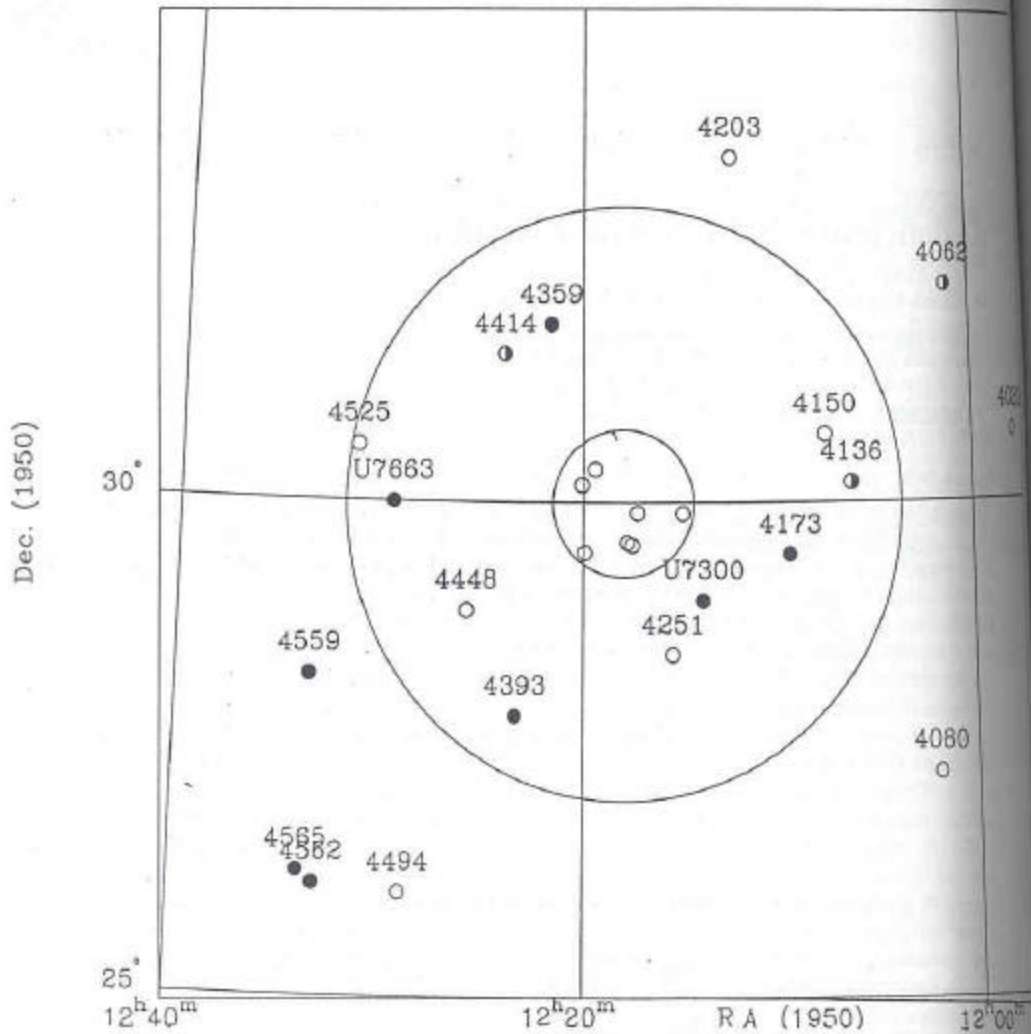


Fig. 4. Locations of gas rich and gas poor galaxies in the Coma I group. Filled circles = gas rich galaxies ($H\text{I deficiency} < 0.3$); half-filled circles = slightly deficient galaxies ($0.3 < H\text{I def.} < 0.6$); empty circles = gas poor galaxies (ellipticals, S0's, and spirals and irregulars with $H\text{I deficiencies} > 0.6$). The 7 gas poor galaxies in the central circle of projected radius 130 kpc are (in order of R.A.) NGC 4245, 4234, 4283, 4308, 4310 and 4314. The outer circle of a projected radius of 500 kpc includes 11 of the 16 gas poor galaxies in Coma I.

and $\sigma_{\text{disk}} \approx 7 \cdot 10^{-5} \text{ g cm}^{-2}$ for the gas in the stellar bar region (Garcia-Barreto et al. 1991). This yields:

1. $P_{\text{ring}} \approx 10^{-10} \text{ dyne cm}^{-2}$ for the gravitational pressure within the nuclear ring;
2. $P_{\text{disk}} \approx 4 \cdot 10^{-13} \text{ dyne cm}^{-2}$ for the gravitational pressure in the bar and outer parts of NGC 4314.

From the Edge & Steward (1991) correlations between X ray and optical velocity dispersions of 36 clusters, the X ray luminosity is $L \approx 10^{36.60} \sigma^{2.90} \text{ erg s}^{-1}$, and the temperature of the X ray emitting gas is $T \approx 10^{-3.22} \sigma^{1.35} \text{ keV}$, where σ is the radial velocity dispersion. For the Coma I group with $\sigma \approx 190 \text{ km s}^{-1}$ (Gregory & Thompson 1977), the predicted X ray

luminosity would be $L \approx 1.6 \cdot 10^{43} \text{ erg s}^{-1}$, and the predicted X ray temperature would be 0.7 keV or $8 \cdot 10^5 \text{ K}$.

If the predicted X ray emission from Coma I comes from an isothermal sphere of radius 0.5 Mpc as in rich clusters of galaxies, then from the predicted temperature we derive an intracluster hydrogen density of $\sim 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$. A similar density is obtained by assuming the intragroup medium has about the same mass as the sum of all the galaxy masses in the group, $1.2 \cdot 10^{15} M_{\odot}$ (scaled to 10 Mpc). This is 10% of the virial mass (Gregory & Thompson 1977), and the X-ray emission from clusters does indeed correspond to intracluster gas masses of $\sim 10\%$ of the virial mass (Sarazin 1988, his Sect. 4.4.1).

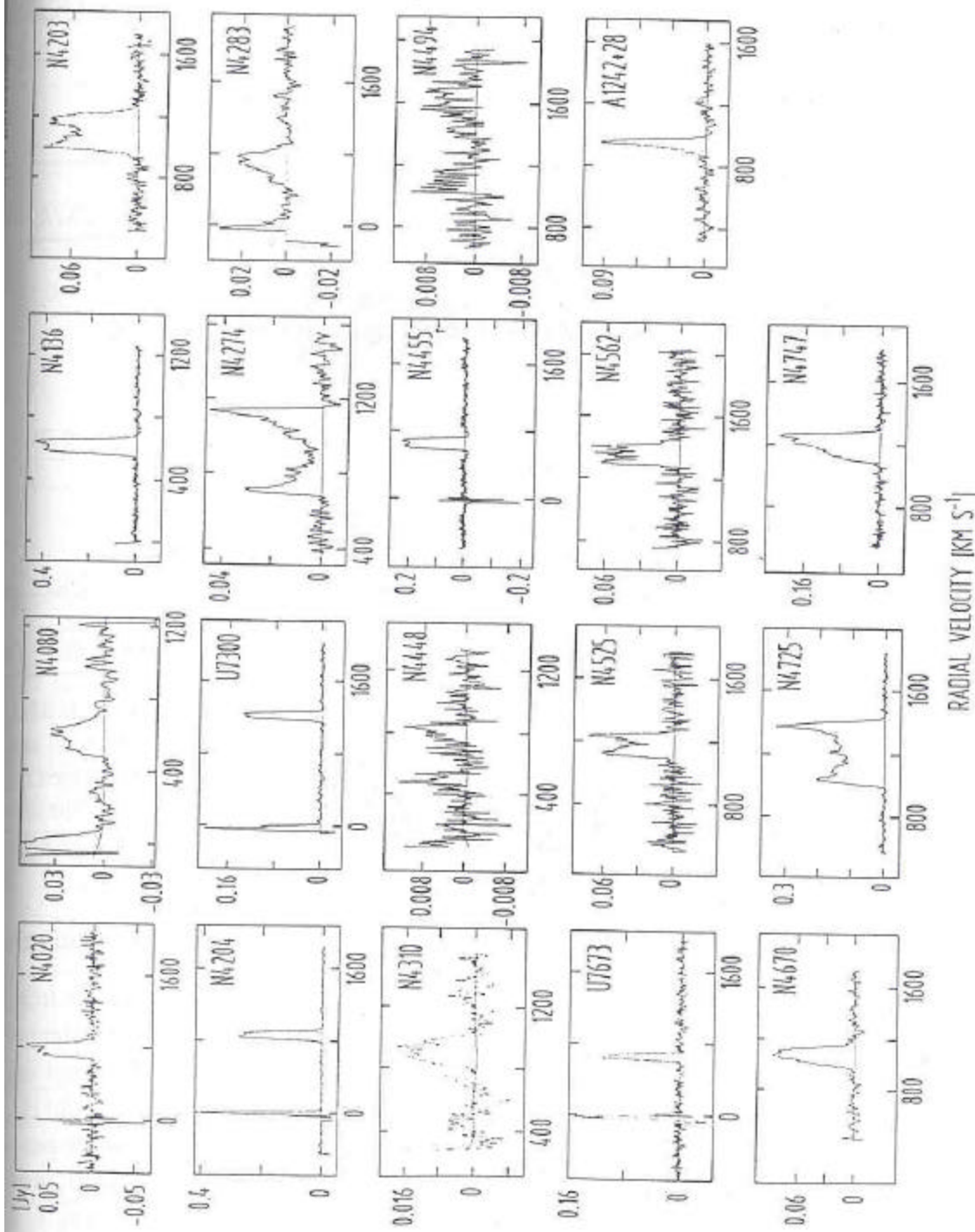


Fig. 1. H I profiles of galaxies in the Coma I group observed with the Effelsberg 100 m telescope.

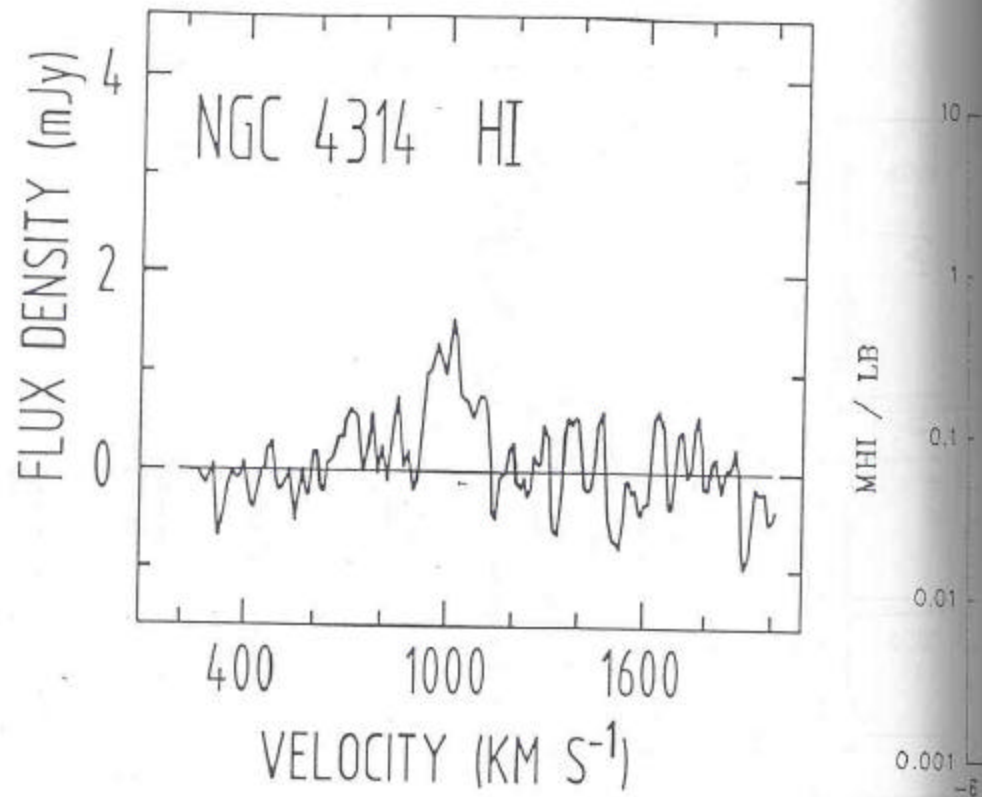


Fig. 2. *upper*: HI spectrum of the galaxy NGC4314 from the Effelsberg 100 m telescope with a 9.3' beam. *lower*: HI spectrum of the center of NGC 4314 from the Arecibo telescope with a 3.3' beam (García-Barreto et al. 1991)

Fig. 3. M_{HI}/L cal type; point smoothed (medium). The lower early type spir

4. Ram pres

X rays from consistent with deficient spiral from the HI that are gas. Indeed, several ellipticals, centered near the core

RADIO ASTRONOMÍA ()

SECCIÓN 23 Radio Astronomía Galáctica. VI:

"MOLECULAS EN NUESTRA GALAXIA"

BIBLIOGRAFÍA: 1) CAPÍTULO 9 "GALACTIC AND EXTRAGALACTIC RADIO ASTRONOMY"

2) "MOLECULES IN THE GALACTIC ENVIRONMENT"
Autores H.A. GORDON y L. E. SNYDER
Editorial John Wiley & Sons 1973.

3) "Carbon Monoxide in the Galaxy" por
Gordon y Burton
Scientific American 1979 Vol. 240 No. 5
pag. 54-67

4) Goldsmith & Langer 1999 ApJ, 517, 209

TEMAS A TRATAR: 1) Moleculas: introducción e historia

2) NIVELES ENERGÉTICOS DE MOLECULAS

3) TRANSFERENCIA DE RADIACIÓN

i) ESPESOR o PROFUNDIDAD OPTICA

ii) DENSIDADES DE COLUMNA

4) ABUNDANCIA DE MOLECULAS

②

HASTA 1981 se HA DETECTADO POR LO MENOS RADIACION DE 53 MOLECULAS EN EL ESPACIO GALACTICO (ALGUNAS TAMBIEN DE PUENTES EXTRAGALACTICAS). LA MAYORIA DE ESTAS MOLECULAS SE HAN DETECTADO EN LAS FRECUENCIAS DE RADIO. DE HECHO SOLO ALGUNAS SE HAN DETECTADO (QUIZAS 5 O MENOS) EN EL OPTICO O ULTRAVIOLETA.

EN SI, LA PRIMERA DETECCION DE LA RADIACION DE UNA MOLECULA SE HIZO EN 1937 CUANDO SE DETECTO CN EN ABSORCION EN EL OPTICO CUANDO SE OBSERVABA EL ESPECTRO DE UNA ESTRELLA.

A MEDIADOS DE ~~LA~~ LA DECADA DE LOS 50' A SE EMPEZABAN A DETERMINAR LAS FRECUENCIAS DE LAS RADIACION DE VARIAS MOLECULAS TEORICAMENTE Y OBSERVACIONALMENTE EN EL LABORATORIO. FUE ENTONCES CUANDO SE PREGUNTABA LA GENTE SI VALDRIA LA PENA CONSTRUIR RECEPTORES (EN LAS FRECUENCIAS DE RADIO) PARA "BUSCAR ESTAS MOLECULAS EN EL ESPACIO".

SIN EMBARGO NO FUE SI NO HASTA LA DECADA DE LOS SESENTAS CUANDO EMPEZO LA OBSERVACION DE MOLECULAS EN EL UNIVERSO

1963	se observa	OH	$\lambda = 18 \text{ cm.}$
1968	✓	NH ₃	$\lambda = 1.3 \text{ cm.}$
1969	✓	H ₂ O	$\lambda = 1.35 \text{ cm.}$
1969	✓	H ₂ CO	$\lambda = 6.2 \text{ cm.}$

③

EN LA DECADA DE LOS SETENTAS CUANDO SE OBSERVA
 GRAN INCREMENTO EN EL NÚMERO DE MOLECULAS DETECTADAS.
 DEBE MENCIONAR QUE SON 51 MOLECULAS LAS
 DETECTADAS HASTA 1981 PERO DE CADA UNA DE ELAS
 HA DETECTADO ISOTOPOS POR LO QUE EL NUMERO
 DE MOLECULAS - ISOTOPOS DETECTADOS ASCIENDE A
 MAS DE 450. (POR EJEMPLO $^{12,16}\text{CO}$ Y $^{13}\text{C}^{16}\text{O}$).

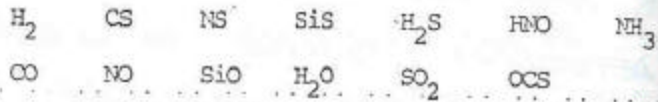
Table 9.1 Interstellar Molecular Abundances

Formula	Date	Wave-length	Observed abundances (cm^{-2})			Abundances relative to CO			"Expected" abundance
			Sgr B2	W 51	Ori A	Sgr B2	W 51	Ori A	
OH	1963	18 cm	1×10^{18}	8×10^{15}	3×10^{14}	2×10^{-2}	1×10^{-4}	1×10^{-4}	3×10^3
NH ₃	1968	1.3 cm	$>2 \times 10^{17}$	2×10^{15}	2×10^{13}	4×10^{-2}	2.5×10^{-5}	7×10^{-4}	4×10^2
H ₂ O	1968	1.4 cm	?	?	?	?	?	?	3×10^1
H ₂ CO	1969	6.2 cm	2×10^{19}	2×10^{14}	3×10^{14}	4×10^{-2}	2.5×10^{-6}	1×10^{-4}	1
CO	1970	2.6 mm	5×10^{19}	8×10^{19}	3×10^{18}	1	1	1	1
CN	1970	2.7 mm	—	1×10^{15}	1×10^{15}	—	1.5×10^{-5}	3×10^{-4}	1.3×10^{-1}
HCN	1970	3.4 mm	3×10^{14}	8×10^{13}	2×10^{15}	6×10^{-6}	1.0×10^{-5}	7×10^{-4}	1.3×10^{-1}
?	1970	3.4 mm	?	?	?	?	?	?	?
HC ₃ N	1970	Several	1×10^{16}	—	3×10^{14}	2×10^{-4}	—	1×10^{-4}	1.1×10^{-5}
CH ₃ OH	1970	Several	3×10^{15}	—	$\leq 2 \times 10^{15}$	6×10^{-5}	—	$\leq 7 \times 10^{-4}$	1
HCOOH	1970	18 cm	10^{15} to 10^{16}	—	—	2×10^{-5} to 2×10^{-4}	—	—	7×10^{-4}
CS	1971	2.0 mm	$\sim 10^{14}$	$\leq 2 \times 10^{15}$	$\leq 5 \times 10^{14}$	2×10^{-6}	$\leq 2.5 \times 10^{-5}$	$\leq 1.7 \times 10^{-4}$	2.5×10^{-2}
NH ₂ CHO	1971	6.5 cm	$\leq 2 \times 10^{16}$	—	—	$\leq 4 \times 10^{-4}$	—	—	9×10^{-2}
SiO	1971	2.3 mm	4×10^{13}	—	—	8×10^{-7}	—	—	6×10^{-2}
OCS	1971	2.5 mm	$>8 \times 10^{13}$	—	—	$>1.6 \times 10^{-4}$	—	—	8×10^{-1}
CH ₃ CN	1971	2.7 mm	$>2 \times 10^{14}$	—	—	$>4 \times 10^{-6}$	—	—	4×10^{-1}
HNCO	1971	3.4 mm	5×10^{14}	—	—	10^{-5}	—	?	9×10^{-1}
HNC?	1971	3.3 mm	?	?	?	?	?	?	?
CH ₃ C ₂ H	1971	3.3 mm	10^{15}	—	—	2×10^{-5}	—	—	1.3×10^{-1}
CH ₃ CHO	1971	28 cm	5×10^{14}	—	—	1×10^{-5}	—	—	3×10^{-1}
H ₂ CS	1971	11 cm	Undetermined	—	—	Undetermined	—	—	2.5×10^{-1}
H ₂ S	1972	1.8 mm	2×10^{14}	2×10^{14}	5×10^{14}	4×10^{-5}	2.5×10^{-6}	1.7×10^{-4}	7.5×10^1
CH ₃ NH	1972	5.7 cm	6×10^{14}	—	—	1.2×10^{-5}	—	—	1.3×10^{-1}

lista hasta 1972 tomada de
 "Galactic and Extragalactic Astronomy"
 Capítulo 9

MOLECULAS INTERESTELARES*

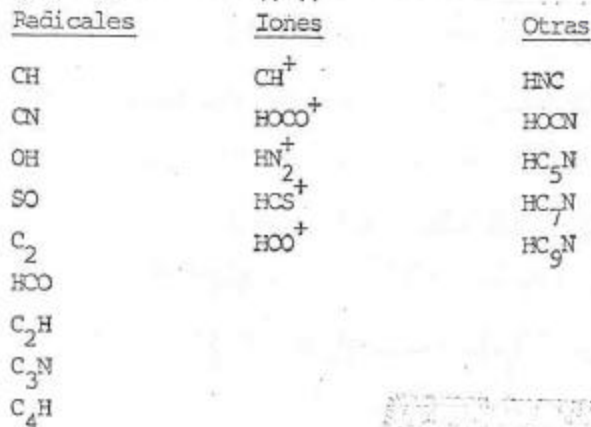
Inorgánicas:



Orgánicas:



Inestables:



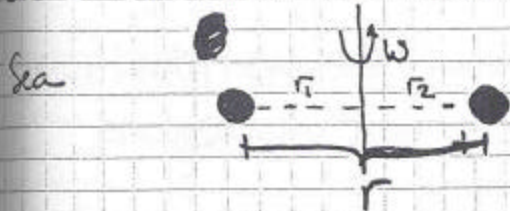
tomada de Jose Franco 1984 en su
 capítulo del libro por editarse por el Instituto de
 Astronomía de la UNAM

(4)
 PORQUÉ SE OBSERVAN EN RADIO (frecuencias) PREFERENTEMENTE Y NO EN OTRAS BANDAS DEL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO? LA RESPUESTA PARCIAL SERÍA QUE EN GENERAL LAS MOLECULAS SE ENCUENTRAN EN LUGARES DONDE LAS CONDICIONES SON TALES QUE LA MAYORÍA ESTAN EN SUS NIVELES BASE DE ENERGÍA Y EN DONDE LAS TRANSICIONES DE UN NIVEL A OTRO SE TRADUCEN EN FOTONES EN RADIO.

EN GENERAL LOS NIVELES DE ENERGÍA DE UNA MOLECULA SON DETERMINADOS POR LA ENERGÍA TOTAL DE DICHA MOLECULA LA CUAL TOMA EN CUENTA LA ENERGÍA ROTACIONAL, LA ENERGÍA VIBRACIONAL Y LA ENERGÍA ELECTRONICA. ES ESTA ÚLTIMA LA ÚNICA CUANDO SE TRATAN LOS NIVELES DE ENERGÍA DE UN ÁTOMO (TRANSICIONES ENTRE ESTADOS ENERGETICOS "ELECTRONICOS" CAEN EN EL VISIBLE Ó ULTRAVIOLETA).

$$E_T = E_R + E_v + E_e \quad (1)$$

$$E_R \equiv \text{ENERGÍA ROTACIONAL} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (2)$$



$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \quad \text{MOMENTO ANGULAR} \quad (3)$$

$$m_1 r_1 = m_2 r_2 \quad (4)$$

$$r = r_1 + r_2 \quad (5)$$

$$m_1 r_1 (r_1 + r_2) = m_2 r_2 (r_1 + r_2)$$

(5)

$$I = m_1 r_1 (r_1 + r_2) = m_1 r_1 r \frac{r}{r} = \frac{m_1 r_1}{r_1 + r_2} r^2 \quad (6)$$

pero $\left(\frac{r_1}{r_1 + r_2}\right) = \left(\frac{1}{1 + \frac{r_2}{r_1}}\right) = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)$ (7)

Sea $\mu = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)$ Masa reducida (8)

Entonces $I = \mu r^2$ (9)

$\therefore E_R = \frac{1}{2} \mu r^2 \omega^2$ (10) pero EL MOMENTO ANGULAR ESTÁ CUANTIZADO

$$I\omega = \hbar \sqrt{J(J+1)}$$

$\therefore \omega = \frac{\hbar}{I} \sqrt{J(J+1)}$ (12)

$\Rightarrow E_R = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 \mu r^2} J(J+1)$ (13)

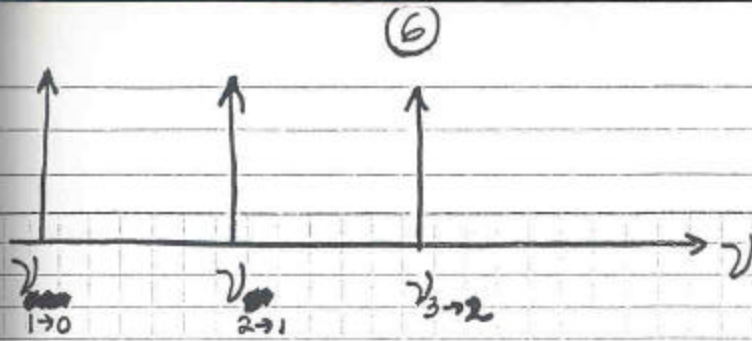
$$E_R = hB J(J+1) \quad (14)$$

donde $B \equiv$ es la constante angular $= \frac{h}{8\pi^2 \mu r^2}$

$J \equiv$ numero cuantico Rotacional: 0, 1, 2, 3, ...

LA EXPRESION (14) NOS INDICA QUE LAS TRANSICIONES ENTRE DOS NIVELES ROTACIONALES DARÁN FRECUENCIAS EQUIESPACIADAS

$$\nu_{J+1 \rightarrow J} = \frac{E_{J+1} - E_J}{h} = 2B(J+1) \quad (15)$$

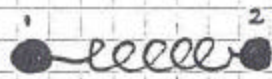


MISHA SEPARACION (PARA LA CONDICION $\Delta J = \pm 1$ QUE ES LA TRANSICION PERMITIDA PARA UN DIPOLO)

ESTO SOLO APLICA CUANDO LA MOLECULA SE COMPORTA COMO UN ROTOR RIGIDO (r_1 y r_2 constantes) (sin considerar vibración).

(Si la molecula no se comportara como rotor rigido, entonces r aumenta, I aumenta, B disminuye y las lineas aparecerian mas cerca unas de otras).

$E_V \equiv$ ENERGIA VIBRACIONAL $= h \nu_0 (v + 1/2)$



$$E_V = h \nu_0 (v + 1/2) \quad (16)$$

donde $\nu_0 = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}$ frecuencia caracteristica del oscilador con masa m .

v = número cuántico vibracional. $v = 0, 1, 2, \dots$

las transiciones entre niveles vibracionales caen en el infrarrojo o en el optico.

Principles of Modern Physics
Leighton, 1959
McGraw Hill

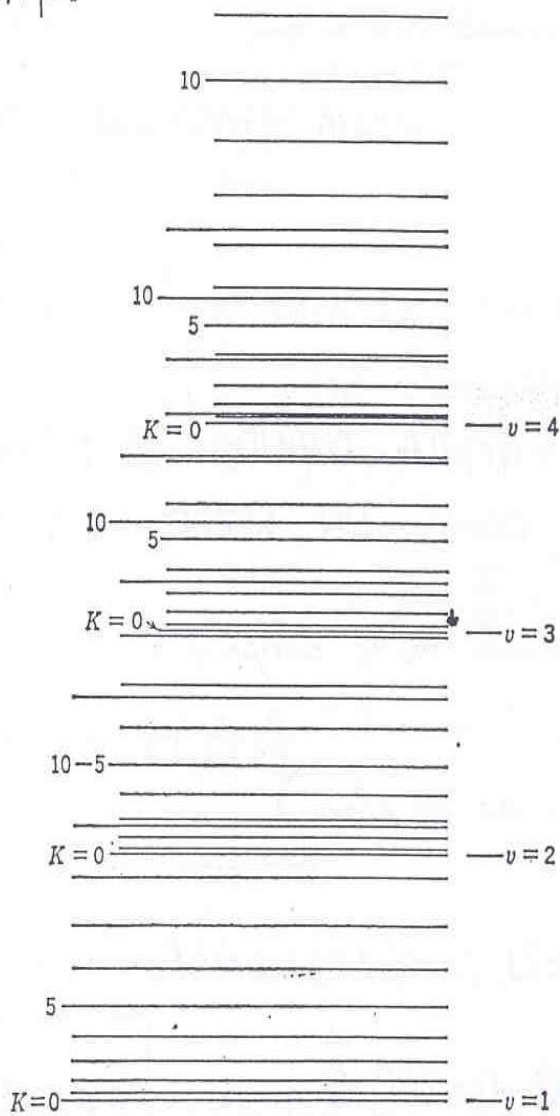


FIG. 9-11. Schematic energy-level diagram of the vibration-rotation states of a diatomic molecule.

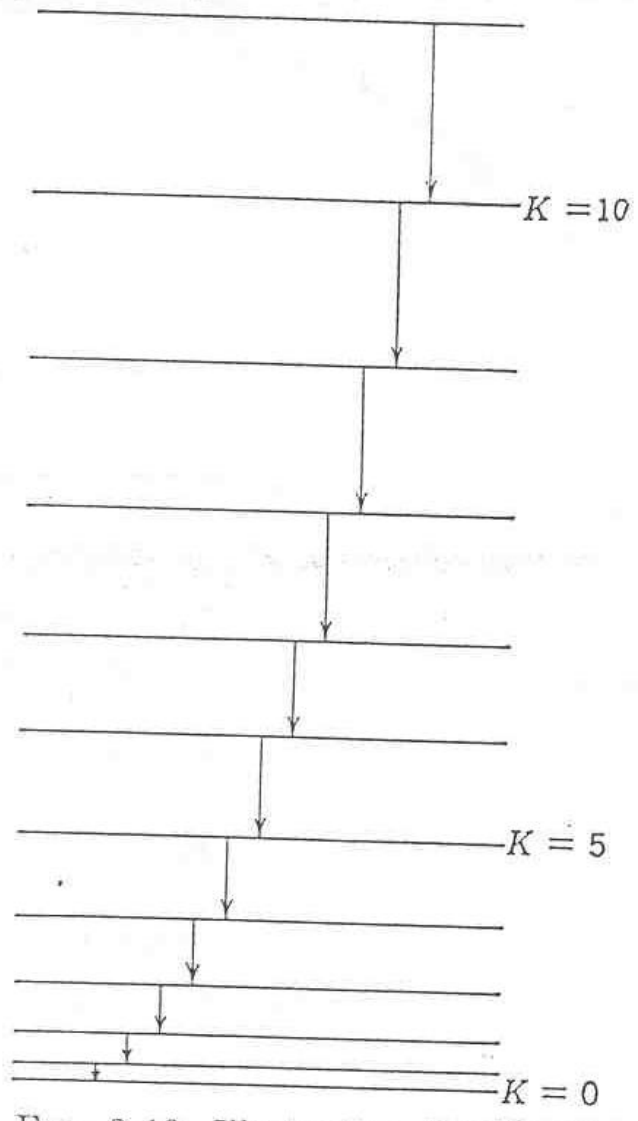


FIG. 9-10. Illustrating the transitions which lead to the pure-rotation spectrum of a molecule (schematic).

McGraw Hill
 Leighton 1959
 "Principles of Modern Physics"

(7)

Una forma esquemática de visualizar los niveles energéticos de una molécula sería (en el estado $V=1$)

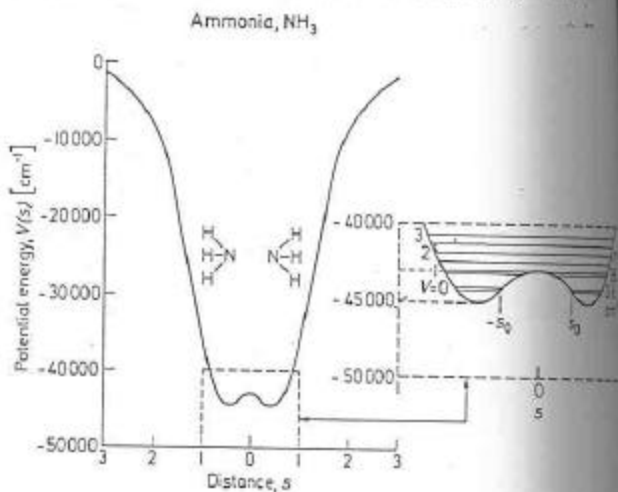
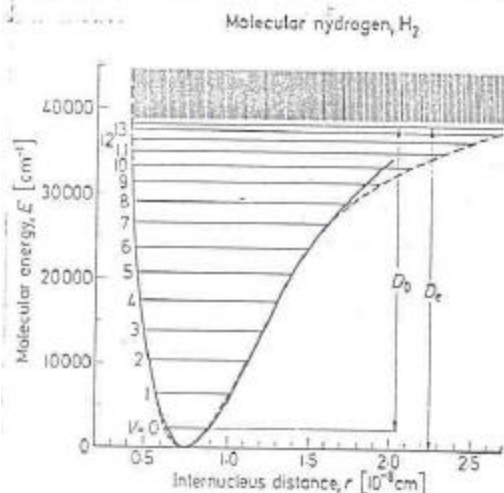
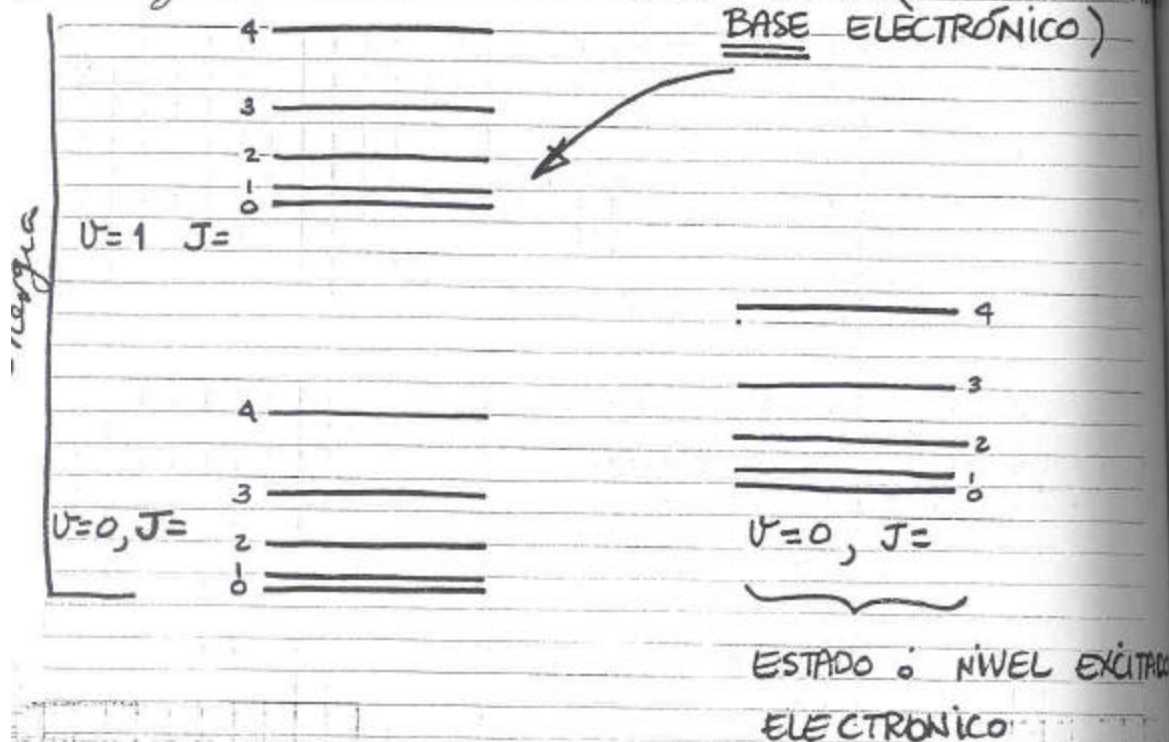


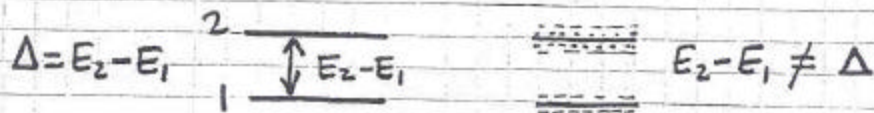
Fig. 14. Potential energy curves for the hydrogen molecule, H_2 , and the ammonia molecule, NH_3 (after HERZBERG, 1950; TOWNES and SCHALOW, 1955, by permission, respectively, of the Van Nostrand Reinhold Co. and the McGraw-Hill Book Co.) The vibrational energy levels are denoted by horizontal lines for different values of the vibrational quantum number, V . For molecular hydrogen, the full curve is experimental data whereas the broken curve is the Morse curve. The variable, r , denotes the internuclear distance, and the continuous term spectrum above $V=14$ is indicated by vertical hatching. For the ammonia molecule the variable, s , denotes the distance between the nitrogen and the plane of the hydrogens. The ammonia molecule resonates between the two potential minima and the resonance splits the vibrational levels into the doublets shown in the figure.

tomado de "Astrophysical Formulae" por Lang
Springer Verlag 1978

(B)

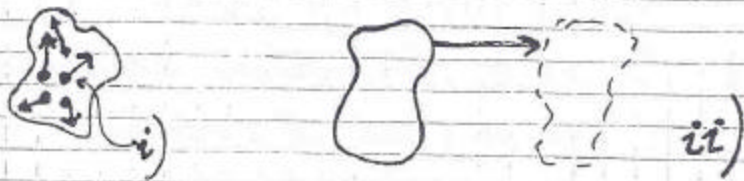
En general las líneas espectrales presentan un ensanchamiento debido entre otros fenómenos a

1) Ensanchamiento natural ($\Delta t \Delta E > \hbar$) incertidumbre en la energía de los niveles involucrados



2) movimiento de las partículas involucradas

- i) debido a la temperatura en la región
- ii) debido a movimiento en conjunto



3) Ensanchamiento debido a la presión (colisiones)

4) Angostamiento (debido a amplificación tipo MASER)

Así, si se supone una forma Gaussiana (con distribución de velocidades ~~que~~ siguiendo la ley de Maxwell) entonces

$$f(v) dv = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT_k}} \exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT_k}\right\} dv \quad (17)$$

o en términos de la frecuencia

$$f(\nu) d\nu = \frac{2c}{\nu_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT_k}} \exp\left\{-\frac{mc^2(\nu-\nu_0)^2}{2kT_k \nu_0^2}\right\} d\nu \quad (18)$$

donde $(\nu-\nu_0) = \nu_0 \frac{v}{c}$

(9)

Entonces en ancho a potencia media debido al efecto Doppler será

$$\Delta \nu_D = \nu_0 \sqrt{\frac{2kT_k}{mc^2} 4 \ln 2} \quad (19)$$

y si se indujera el efecto de turbulencia (movimiento en conjunto), entonces el ensanchamiento sería

$$\Delta \nu_{\text{línea}} = \sqrt{\Delta \nu_D^2 + \Delta \nu_T^2} \quad (20)$$

$$\Delta \nu = \nu_0 \sqrt{4 \ln 2 \left[\left(\frac{2kT_k}{mc^2} \right) + \frac{V_T^2}{c^2} \right]} \quad (21)$$

en donde T_k es la temperatura cinética del gas
 V_T la velocidad de turbulencia mas probable

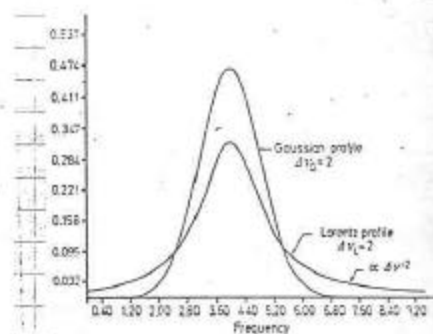
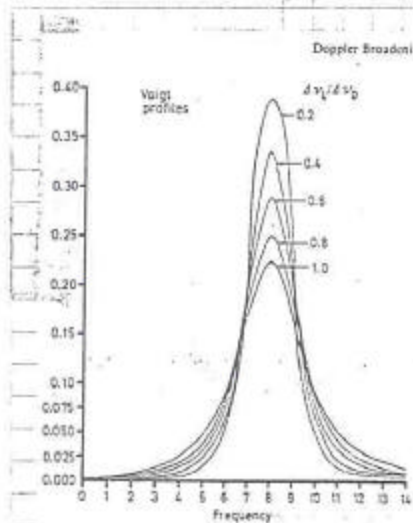


Fig. 16. The Doppler line profile with full width to half maximum, $d\nu_D$, the Lorentz profile full width to half maximum, $d\nu_T$, and their combined Voigt profile for various values of $d\nu$.

tomado de
"Astrophysical Formulae" pág. 205.
1978

(10)

La dependencia de la intensidad con la distancia nos la da nuestra ya conocida ecuación de transparencia de radiación

$$\frac{dI_\nu}{dL} = -K_\nu I_\nu + j_\nu \quad (2)$$

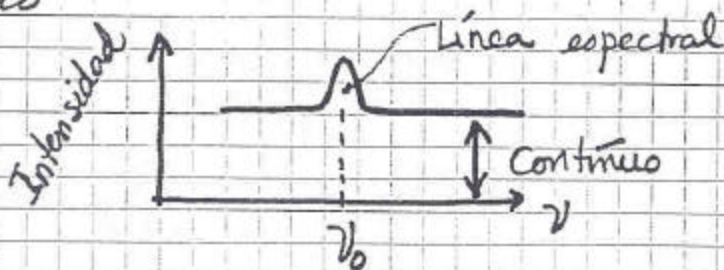
la cual tiene como solución

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) \quad (3)$$

donde $\tau_\nu = \int_0^L K_\nu dL$ es el ESPESOR ó PROFUNDIDAD OPTICA

$S_\nu =$ FUNCIÓN FUENTE

En particular al observar una emisión en línea espectral lo que en realidad observamos es el EXCESO de intensidad ~~causada~~ causado por la línea sobre la intensidad causada por el continuo



Entonces considerando la intensidad a la frecuencia ν_0 tendríamos que la ~~expresión~~ expresión (2.3) nos quedaría

$$I(\nu_0) = I_{\nu_0}(0)e^{-\tau(\nu_0)} + S(\nu_0)(1 - e^{-\tau(\nu_0)}) \quad (4)$$

(11)
 Sin embargo para analizar solo la intensidad de la línea "observamos" a una frecuencia ν_1 donde no haya emisión u absorción de la línea y donde $\tau(\nu_1) = 0$. Entonces sustraemos la intensidad del continuo de la intensidad del continuo mas línea

$$\Delta I(\nu_0) = [S(\nu_0) - I_{\nu_0}(0)] (1 - e^{-\tau(\nu_0)}) \quad (25)$$

ó en terminos de temperaturas

$$\Delta T_B = (T_{EX} - T_{fondo}) (1 - e^{-\tau(\nu_0)}) \quad (26)$$

en donde T_{EX} ESTA DEFINIDA COMO

$$\frac{n_s^{superior}}{n_i^{inferior}} = \frac{g_s}{g_i} e^{-h\nu_0/kT_{EX}} \quad (27)$$

$$\frac{g_1 B_{21}}{g_2 B_{12}} = 1$$

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}$$

$$\therefore B_{12} = \frac{g_2}{g_1} \frac{c^2}{2h\nu^3} A_{21} \quad (28)$$

En general

$$A_{ij} = \frac{g_j}{g_i} \frac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{mc^3} f_{ji} \quad (29)$$

donde f_{ji} se le conoce como la FUERZA DEL OSCILADOR

o tambien $A_{ij} = \frac{64\pi^4 \nu^3}{3hc^3} \mu_{ij}^2$ ($\mu_{ij}^2 = \text{dipolo}$)

(12)

En general el coeficiente de absorción es

$$K_{\nu} = \frac{h\nu}{4\pi} (n_2 B_{12} - n_1 B_{21}) \phi(\nu) \quad (31)$$

donde $\phi(\nu)$ es la forma de la línea $\int \phi(\nu) d\nu = 1$
ver expresión (17).

$$K_{\nu} = \frac{h\nu_0 \phi(\nu)}{4\pi} B_{12} n_1 \left(1 - \frac{n_2 B_{21}}{n_1 B_{12}} \right) \quad (32)$$

pero usando (28a)

$$K_{\nu} = \frac{h\nu_0 \phi(\nu)}{4\pi} B_{12} n_1 \left(1 - \frac{n_2 g_1}{n_1 g_2} \right) \quad (33)$$

$$\text{cuando (27)} \quad K_{\nu} = \frac{h\nu_0 \phi(\nu)}{4\pi} B_{12} n_1 \left(1 - e^{-h\nu_0/kT_{ex}} \right) \quad (34)$$

si uno hace la aproximación de Rayleigh-Jeans ($h\nu \ll kT$)

$$K_{\nu} = \frac{h\nu_0 \phi(\nu)}{4\pi} B_{12} n_1 \frac{h\nu_0}{kT_{ex}} \quad (35)$$

$$K_{\nu} = \frac{h^2 \nu_0^2}{4\pi k T_{ex}} n_1 B_{12} \phi(\nu) \quad (36)$$

$n = n_1 + n_2$ para un sistema de dos niveles

$$= n_1 \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right) = n_1 \left(1 + \frac{g_2}{g_1} e^{-h\nu_0/kT_{ex}} \right) \quad (37)$$

$$\approx n_1 \left(1 + \frac{g_2}{g_1} \right) \quad \therefore \quad n_1 \approx \left(\frac{g_1}{g_1 + g_2} \right) n \quad (38)$$

(13)

$$K_{\nu} = \left(\frac{g_2}{g_1 + g_2} \right) \frac{hc^2}{8\pi k} \frac{\eta}{T_{ex}} \frac{f(\nu)}{\nu_0} A_{21}$$

A su vez el coeficiente de emisión j_{ν} sería

$$j_{\nu} = \frac{h\nu}{4\pi} n_2 \phi(\nu) A_{21}$$

$$j_{\nu} = \frac{h\nu_0}{4\pi} \left(\frac{g_2}{g_1 + g_2} \right) \eta f(\nu) A_{21}$$

\therefore

$$S_{\nu} \equiv \frac{j_{\nu}}{K_{\nu}} = \frac{2kT_{ex}}{c^2} \nu_0^2 \quad \text{que es}$$

la expresión que se usó para obtener (26).

$$\tau(\nu_0) \equiv \int_0^L K_{\nu} dl = \left(\frac{g_2}{g_1 + g_2} \right) \frac{hc^2}{8\pi} \frac{f(\nu)}{\nu_0} \frac{A_{21}}{T_{ex}} N_c$$

donde N_c es la DENSIDAD DE COLUMNA $= \int_0^L n dl$

Usando la expresión (26) cuando $T_{fondo} \ll T_{ex}$ entonces en el régimen OPTICAMENTE DELGADO $\tau(\nu_0) < 1$.

$$\Delta T_B(\nu) = T_{ex} \tau(\nu_0)$$

$$N_c = \left(\frac{g_1 + g_2}{g_2} \right) \frac{8\pi}{hc^2} \frac{\nu_0}{A_{21}} \int_0^{\infty} \Delta T_B(\nu) d\nu$$

(14)

en general la expresión (26) quedaría como sigue
sustituyendo (43) y suponiendo el régimen de
Rayleigh-Jeans y ópticamente delgado:

$$\Delta T_B(\nu_0) = \left(\frac{T_{EX}}{T_{fondo}} - T_{fondo} \right) \tau(\nu_0) \quad (46)$$

~~...~~

$$\Delta T_B(\nu_0) = \left(\frac{g_2}{g_1 + g_2} \right) \frac{hc^2}{8\pi} \frac{f(\nu)}{\nu_0} A_{21} N_c \left(\frac{T_{EX} - T_{fondo}}{T_{EX}} \right) \quad (47)$$

~~...~~

$T_{EX} \gg T_{fondo}$ \Rightarrow se pierde información acerca de
 T_{EX} PERO

ΔT_B ES DIRECTAMENTE PROPORCIONAL

A N_c .

(Densidad de columna N_c)

DE AQUÍ QUE LAS ABUNDANCIAS DE ELEMENTOS (N_c)
SE PUEDEN MEJOR DETERMINADAS CUANDO SE OBSERVA
UNA MOLECULA EN EMISION QUE CUANDO SE OBSERVA
ABSORCION DONDE $T_{fondo} > T_{EX}$.

¿COMO CALCULAR T_{EX} ? PARA ENCONTRAR UNA EXPRESION
PARA T_{EX} DEBEMOS EMPEZAR DESDE SUPONER EQUILIBRIO

ENTRE LOS DOS NIVELES DE ENERGÍA $\left. \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} \text{h}\nu_0$ (15)

EN DONDE EL NUMERO DE PARTICULAS LLEGANDO AL NIVEL SUPERIOR ES IGUAL AL NUMERO DE PARTICULAS DEJANDO.

$$n_1 \underbrace{(I_\nu B_{12} + C_{12})}_{\# \text{ LLEGANDO AL NIVEL 2}} = n_2 \underbrace{(C_{21} + I_\nu B_{21} + A_{21})}_{\# \text{ DEJANDO EL NIVEL 2}} \quad (48)$$

EN DONDE

B_{12} coeficiente de Einstein de Absorción

B_{21} ✓ ✓ de emisión inducida

A_{21} ✓ ✓ de emisión ESPONTANEA

C_{12} coeficiente que toma en cuenta las COLISIONES que forzan a las partículas a SALTAR del nivel inferior al superior.

C_{21} colisiones que forzan a las partículas a SALTAR del nivel superior al inferior.

$$C_{12} = \frac{g_2}{g_1} C_{21} e^{-h\nu_0/kT_k} \quad (49)$$

$$\text{Definiendo } T_0 = \frac{g_1}{g_2} \frac{h\nu}{k} \frac{C_{12}}{A_{21}} \sim \frac{h\nu}{k} \frac{C_{21}}{A_{21}} \quad (50)$$

Después de un poco de algebra (Uds encontrarán en su tarea

$$T_{EX} = T_k \frac{T_0 + T_{fondo}}{T_0 + T_k} \quad (51)$$

(16)

Que pasa cuando $T_{\text{ex}} = T_{\text{fondo}}$? $\Delta T_{\text{B}} = 0$ segun expresion 47 lo cual indica que si $T_{\text{fondo}} = 2.8^{\circ}\text{K}$ entonces existen NUBES para las cuales T_{ex} sea tan baja que resulten INVISIBLES en RADIO.

PARA OBTENER LA EXPRESION (51) FUE NECESARIO SUPONER QUE LA POBLACION DE LOS NIVELES SE DEBIA a:

- COLISIONES
- RADIACION.

Si las colisiones son con electrones entonces T_0 es constante y es la misma para diferentes moleculas por ejemplo.

$$T_0(\text{CO}) \cong T_0(\text{HCN})$$

$$\Rightarrow T_{\text{ex}}(\text{CO}) \cong T_{\text{ex}}(\text{HCN})$$

$$\Rightarrow \Delta T_{\text{B}}(\text{CO}) \cong \Delta T_{\text{B}}(\text{HCN})$$

Si las colisiones son con hidrogeno molecular (H_2) entonces

$$T_0 \propto \frac{1}{\mu^2} \text{ y esto nos daría las}$$

relaciones

$$T_0(\text{CO}) > T_0(\text{HCN})$$

$$\Rightarrow \Delta T_{\text{B}}(\text{CO}) > \Delta T_{\text{B}}(\text{HCN})$$

(17)

CO tiene $\mu = 0.11$ D (1 Debye = 10^{-18} esu)
 HCN \checkmark $\mu = 3.0$

Por lo menos en este objeto SGR B2 esto ultimo es lo que se observa y por lo tanto se deduce que las colisiones con hidrogeno ~~atmico~~ es el mecanismo molecular predominante.

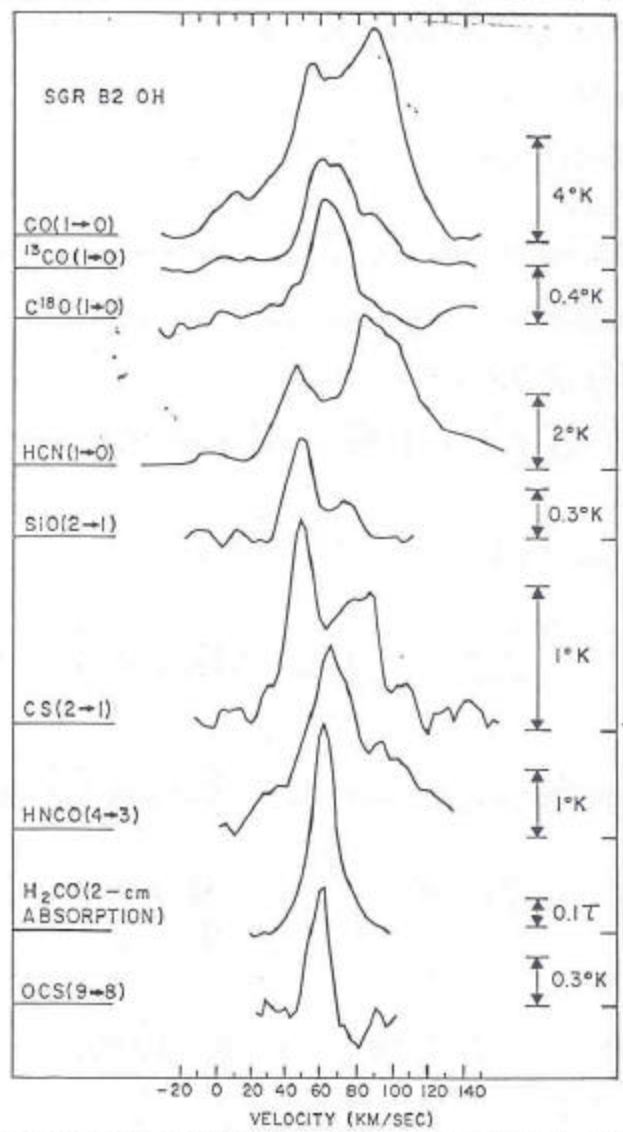


FIG. 2.—Molecular spectra in the direction of Sgr B2 OH. The antenna temperature scale is indicated to the right of each emission spectrum. Rayleigh-Jeans brightness temperatures T_b are approximately $T_b/\eta_{\text{RB}} = 1.7T_s$. The 2-cm H_2CO line is seen in absorption of the Sgr B2 continuum radiation ($V_{\text{LSR}} = 62 \text{ km s}^{-1}$, Fig. 1); its optical depth scale is indicated. All observations have an angular resolution of $1''-2''$ and velocity resolution $\leq 5 \text{ km s}^{-1}$. Note the spike in the C^{18}O spectra which is not seen in the more optically thick ^{13}CO and CO transitions. This narrow velocity distribution seems characteristic of optically thin molecular transitions in Sgr B2 (e.g., OCS and the 2-cm H_2CO line). The antithesis, the CS 2-1 line, not only is broad but may also show absorption by cold, foreground gas. (The temperature for the ^{13}CO spectrum is the same as that for CO.)

TUDO ESTE ANÁLISIS ES NECESARIO YA QUE SE REQUIERE
 SABER CUALES SON LAS ABUNDANCIAS DE DIFERENTES
 MOLECULAS EN EL ESPACIO INTERESTELAR. EN GENERAL
 LAS MOLECULAS SE ENCUENTRAN EN LUGARES DONDE
 LA TEMPERATURA ES RELATIVAMENTE BAJA DIGAMOS
 MENOR QUE UNOS CIENTOS DE GRADOS KELVIN
 LLEGANDO A SER ~~EN~~ ALGUNOS CASOS DE UNOS
 CUANTOS GRADOS. ESTOS LUGARES POR LO TANTO
 ABSORBERIAN (en principio) CUALQUIER RADIACION "FUERTE"
 DE FONDO. ~~ABSORBERIAN CUALQUIER RADIACION DE FONDO~~

A ESTAS BAJAS TEMPERATURAS ES POSIBLE LA
 EXISTENCIA DE GRANOS DE POLVO LOS CUALES SON LOS
 RESPONSABLES DE ABSORBER TODA LA RADIACION QUE
 HUBIERE DE FONDO DE ESTRELLAS Y NO DEJANDOLA
 "PASAR". ESTAS REGIONES SE CONOCEN GENERALMENTE
 COMO NUBES OSCURAS (ya que no se "ve nada").

En general se observan las moléculas en
 NUBES OSCURAS, NUBES MOLECULARES ambas
 en el espacio INTERESTELAR y también se
 observan algunas ~~en~~ moléculas en ESTRELLAS
 ya EVOLUCIONADAS (como las gigantes rojas o' aun mas, en
 las SUPER GIGANTES ROJAS).

Si uno medita por un momento estas moléculas
 al radiar establecer un mecanismo de enfriamiento
 de la nube ya que energía en forma de fotones ESCAPAN

(17)
 de la región. El mecanismo que calienta a estas nubes lo proveen la radiación ultravioleta de estrellas que es absorbida por granos de polvo y éstos ~~se calientan~~ "se calientan". Una vez que esto pasa la energía se transmite a las moléculas VÍA COLISIONES.

Si uno que toda la radiación incidente sobre los granos de polvo se absorbe y se re-radia entonces la temperatura del grano de polvo sería

$$T_g \approx 16 \left(\frac{L}{R^2} \right)^{1/5} \quad (52)$$

donde L es la luminosidad del agregado de estrellas que proveen la radiación ultravioleta

R es la distancia del agregado de estrellas al punto en consideración.

Si $L = 10^6 L_\odot$ y $R = 1 \text{ pc} \Rightarrow T_g \sim 50 \text{ K} \quad (53)$

y la relación entre la temperatura CINÉTICA, T_K , del gas y esta temperatura de los granos de polvo SUPONIENDO QUE EL GAS SE ENFRÍA VÍA la emisión de CO es:

$$T_K^{1/2} = 1 \times 10^{-7} \frac{n_g n_{H_2} R}{\Delta \nu_{CO}} (T_g - T_K) \quad (54)$$

$\Delta \nu_{CO}$ = ancho total a potencia media de la línea de CO

n_g = densidad numérica de polvo

n_{H_2} = densidad numérica de moléculas de H_2 .

(20)

mandando valores típicos

$$R \approx 1 \text{ pc}$$

$$\Delta v_{\text{co}} = 10 \text{ km/seg}$$

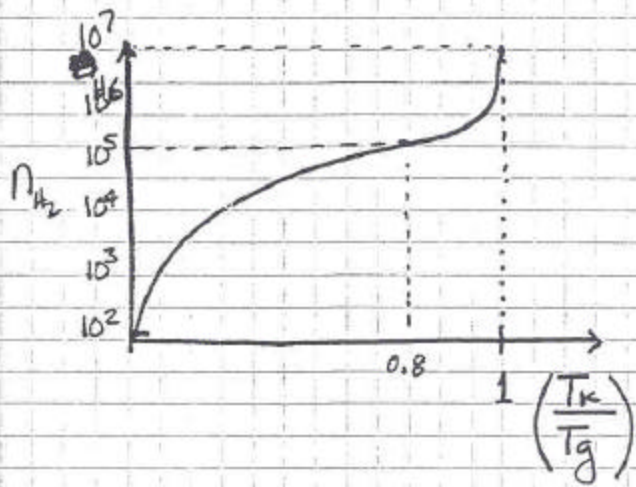
$$T_g = 50^\circ \text{K}$$

$$\frac{n_{\text{CO}}}{n_{\text{H}_2}} \approx 1 \times 10^{-12} \text{ en NUBES OSCURAS}$$

$$T^{7/2} \text{ } ^\circ\text{K} \approx 1.2 \times 10^{-6} n_{\text{H}_2}^2 (50 - T_K)$$

(55)

n_{H_2}	T_K
10^2	0.9
10^3	3
10^4	11
10^5	33
10^6	49
10^7	50



En general la abundancia de CO es mucho mayor que la de otras moléculas.

Ancho debido a efecto doppler (térmico)
$$\Delta v = \sqrt{4 \ln 2 \frac{2kT}{m}}$$

Se esperaría un valor de $\Delta v \approx 0.1 \rightarrow 0.4 \frac{\text{km}}{\text{seg}}$ para el CO. Sin embargo se observa

un ancho entre 1 y 20 km/seg lo que sugiere que existen otros mecanismos de ensanchamiento (TURBULENCIA, por ejemplo).

(21)

Si se determina los cocientes de abundancias relativas entre ISOTOPOS de un átomo en NUBES MOLECULARES se podría "extrapolar" que tanto se han procesado los elementos químicos dentro de una estrella. Por ejemplo si se observaran las moléculas $H_2^{12}CO$ y $H_2^{13}CO$ esto nos daría el cociente entre $^{12}C/^{13}C$ si uno supone lo siguiente:

a) Las líneas observadas son OPTICAMENTE DELGADAS

$$\Delta T_B = (T_{EX} - T_{fondo}) \tau(\nu)$$

b) Que T_{EX} es la misma para AMBAS moléculas

$$T_{EX}(H_2^{12}CO) = T_{EX}(H_2^{13}CO)$$

c) Que no existe una creación de un isótopo preferentemente sobre otro.

Tomando el cociente de las observaciones las 3 suposiciones se traducirán en:

$$a) \frac{\Delta T_B(H_2^{12}CO)}{\Delta T_B(H_2^{13}CO)} = \frac{N(H_2^{12}CO)}{N(H_2^{13}CO)} \frac{T_{EX}(H_2^{12}CO) - T_{fondo}}{T_{EX}(H_2^{13}CO) - T_{fondo}} \quad (56)$$

$$b) \frac{\Delta T_B(H_2^{12}CO)}{\Delta T_B(H_2^{13}CO)} = \frac{N(H_2^{12}CO)}{N(H_2^{13}CO)} \quad (57)$$

$$c) \frac{N(H_2^{12}CO)}{N(H_2^{13}CO)} = \frac{N(^{12}C)}{N(^{13}C)} \quad (58)$$

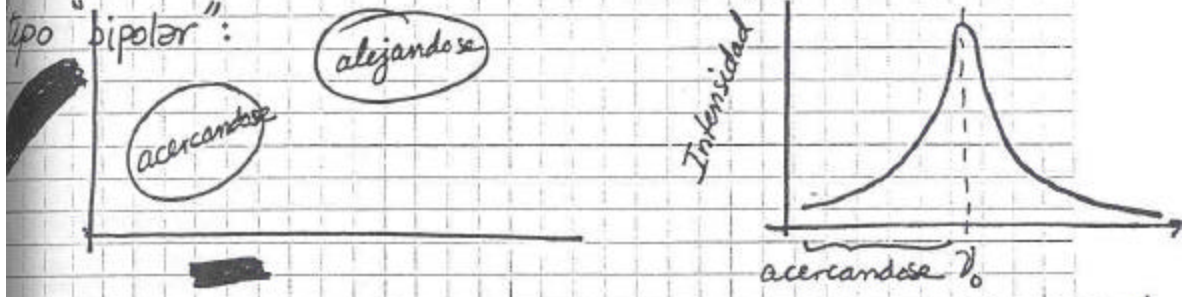
Por lo tanto combinando las tres suposiciones nos queda

$$\frac{\Delta T_B(\text{H}_2^{12}\text{CO})}{\Delta T_B(\text{H}_2^{13}\text{CO})} = \frac{N(^{12}\text{C})}{N(^{13}\text{C})} \quad (59)$$

Así se tiene por ejemplo

Cociente de ISOTOPOS	Deducido de	Sistema Solar	Nube Molecular ORION	Nube Molecular SGR-B2
$\frac{^{12}\text{C}}{^{13}\text{C}}$	$\frac{\text{H}_2^{12}\text{CO}}{\text{H}_2^{13}\text{CO}}$	89.0	35.6	17.8
$\frac{^{17}\text{O}}{^{18}\text{O}}$	$\frac{\text{C}^{17}\text{O}}{\text{C}^{18}\text{O}}$	0.185	0.270	0.311
$\frac{\text{C}^{18}\text{O}}{\text{C}^{16}\text{O}}$	$\frac{^{12}\text{C}^{18}\text{O}}{^{13}\text{C}^{16}\text{O}}$	0.178	0.075	0.039

Para finalizar solo quiero mencionar que ultimamente se han observado líneas muy anchas de CO que muestran una estructura espacial del tipo "bipolar":



lo cual indica que existe movimiento

turbulento que empuja al CO en dos direcciones "opuestas". El mecanismo que produce estos dos flujos todavía no se sabe a ciencia cierta cual pero ~~se~~ investigadores en el Instituto de Astronomía de la UNAM así como en otras instituciones están realizando estudios hacia este fin.

También se ha detectado CO de otras Galaxias y esto muestra en forma espacial la distribución de nubes moleculares en ellas.

Los INTERFEROMETROS MILIMETRICOS que están y serán usados en la década de los ochentas darán mayor información acerca de estas moléculas con radiación a frecuencias milimétricas y por ende de sus condiciones ambientales para que exista tal radiación.

tomado de
Smell and Edwards
1981 Ap. J. Vol. 251
pág 104

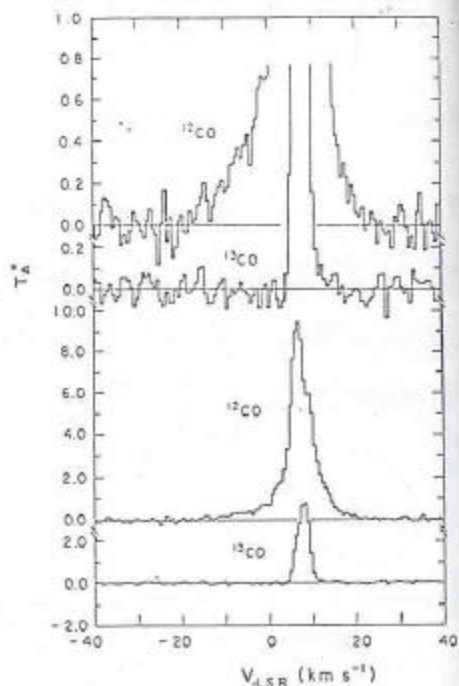


Fig. 1.—The $J = 1-0$ ^{12}CO and ^{13}CO spectra obtained toward HH 7-11 IR. The upper half of the figure is a $10\times$ enlargement of the lower half to illustrate the high velocity wings in the ^{12}CO spectra and their absence in the ^{13}CO spectra.

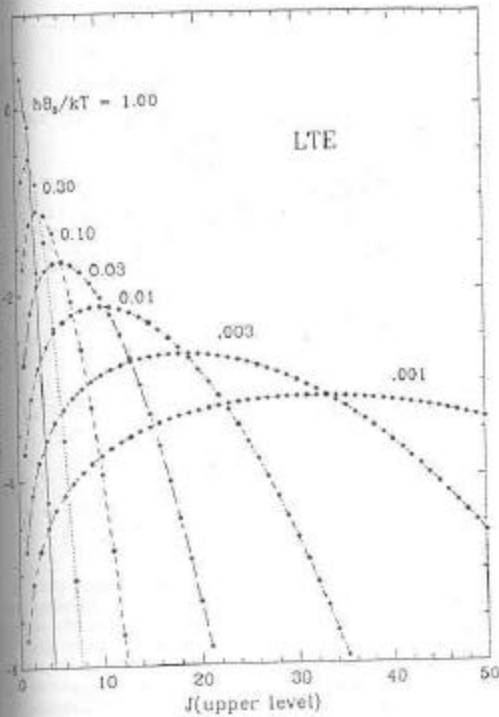


FIG. 1.—Variation of relative optical depth of rigid rotor transitions in LTE as a function of J for different values of the rotation constant relative to kinetic temperature.

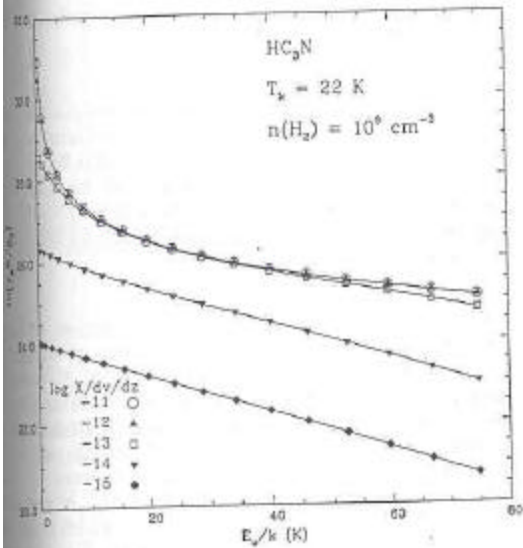


FIG. 2.—Population diagrams for HC_3N . The H_2 density of 10^9 cm^{-3} means that all transitions are thermalized, so that LTE applies. At the kinetic temperature of 22 K, $a = hB_0/kT = 0.01$. The curves correspond to different fractional abundances per unit velocity gradient as indicated by the symbols shown in the lower left. The maximum optical depth for $X = 10^{-11}$ is 377, which occurs for the $J = 10 \rightarrow 9$ transition. The corresponding optical depth of the $1 \rightarrow 0$ transition is 10, and for the $18 \rightarrow 17$ transition is 136. The optical depths scale directly with the fractional abun-

range of transitions included in Figure 2. If we ignore the finite optical depth, we would use equation (21), which gives that the value of the ordinate extrapolated to zero upper state energy is equal to N/Z . The different temperatures that one would derive from straight lines fit to the different sections of the curve also enter through the fact that the partition function is proportional to the temperature derived. For a fractional abundance per unit velocity gradient of $10^{-13} (\text{km s}^{-1} \text{ pc}^{-1})^{-1}$ and a line width of 1 km s^{-1} , the total HC_3N column density is $3.08 \times 10^{14} \text{ cm}^{-2}$. Using only the data from the lower J transitions, we find $\ln(N/Z)$ equal to 28.7, and with the derived temperature of 6.5 K, we obtain $N = 9 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}$. For the highest five transitions, we obtain, with the derived temperature of 51 K, $N = 1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-2}$.

In both of these cases we have assumed that all levels are characterized by the parameters derived from the limited range of J . The lower transitions give an intercept that is not far from the value extrapolated from optically thin results, but the erroneously low temperature results in a column density that is too low by almost a factor of 3.5. If the higher J transitions are used, the intercept is dominated by these very optically thick lines, and the erroneously high temperature only partially compensates, with the final result being too low by approximately a factor of 3. The maximum value of τ in this example is 3.8, and from equations (16) and (17) we would anticipate an underestimate of the upper state column densities in the middle J range of approximately this factor. We see that since these levels are those that do have a large fraction of the total molecular population, the total column density is underestimated by a factor only slightly less than the peak optical depth.

In Figure 3 we show more generally the effect of omitting the optical depth correction factor, in terms of how it would affect the left-hand side of a rotation diagram such as that indicated in equation (24). If we ignored the finite optical depth issue, the observationally determined integrated intensities directly give the upper level column densities, which would exhibit a Boltzmann distribution, characterized by a straight line on a semi-log plot. We have plotted the negative of the natural logarithm of the optical depth correction factor so that the appearance of the curves mimics the effect on the relationship in a population diagram.

Figure 3 shows C_i for three different values of hB_0/kT , which is equal to 0.001 in Figure 3a, 0.01 in Figure 3b, and 0.1 in Figure 3c. The energy of the transition having the maximum optical depth is always given by equation (31). We see that the form of the variation of C_i as a function of optical depth is essentially independent of E_u/kT but that the quantitative behavior does depend on this parameter. For fixed molecular parameters and column density, the maximum value of τ varies as a (in the limit $a < 1$). However, the optical depth of the $J = 1$ to $J = 0$ transition varies as a^2/e in this same limit, so that the ratio of the optical depth of the most optically thick transition to that of the $J = 1$ to 0 transition is

$$\frac{\tau_{\max}}{\tau_{1,0}} = \frac{1}{ea}, \quad (37)$$

again in the limit $a < 1$. This result is confirmed by numerical calculations to be quite accurate for a as small as 0.1. For a given value of $\tau_{1,0}$, as $a (= hB_0/kT)$ increases, the level

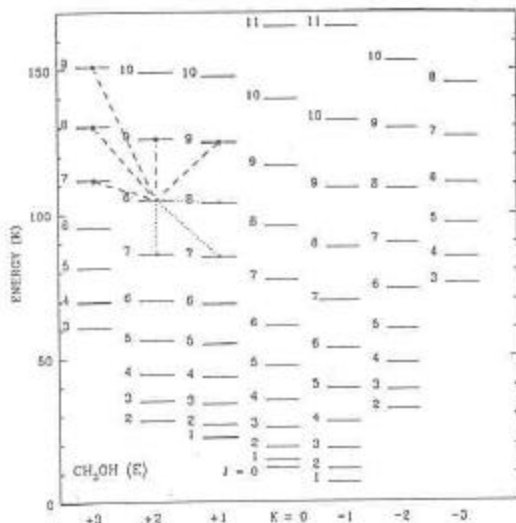


FIG. 4.—Energy levels below $E/k = 160\text{K}$ with $|K| \leq 3$ for E-type methanol with quantum numbers J and K indicated. We show the radiative transitions that involve the (8, 2) level. There are five transitions into this level (dashed lines); three with $\Delta K = +1$, one with $\Delta K = 0$, and one with $\Delta K = -1$. There are three transitions out of the (8, 2) level (dotted lines), one with $\Delta K = 0$, and two having $\Delta K = +1$.

the collision rate coefficients adopted here (discussed in § 5.3), hydrogen densities greater than 10^9 cm^{-3} are required to bring all of the transitions considered here into LTE. Population diagrams for $n(\text{H}_2) = 10^9\text{ cm}^{-3}$ as a function of fractional abundances of CH_3OH are shown in Figure 5. As for the previous example, we adopt a velocity gradient of $1\text{ km s}^{-1}\text{ pc}^{-1}$ and a line width of 1 km s^{-1} , and refer to the fractional abundances, which are numerically equal to the fractional abundances per unit velocity gradient. For the lowest abundance considered, $X(\text{CH}_3\text{OH}) = 10^{-14}$, all transitions are optically thin and we obtain a straight line corresponding to the kinetic temperature of 50 K. Note that, since all opacities are $\ll 1$, the various transitions with a common upper level all appear as a single point on the straight line. As the fractional abundance increases, the transitions with greater absorption coefficients become optically thick, and, for $X(\text{CH}_3\text{OH}) = 10^{-12}$, we see that a number of transitions have upper level populations significantly below those extrapolated from optically thin results. For $X(\text{CH}_3\text{OH}) = 10^{-11}$ we see a greatly enhanced apparent "scatter" in the population diagram, since some transitions have clearly reached their optically thick limiting value, while others, defining the upper edge of the envelope, are still close to being optically thin.

For a species with complex energy level structure such as CH_3OH , it is difficult to draw simple, general conclusions about the effect of finite τ , as is possible for linear molecules. Our modeling suggests that optically thick emission even in LTE can significantly increase the scatter in the data if a mixture of thin and thick transitions are included. Given that the transitions we consider cover frequencies between 6.9 and 633 GHz, actual data sets may not only exhibit an increased scatter but could also indicate erroneous temperatures and column densities, depending on which particular transitions are included. Thus, the potential deleterious

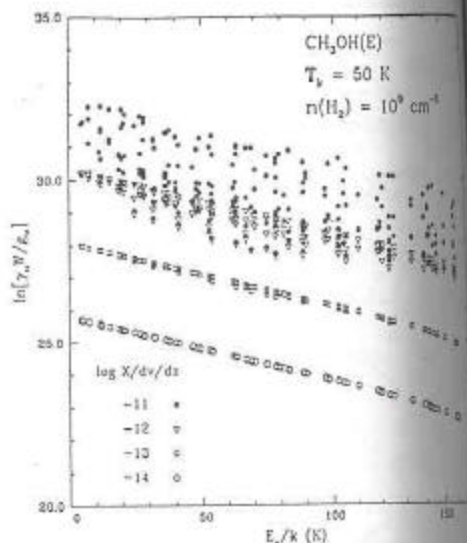


FIG. 5.—Population diagrams for E-type methanol based on $n(\text{H}_2) = 10^9\text{ cm}^{-3}$ below $E/k = 160\text{K}$ having $|K| \leq 3$. We take a velocity gradient equal to $1\text{ km s}^{-1}\text{ pc}^{-1}$, so that the fractional abundances per unit velocity gradient indicated in the lower left correspond to the fractional abundance of CH_3OH . For the lower CH_3OH fractional abundances, there are generally more than one optically thin transition from a given upper level, which appear as a single point. As the fractional abundance increases, the transitions with larger optical depth fall below those extrapolated from optically thin results. For $X(\text{CH}_3\text{OH}) = 10^{-11}$, there are transitions with τ as low as 0.25, and as large as 30, which produces the apparent scatter in the upper level column densities derived without correction for the finite optical depths.

effect of uncorrected optical depths cannot be ignored for more complex molecules.

5. NON-LTE EXCITATION

We next examine what happens if the hydrogen density is insufficient to thermalize some or all of the transitions, so that the populations of the energy levels used in forming the population diagram cannot be described by LTE. We restrict ourselves again only to the cases of HC_3N as representative of linear molecules and CH_3OH as an example of more complex molecular species.

5.1. Linear Molecules

For the calculations described in this section we have used the collision rate coefficients of Green & Chapman (1978), which include the lowest 24 levels of HC_3N . We have not explicitly included a correction for H_2 rather than He as the collision partner, which would reduce the actual density corresponding to each density given by approximately 50%. In Figure 6 we show results for densities between 10^8 and 10^9 cm^{-3} . The fractional abundance of HC_3N per unit velocity gradient is $10^{-13}(\text{km s}^{-1}\text{ pc}^{-1})^{-1}$, which results in all transitions being optically thin for all H_2 densities. For densities $\geq 10^6\text{ cm}^{-3}$, the populations of the levels considered here are thermalized, so that the population diagrams are essentially straight lines corresponding to the kinetic temperature of 22 K.

The behavior for lower densities is more surprising, however. While none of these curves forms a perfect straight line as do the ones for higher densities, for a significant range of energies (excepting the lowest transitions), each can

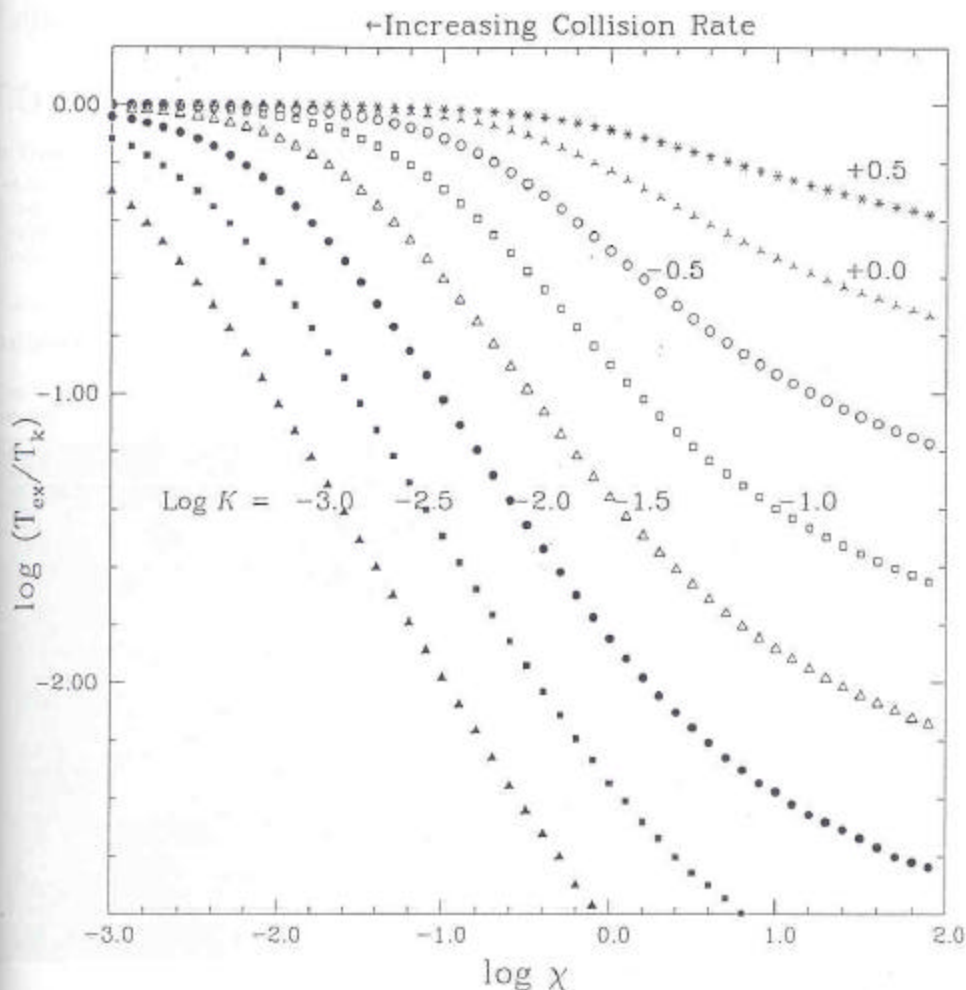


FIG. 10.—Solution of a two-level system in which the excitation temperature relative to the kinetic temperature is calculated as a function of the parameter $\chi = A_{ul}/C_{ul}$, the ratio of spontaneous to collisional deexcitation rates, and $K = E_{ul}/kT_k$, the ratio of the energy difference of the transition to the kinetic temperature. There is no background radiation considered in this calculation, which also assumes the transition optically thin.

higher transition frequency requires a higher excitation temperature to achieve the same ratio of level populations, and vice versa.

If we consider the situation with the transition frequency fixed, as the kinetic temperature is increased, K decreases, but the fact that T_{ex}/T_k rises in consequence does not immediately indicate what happens to the excitation temperature itself. If we consider the limit $h\nu \ll kT_k$, for χ not too small (i.e., if we are not too close to LTE), equation (A4) becomes

$$T_{ex} = \frac{h\nu/k}{\ln(1 + \chi)} \quad (A5)$$

It is clear that, in this limit, the excitation temperature is independent of the kinetic temperature. Thus the sets of points for different values of $\log K$ at a fixed χ , which are separated by 0.5 dex, give values of $\log(T_{ex}/T_k)$ that differ by this same factor. The situation for a linear molecule with a "ladder" of transitions is somewhat more involved. As the frequency and spontaneous decay rate both depend on the transition in question, K and χ are not independent variables. Knowing the variation of frequency and spontaneous decay rate as a function of J , it is possible to see how the various transitions of a linear molecule are located in Figure 10. It is more convenient, however, to express K and χ in terms of parameters that characterize the $J = 1 \rightarrow 0$ transition, through

$$K = K_1 J \quad (A6)$$

and

$$\chi = \chi_1 \frac{3J^4}{2J+1},$$

where

$$K_1 = \frac{h\nu_{1,0}}{kT_k}$$

and

$$\chi_1 = \frac{A_{1,0}}{C_{1,0}}.$$

We assume that all transitions are characterized by equal deexcitation rates, which is reasonably close to what is found in realistic calculations of cross sections.

The calculation of the excitation temperature as a function of K_1 , χ_1 , and J is shown in Figure 11. We now see something quite different as we move up the rotational "ladder": for a wide range of conditions T_{ex}/T_k is essentially independent of J . Note in particular that for values of χ_1 between 0.01 and 0.10, the quasi independence of excitation temperature of J starts at quite modest values of J , between 5 and 10. As an example, CS at a kinetic temperature of 23 K corresponds to $K_1 = 0.1$, and we see that transitions for J greater than a few are predicted to have an excitation temperature of about 8 K.

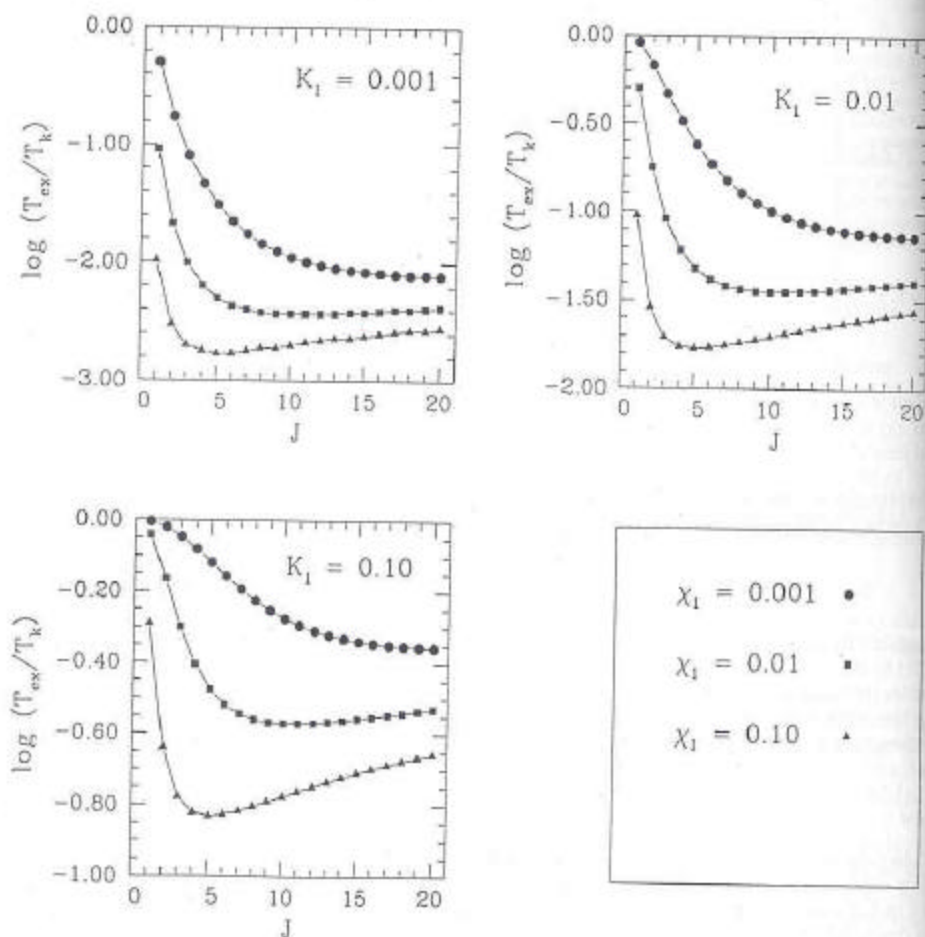


FIG. 11.—Excitation temperature for different transitions of a linear molecule with collisional excitation by dipole collisions ($\Delta J = \pm 1$). The parameters χ_1 and K_1 apply to the $1 \rightarrow 0$ transition and define the ratios of the spontaneous to collisional deexcitation rate and the energy of the transition to that of the kinetic temperature, respectively. For significant ranges of J as well as of the parameters defining the conditions in which the molecules are found, the excitation temperature is essentially independent of J .

Letter to the Editor

CO emission along the anomalous arms of NGC 4258

M. Krause¹, P. Cox^{2,1}, J. A. García-Barreto^{3,4}, and D. Downes³

¹Max-Planck-Institut für Radioastronomie, Auf dem Hügel 69, D-5300 Bonn 1, Federal Republic of Germany

²Observatoire de Marseille, 2 Pl. Leverrier, F-13248 Marseille Cédex 4, France

³IRAM, F-38406 St. Martin d'Hères, France

⁴Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Adpo Postal 70-264, México, D.F., México

Received March 20, accepted April 9, 1990

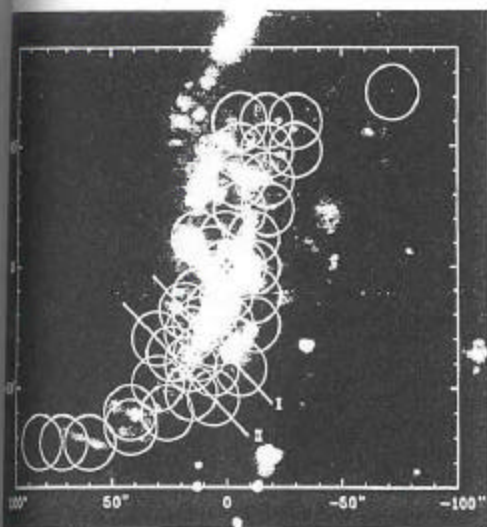
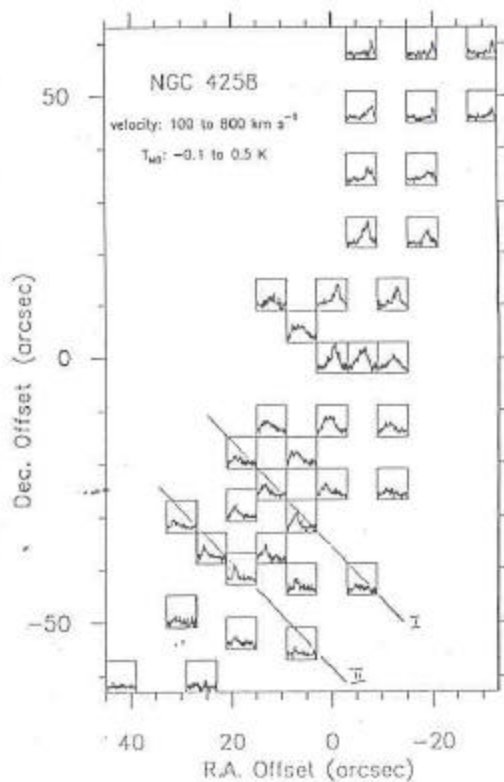


Fig. 1. Monochromatic H α CCD image of NGC 4258 from Marshall et al. (1989). The H α arm is clearly visible with its S-shape. Circles representing the IRAM 30-meter beam size of 21'' at (21-0) show all observed positions. The nuclear position at (0, 0) (J2000: 295:42:47°34'53''.2) (1950.0) was taken from van der Kruit et al. (1972).



Circumnuclear star formation in the barred galaxy NGC 1022

J. A. García-Barreto^{1,2}, D. Downes³, F. Combes^{4,5}, L. Carrasco⁶, M. Gerin^{4,5}, and I. Cruz-González²

¹ Max Planck Institut für Radioastronomie, Auf dem Hügel 69, W-5300 Bonn 1, Federal Republic of Germany

² Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal No. 70-264, México D.F., 04510 México

³ Institut de Radio Astronomie Millimétrique, Domaine Universitaire, F-38406 St. Martin d'Hères, France

⁴ DEMIRM, Observatoire de Meudon, F-92195 Meudon, France

⁵ Radioastronomie Millimétrique, ENS, 24 Rue Lhomond, F-75231 Paris, France

⁶ Observatorio Astronómico Nacional, IA-Universidad Nacional Autónoma de México, Apdo. Postal 877, Ensenada, Baja California, C.P. 22850, México

Received April 19, accepted June 3, 1991

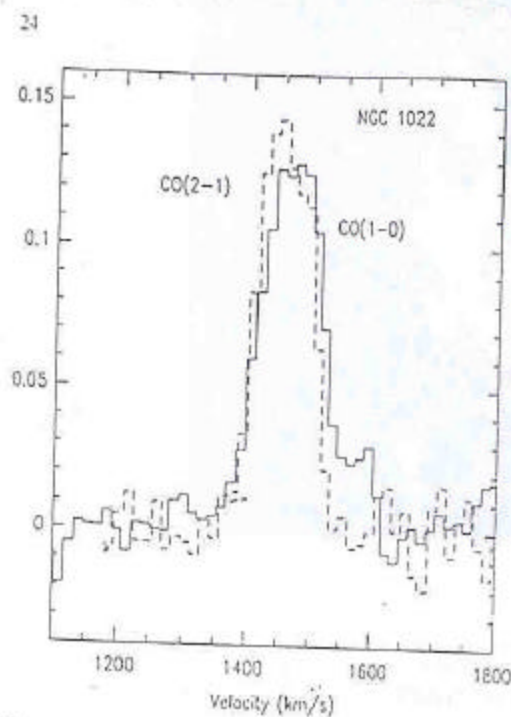


Fig. 6. Superposition of the observed CO(2–1) spectrum with the CO(1–0) in the center, in the T_{mb} scale. The global ratio of integrated intensity $R(2-1)/R(1-0)$ is close to 1.

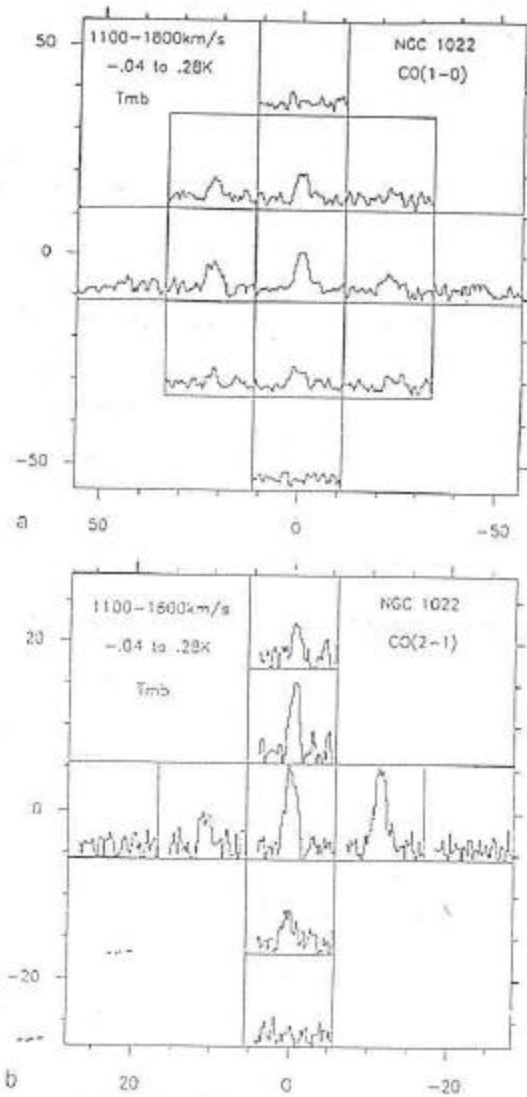
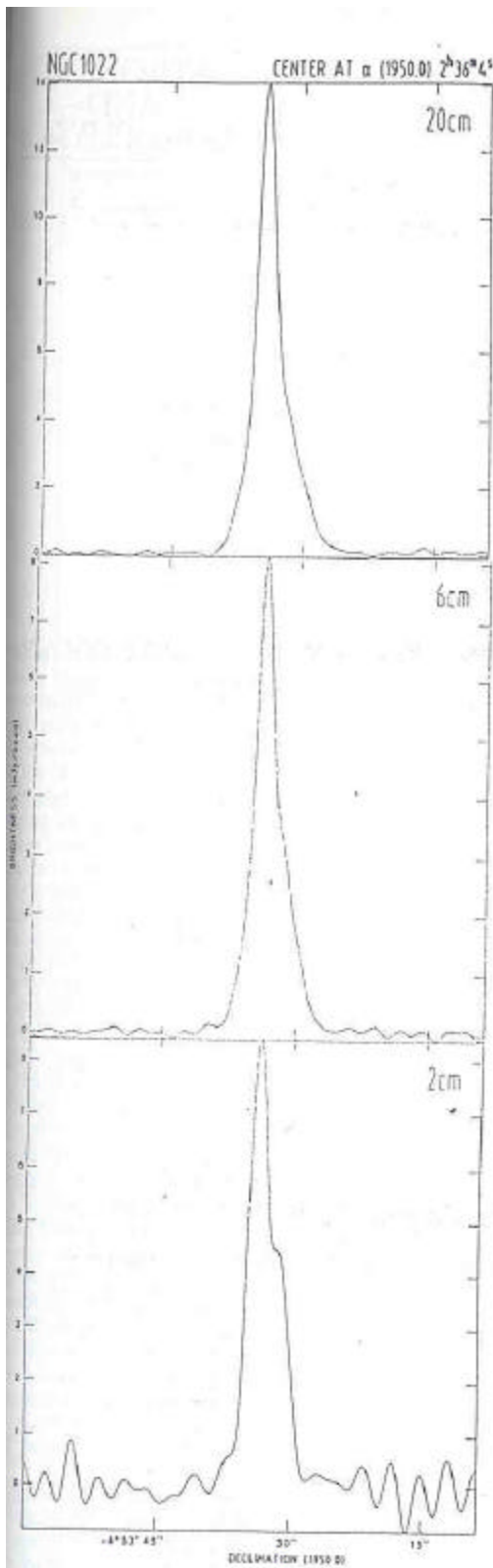


Fig. 5. a CO(1-0) and b CO(2-1) spectra obtained towards NGC 1022 with the SEST 15 m telescope. The velocity resolution is degraded to 14.6 km s^{-1} . The spatial resolutions are $44''$ and $22''$ respectively.

Fig. 4. Radio continuum brightness distribution at 20 cm (above), 6 cm (middle) and 2 cm (bottom) versus declination, centered at $\alpha(1950) = 02^{\text{h}}36^{\text{m}}04^{\text{s}}$.

The nuclear ring of the barred galaxy NGC 4314

J. A. Garcia-Barreto^{1,2}, D. Downes¹, F. Combes^{3,4}, M. Gerin^{3,4}, C. Magri⁵, L. Carrasco², and I. Cruz-Gonzalez²¹ Institut de Radio Astronomie Millimétrique, Domaine Universitaire, F-38406 St. Martin d'Hères, France² Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apdo Postal 70-264, México 04510 D.F. México³ DEMIRM, Observatoire de Meudon, F-92195 Meudon, France⁴ Radioastronomie Millimétrique, ENS, 24 Rue Lhomond, F-75231 Paris, France⁵ Physics Department, West Georgia College, Carrollton GA 30118, USA

Received April 30, accepted November 12, 1990

Abstract. We present new observations of the barred spiral galaxy NGC 4314 in the CO(1-0) and (2-1) lines, the 21 cm H I line, the radio continuum, the visible and the near infrared. The CO observations, made with the IRAM 30 m telescope, show abundant molecular gas in the center of this galaxy, probably in the 12" circumnuclear ring, in the middle of the strong bar. Even more remarkable is the extreme H I deficiency, as shown by our H I detection with the Arecibo telescope: in NGC 4314, the $H_2/H\text{I}$ mass ratio is 60-10-1!

VLA maps at 2, 6, and 20 cm show several radio continuum sources in a 12" ring around the optical nucleus. No radio continuum emission was detected from the nucleus itself, the bar or the outer spiral arms. The radio continuum emission has a shallow spectral index of -0.4 , and may be a mixture of free-free and synchrotron radiation. Short exposure optical images of the galaxy also show bright spots in a ring around the nucleus, coinciding with the radio continuum structures. Near-infrared photometry of the inner region suggests that the mass-to- $2\mu\text{m}$ luminosity ratio within a radius of 9" (450 pc) of the nucleus is $3 M_\odot/L_\odot$, as in the center of our Galaxy. However, in this region, the H_2 mass is $3 \cdot 10^8 M_\odot$, a large fraction of the total mass. Presumably the bar has driven gas into the inner region where it has formed molecular clouds. These clouds produce the O stars ionizing the H II regions seen in the visible and the thermal radio continuum, and supernovae giving rise to the nonthermal radio emission.

Key words: galaxies: barred - galaxies: individual: NGC 4314 - galaxies: evolution of - galaxies: kinematics and dynamics - galaxies: nuclei - radio continuum

1. Introduction

1.1. The hot spot nuclear region

NGC 4314 is an SBa galaxy with a stellar bar 140" long, and two faint outer spiral arms tracing 130° arcs out to a radius of 125"

Send offprint requests to: D. Downes

from the nucleus. In spite of its very symmetric shape, the galaxy was classed as "peculiar" by Sandage (1961), because of the internal structure in the middle of the bar. This central region has a $2'' \times 4''$ nucleus, elongated parallel to the bar of the galaxy, two compact, H α -bright knots (called A and B by Wakamatsu & Nishida 1980) and an S-shaped mini-spiral within an 8" radius from the nucleus (Sandage 1961; Lynds 1974). In blue light, this mini-spiral starts at the nucleus at p.a. 20°, although it is hard to see from blue images whether the "arms" really are connected to the nucleus. Benedict (1980) claims the central mini-spiral on blue images is an artefact due to a spiral dust pattern; the sites of star formation are in a ring of radius 5", not a spiral. Indeed, H α is seen only around the ring, while the "arms" of the mini spiral are starlight, as in the bar (Wakamatsu & Nishida 1980; Lynds et al. 1973). As such, the ring would be a "nuclear ring", in the terminology of Buta (1986). The whole central region is surrounded by a stellar lens or bulge with a radius of 15" to 20".

Earlier *UBV* photometry of the nuclear and bar regions showed bluer colors, suggesting star formation, increasing toward the galactic center (Voronov-Vel'yaminov et al. 1972; Lynds et al. 1973; Benedict 1980). Indeed, massive stars must have formed in the past 10^7 yr in the nuclear ring, where H α and [N II] are observed from H II regions (Burbidge & Burbidge 1962; Wakamatsu & Nishida 1980). Interestingly, H α is quite weak in the nucleus itself: the H α to [N II] intensity ratio is the standard 3-to-1 in the nuclear-ring H II regions, but only 1-to-3 at the nucleus (Wakamatsu & Nishida 1980). Thus, although NGC 4314 belongs to Morgan's (1958) class of "hot spot nucleus galaxies", there may in fact be no hot spots - no emission lines - in the real nucleus of this galaxy. Possibly any residual H α emission in an aperture centered on the nucleus is contaminated by emission leaking into the aperture from H II regions in the circumnuclear ring, and/or is blended with H α absorption lines from stellar atmospheres in the central star cluster, which further weaken any residual H α emission.

The rest of the galaxy is known to be gas poor. Burbidge & Burbidge (1962) noted the bar and the outer spiral arms are devoid of H II regions; van den Bergh (1976) included it in his list of anemic spirals; previous observers didn't detect H I, to a limit of $10^8 M_\odot$ (Gallagher et al. 1975; Krumm & Salpeter 1976; Huchtmeier 1982).

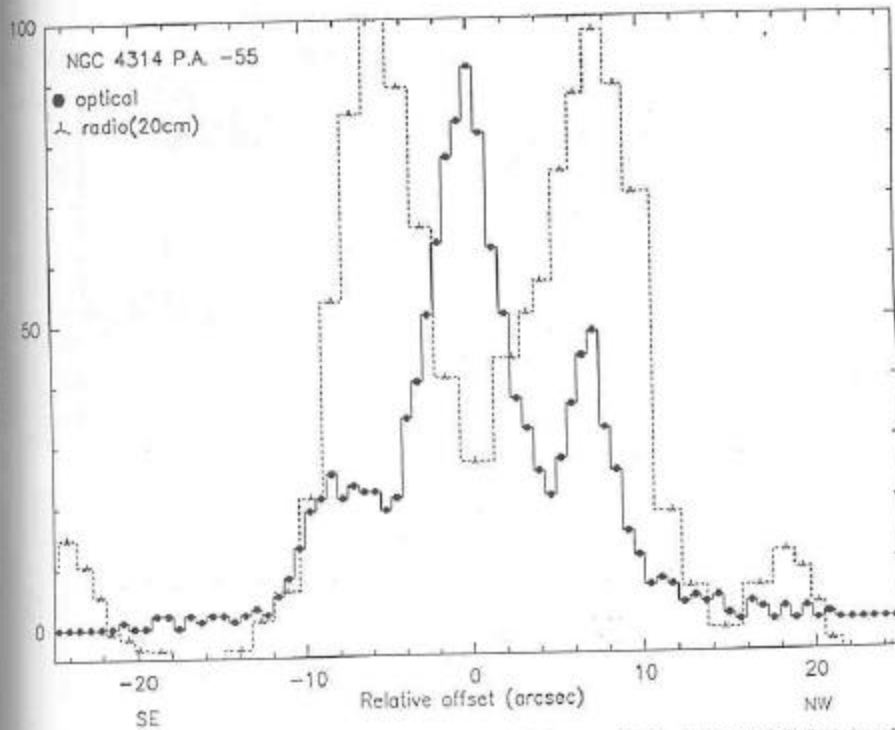


Fig. 11. Relative intensity of the radio and optical emission from the center of NGC 4314 at p.a. = -55° . The plots show relative intensity at 20 cm (dotted line), and the optical intensity (solid line).

is $5 \times 10^5 d_{10}^2 \text{ pc}^2$, and the H_2 surface density is $500 M_\odot \text{ pc}^{-2}$, independent of the galaxy's distance. If the ring thickness is 100 pc, the number density averaged over the whole ring is 100 cm^{-3} . There are several arguments that the nuclear ring of NGC 4314 need recently:

- Very few nuclear rings have been detected in galaxies (Buta 1985), implying such rings have short lifetimes.
- The molecular clouds must have been gathered in the star ring of NGC 4314 on a relatively short time scale (10^7 to 10^8 yr), as otherwise the O stars would have dispersed the gas.
- The present level of star formation in the nuclear ring of NGC 4314 must be transitory; at the current star formation rate, a mass of stars accumulated in 5 Gyr would exceed the total dynamical mass of the nuclear region (Wakamatsu & Nishida 1980).

Of these arguments, *a*) may be affected by small plate scales and overexposure in surveys. Argument *b*) may not be true; the O stars may not be able to destroy the giant clouds. Argument *c*) holds for many galaxies, not just NGC 4314 ($L_{\text{FIR}}/M_{\text{H}_2}$ is similar).

1. The gas in the nuclear ring makes stars

The concentration of so much molecular gas in such a small area can certainly explain the presence of H II regions and supernovae in the ring. The existence of massive stars in the star ring of NGC 4314 is consistent with the IRAS (1985) flux densities of 0.25, 0.39, 3.7, and 7.3 Jy at 12, 25, 60, and $100 \mu\text{m}$ respectively. If the flux density varies as frequency times the black body curve, then the dust temperature is 35 K, as in galaxies with bursts of star formation. Also, the far infrared colors of NGC 4314

and the 20 cm/FIR flux ratio are similar to those in starburst galaxies (Helou et al. 1985; Helou 1986; note, however, the different radio and FIR beams).

From the formulae in Helou et al. (1985), the far-infrared flux is $2.1 \times 10^{-13} \text{ W m}^{-2}$, and the FIR luminosity is $7 \times 10^5 d_{10}^2 L_\odot$. This FIR luminosity corresponds to a star formation rate of $8 \times 10^{-11} L_{\text{FIR}} M_\odot \text{ yr}^{-1}$, or $0.06 d_{10}^2 M_\odot \text{ yr}^{-1}$. A similar rate is obtained from the Hz luminosity of $10^5 L_\odot$ from the central region of this galaxy (Wakamatsu & Nishida 1980; see formula by Pogge & Eskridge 1987). Furthermore, if supernova remnants are the main sources of the non-thermal radio emission, then the observed flux corresponds to 0.003 supernovae per year in the central region (see formulae by Ulvestad 1982), which is also consistent with the star formation rate estimated above. Table 4 summarizes the derived parameters for the nuclear ring of NGC 4314.

Is it a "starburst", in rate, efficiency, or short duration? The star formation rate in NGC 4314 is about the same as in Virgo cluster spirals, although it evidently applies only to the nuclear ring of NGC 4314, and not the whole galaxy, as in the Virgo spirals surveyed by Scoville et al. (1983). If we normalize by the surface area of the ring, the star formation rate is $0.12 M_\odot \text{ yr}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$, about the same as between $R=4$ and 6 kpc in our Galaxy, where the Milky Way star formation rate has a very steep peak (cf. Güsten and Mezger 1983). However, with an available H_2 mass of $3 \times 10^8 M_\odot$ in the ring of NGC 4314, its current star formation rate of $0.06 d_{10}^2 M_\odot \text{ yr}^{-1}$ can be sustained for 5 Gyr.

Therefore, although star formation is greatly enhanced in the nuclear ring relative to the outer arms, there is enough molecular

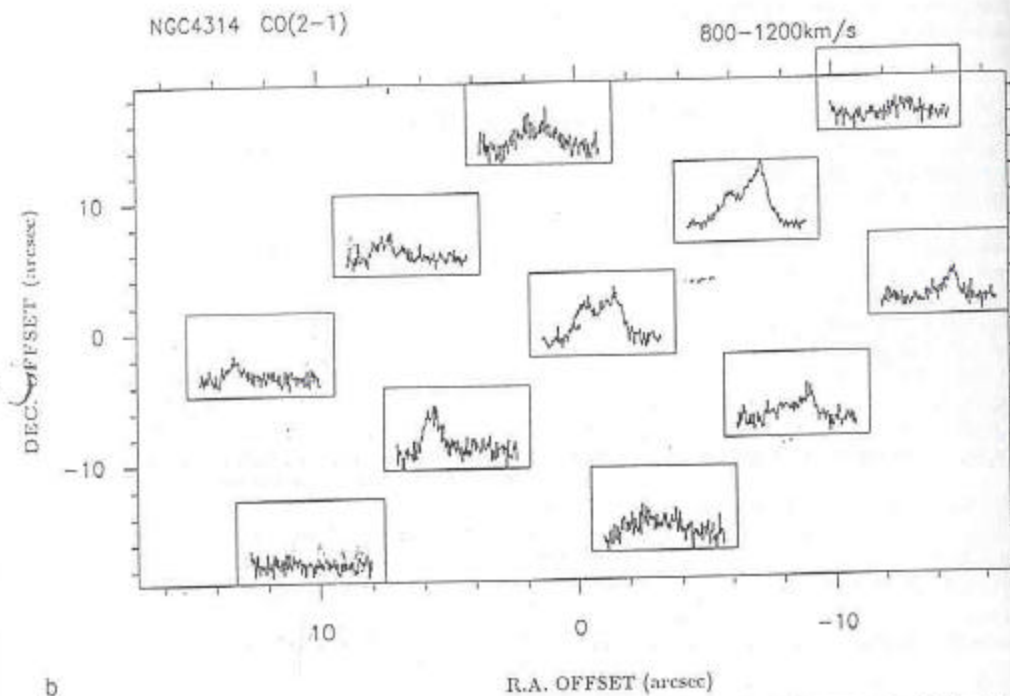
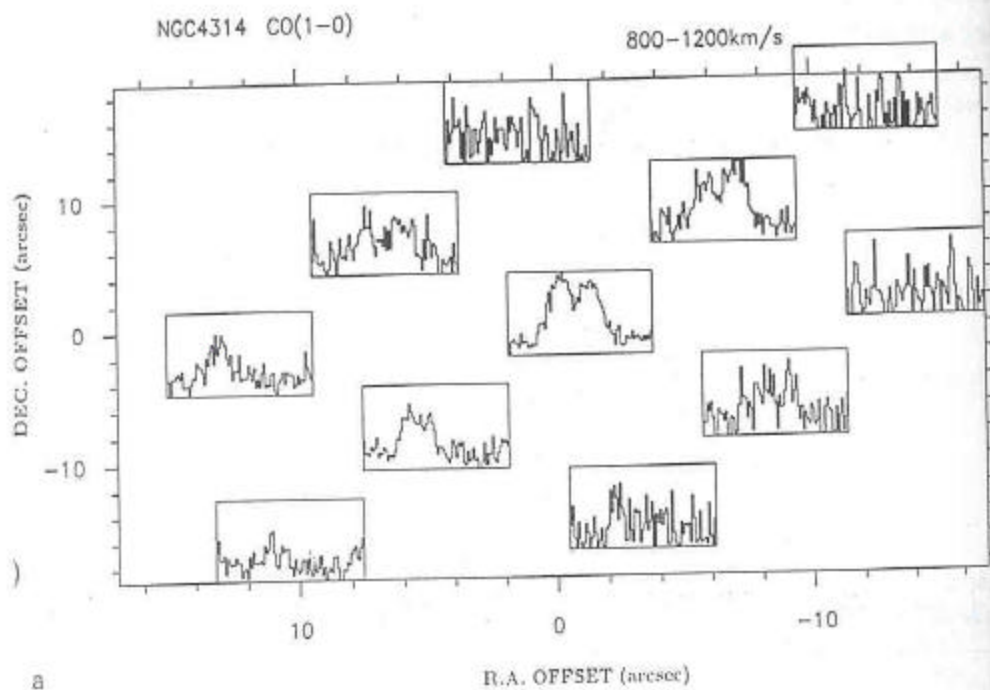


Fig. 1. a CO(1-0) and b CO(2-1) spectra of NGC 4314, taken with the IRAM 30 m telescope. The velocity resolution is 4.6 km s^{-1} and 2.3 km s^{-1} respectively. The half-power beamwidths are 20.75 and 12.75 , and the $10''$ sampling grid is parallel to the bar. R.A., Dec. offsets are relative to $1950 \text{ R.A.}, \text{Dec.} = 12^{\text{h}}20^{\text{m}}01^{\text{s}}.8, 30^{\circ}10'21''$. Scales in spectral boxes: horizontal scale in both CO lines: $v_{\text{rot}} = 800 \text{ to } 1200 \text{ km s}^{-1}$; vertical scales: $T_{\text{mb}} = -0.06 \text{ to } 0.25 \text{ K}$ for CO(1-0), $T_{\text{mb}} = -0.09 \text{ to } 0.16 \text{ K}$ for CO(2-1)

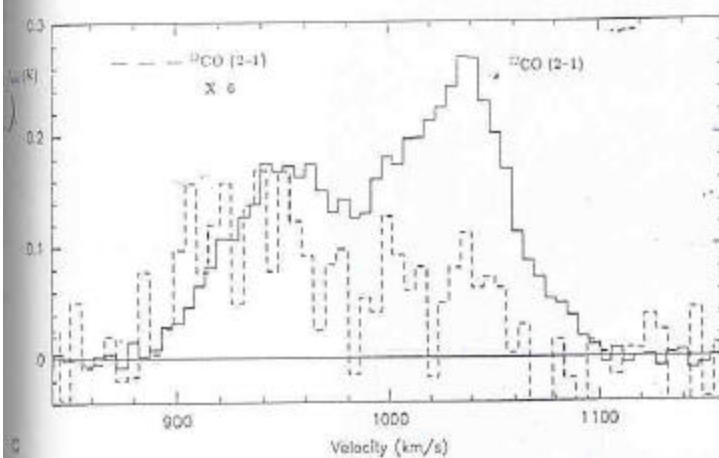
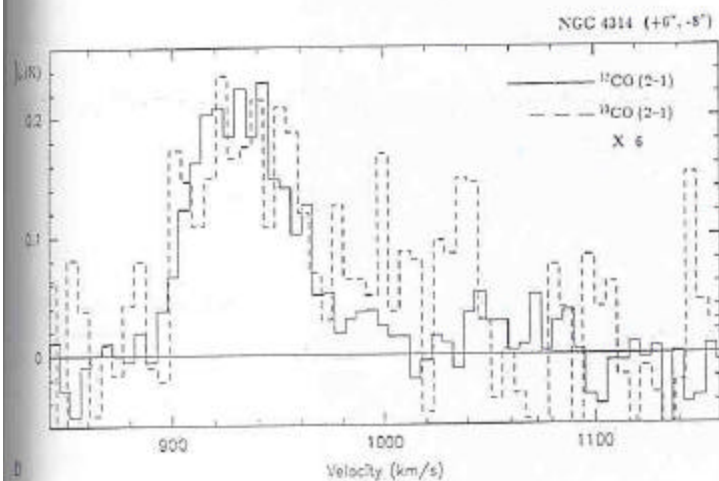
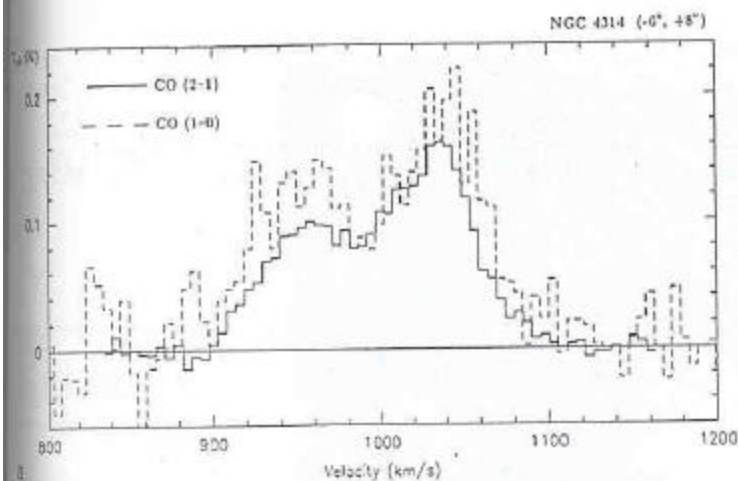


Fig. 4. **a** The CO(1-0) and CO(2-1) spectra at $(\Delta\alpha, \Delta\delta) = (-6^{\circ}, +8^{\circ})$, the position of maximum signal. Both spectra have been convolved to the same angular resolution. The line-integrated intensity ratio is $I(2-1)/I(1-0) = 0.7$. **b** Spectra at $(\Delta\alpha, \Delta\delta) = (+6^{\circ}, -8^{\circ})$ in CO(2-1) and $^{13}\text{CO}(2-1)$ (dashed line; scale multiplied by 6). **c** Averages of spectra at $(\Delta\alpha, \Delta\delta) = (0^{\circ}, 0^{\circ})$, $(+6^{\circ}, -8^{\circ})$ and $(-6^{\circ}, +8^{\circ})$ in CO(2-1) and $^{13}\text{CO}(2-1)$ (dashed line; scale multiplied by 6)

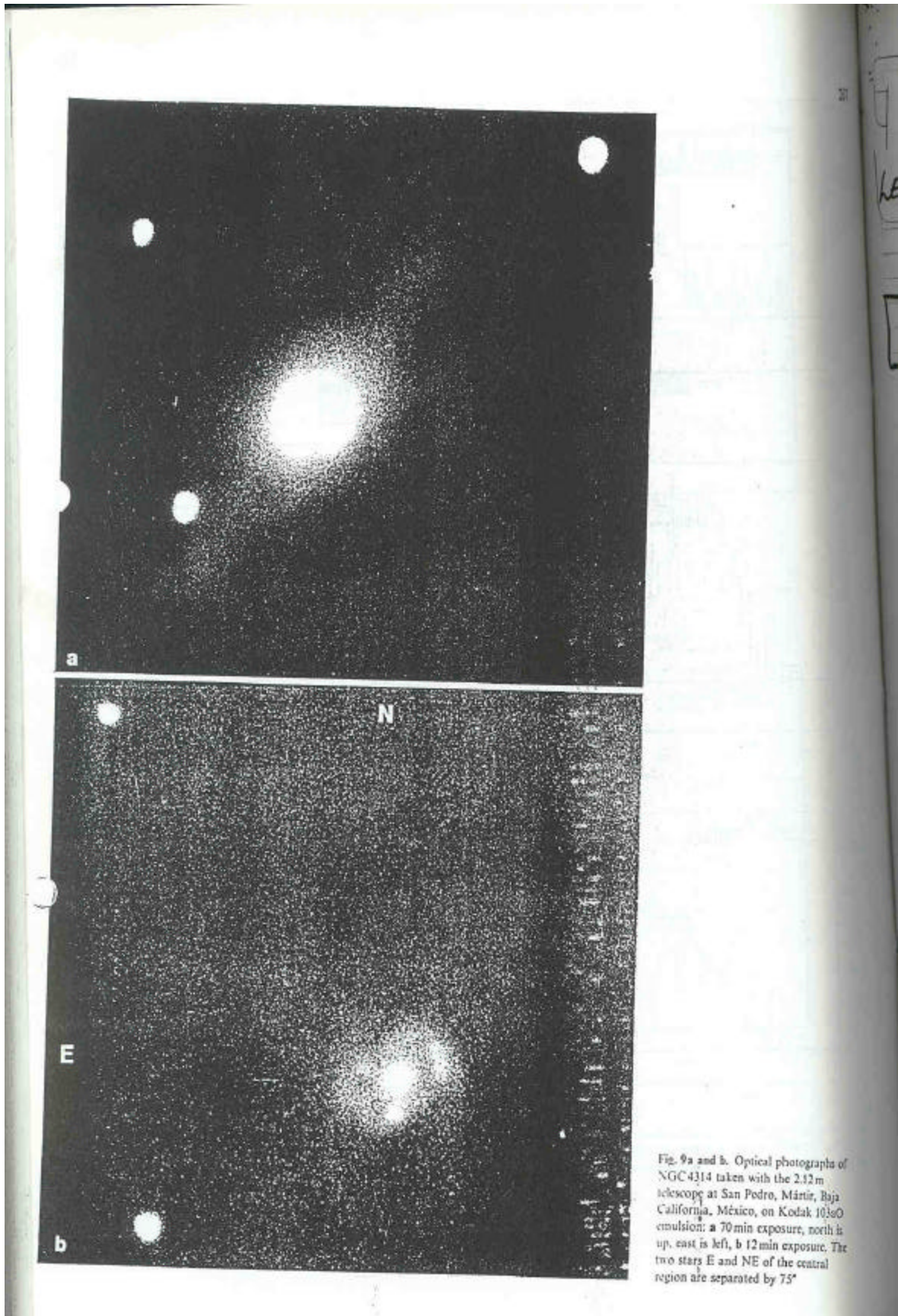


Fig. 9a and b. Optical photographs of NGC 4314 taken with the 2.12 m telescope at San Pedro, Mártir, Baja California, México, on Kodak 103eO emulsion: a 70 min exposure, north is up, east is left, b 12 min exposure. The two stars E and NE of the central region are separated by 75°

RADIO ASTRONOMÍA ()

SECCIÓN 24: Radio Astronomía GALÁCTICA VII:

"MASERES : EMISIÓN ESTIMULADA AMPLIFICADA"

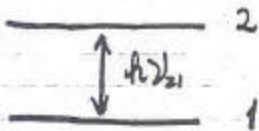
- BIBLIOGRAFÍA :
- 1) Capítulo 9 de "Frontiers of Astrophysics"
Harvard Univ. Press.
 - 2) "CELESTIAL MASERS" de A. Cook.
Cambridge University Press 1977
 - 3) Annual Review of Astronomy and Astrophysics
Vol. 19, 1981 pág 231.

- TEMAS A TRATAR :
- 1) INTRODUCCIÓN. Historia. Moleculas que emiten Maser
 - 2) ABSORCIÓN NEGATIVA = AMPLIFICACIÓN
 - 3) MASERES INTERESTELARES
 - 4) MASERES CIRCUMESTELARES
 - 5) MASER DE OH
 - 6) MASER SATURADO y NO SATURADO
 - 7) MASER CIRCUMESTELAR: ¿CASCARA EN EXPANSIÓN

(2)

En las clases anteriores (Lecciones # 21, 22 y 23) nos hemos referido a la EMISIÓN o ABSORCIÓN de radiación de MOLECULAS que se comportan "normalmente" es decir, en donde la población relativa de los niveles de energía en la transición involucrada siguen la ley de Boltzmann

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-h\nu_{21}/kT_{ex}} \quad (1)$$

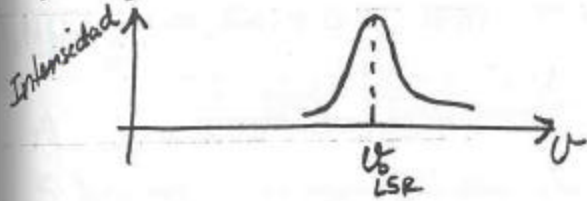


~~Estas moléculas que~~ Estas moléculas que radian "normalmente" generalmente presentan líneas de emisión o absorción en donde su intensidad medida en temperatura de antena es de solo unos cuantos grados. También tienen la característica de presentar anchos de las líneas correspondiente ya sea al ancho Doppler junto con turbulencia (en algunos casos).

En general la velocidad de la línea observada representa la velocidad de la nube de gas asociada con respecto al estándar de referencia local (LSR) es decir, la velocidad con la que se

(3)

mueve respecto al conjunto local donde se encuentra el SOL. (Esto es válido para cualquier otra línea de cualquier otro elemento de cualquier otro objeto).



Otra característica (o falta de ella) es que estas líneas "normales" NO presentan emisión polarizada (o por lo menos solo un tanto por ciento quizá menor que 5%) y lo que también es importante es que NO presentan variaciones con el tiempo ya sea de intensidad o de velocidad.

EN ~~1963~~ 1963 se detectó la radiación de la molécula (radical) OH por un grupo de radioastrónomos del M.I.T. en EUA, en forma de absorción. Esta línea se detectó hacia objetos galácticos y era una emisión "normal".

Sin embargo, en 1965 se detecta en EMISIÓN pero con una intensidad muy "alta", por grupos tanto de la U de Berkeley como de la U de Harvard. A esta emisión ANOMALA no se le identificó de inmediato con la radiación de OH.

El título de las observaciones lo dice todo:

"OBSERVATIONS OF A STRONG UNIDENTIFIED MICROWAVE LINE AND OF EMISSION FROM THE OH MOLECULE" escrito por

WEAVER, H., WILLIAMS, DRW y DIETER, N.H., LUM, W.T.

1965 Nature Vol 208 pág 29

A esta línea intensa la identificaban con el nombre de "MISTERIUM". Tiempo después se dieron cuenta que era la misma emisión de OH la responsable.

OBSERVATIONS OF A STRONG UNIDENTIFIED MICROWAVE LINE AND OF EMISSION FROM THE OH MOLECULE

By PROF. HAROLD WEAVER, DR. DAVID R. W. WILLIAMS, DR. N. H. DIETER and W. T. LUM
Radio Astronomy Laboratory, University of California, Berkeley

AN investigation of the galactic distribution of the OH molecule as shown by the microwave lines arising from transitions between the hyperfine levels of the ground state has led us to the following general conclusions: (1) The OH molecule is sharply confined to the galactic plane. In the plane, however, we detect OH in absorption in virtually every source brighter than a specified limit. (2) The OH molecule is in emission in some sources. (3) A strong unidentified emission line is present at frequency 1,665 Mc/s in a number of sources.

This discussion deals with the last two of these topics. We shall consider the galactic distribution of OH elsewhere.

Our observations were made with the 85-ft. antenna and the 100-channel switched-frequency double-comparison receiver and digital data system recently installed at the Hat Creek Radio Observatory. This system, which will be described elsewhere in detail by one of us¹, provides a spectrum consisting of 100 contiguous spectral elements which are either 10 kc/s or 2 kc/s wide. The band-width of the spectral elements is fixed by interchangeable crystal filters. The receiver includes a tunable parametric amplifier having a band-width of about 20 Mc/s. The total system noise temperature (including instrumental effects such as spill-over and the like) is approximately 120° K.

An "observation", as the term will be used in this discussion, consists of the difference between the spectrum as observed for a specified source (integration time 1,600 sec) and the spectrum of a comparison region (integration time 1,600 sec) near the source but sufficiently far away so that the source is out of the antenna beam.

Observations of a strong unidentified microwave emission line. The Orion Nebula has been thoroughly searched for OH at 1,667 Mc/s by Robinson, Gardner, van Dams and Bolton². They found no line and set an upper limit of 0.665 to the optical depth of OH in the direction of Orion. We concur with Robinson *et al.* that there is no

with a maximum antenna temperature of 3° K when the spectral resolution is 10 kc/s (Fig. 1).

W3, a bright extended H II region which we have also observed, shows, at 1,667 Mc/s, an absorption component of OH with a depth of approximately 1° K (Fig. 1). At 1,665 Mc/s we find, as would be predictable, the second strongest OH microwave line arising from the ground state. The depth of the 1,665 line, again as predicted, is about 0.5° K. At 1,612 Mc/s there is no absorption feature visible (Fig. 1) in the one observation we were able to make before this investigation ended. Our single observation is inadequate to show the expected OH feature at 1,612 Mc/s (predicted depth ~ 0.1° K), but it is adequate to demonstrate that there are no large anomalies at 1,612 Mc/s. The outstanding feature of these three spectral regions is the intense emission feature (maximum antenna temperature 5.2° K for 10-kc/s spectral resolution)

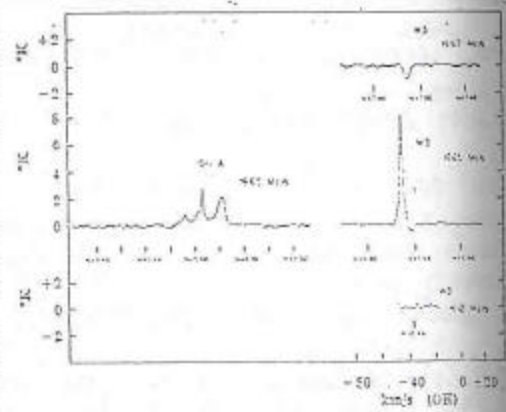


Fig. 1. Spectra of OH A and W2 with a resolution of 10 kc/s (1.2 km/sec). Frequency and velocity scales are with respect to the local standard of rest. The frequencies in the 1,667 Mc/s spectrum of W3 should be

(5)

El proceso por el cual es muy intensa la emisión es a aquel conocido como efecto MASER. La palabra en sí es un acrónimo de cinco palabras que en inglés significan lo siguiente:

M \equiv microwave

A \equiv amplification by

S \equiv stimulated

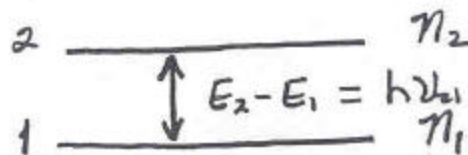
E \equiv emission of

R \equiv radiation

que en español

sería algo así como "radiación amplificada por una emisión estimulada en el rango de las microondas". En pocas palabras la radiación observada es una amplificación de la emisión estimulada (en contraste con una emisión espontánea del sistema en estudio).

La característica principal para tener una amplificación es que exista una población mayor en el nivel energético superior comparada con la población en el nivel inferior.



A este efecto se le conoce como INVERSION de POBLACION ($n_2 > n_1$).

Debido a que DEBE de existir esta INVERSIÓN de POBLACIÓN, ($n_2 > n_1$) esto viola en principio la ley de distribución de Boltzmann en donde $n_2 = n_1 e^{-\Delta E/kT}$ sería menor la población en el nivel superior comparada con el nivel inferior y por eso se dice que esta emisión es "ANÓMALA".

EN EL UNIVERSO SOLO EXISTEN 4 MOLECULAS QUE EXHIBEN EMISIÓN TIPO HASER marcadamente (existen otras moléculas que emiten en tipo maser pero solo marginalmente). Estas moléculas son OH (hidroxilo), H₂O (vapor de agua), SiO (monóxido de silicio) y CH₃OH (alcohol metílico).

Table 9-3 Parameters of observed maser transitions.

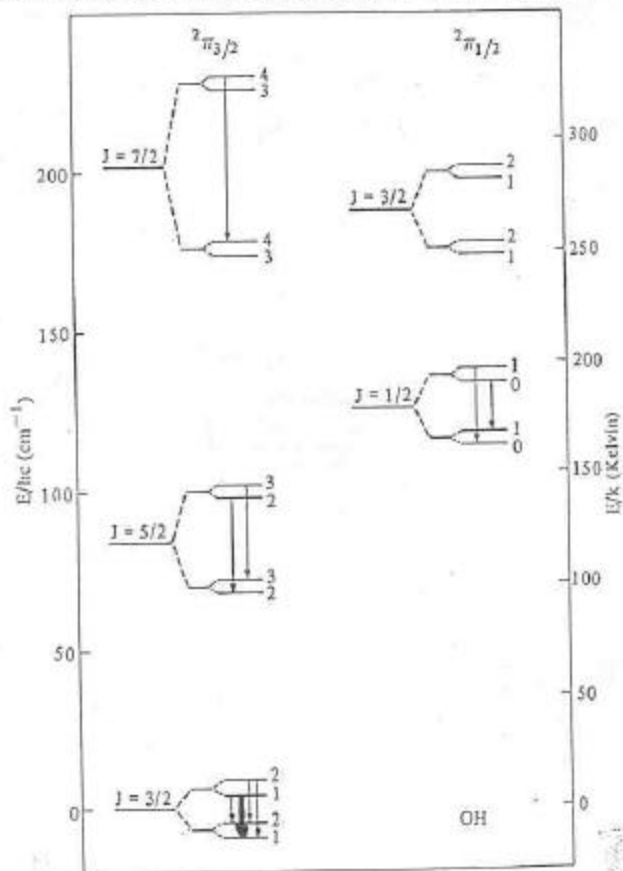
Molecule	Transition	ν MHz	λ cm	E/hc cm ⁻¹	E/k K	A sec ⁻¹
OH	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{1}{2} F = 1 \rightarrow 2$	1612.231	18.6	0	0	1.29×10^{-11}
	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{1}{2} F = 1 \rightarrow 1$	1665.402	18.0	0	0	7.11×10^{-11}
	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{3}{2} F = 2 \rightarrow 2$	1667.359	18.0	0	0	7.11×10^{-11}
	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{3}{2} F = 2 \rightarrow 1$	1720.530	17.4	0	0	9.42×10^{-12}
	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{1}{2} F = 2 \rightarrow 2$	6030.747	5.0	84	120	1.53×10^{-9}
	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{3}{2} F = 3 \rightarrow 3$	6035.092	5.0	84	120	1.57×10^{-9}
	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{1}{2} F = 0 \rightarrow 1$	4660.242	6.4	126	181	1.08×10^{-9}
	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{3}{2} F = 1 \rightarrow 0$	4765.562	6.3	126	181	3.86×10^{-10}
	$^2\Pi_{3/2} J = \frac{1}{2} F = 4 \rightarrow 4$	13441.371	2.2	184	265	9.26×10^{-8}
	H ₂ O	$6_{16} \rightarrow 5_{20}$	22235.080	1.35	447	644
SiO	$^2\Sigma v = 1, J = 1 \rightarrow 0$	43122.03	0.70	1230	1770	3.00×10^{-8}
	$v = 1, J = 2 \rightarrow 1$	86243.27	0.35	1232	1774	2.87×10^{-8}
	$v = 1, J = 3 \rightarrow 2$	129363.12	0.23	1236	1780	1.04×10^{-7}
	$v = 2, J = 1 \rightarrow 0$	42820.48	0.70	2448	3525	2.95×10^{-8}
	$J = 4k = 2 \rightarrow 1$	24933.468	1.20	31	45	8.40×10^{-9}
CH ₃ OH	$5k = 2 \rightarrow 1$	25959.080	1.20	39	56	8.74×10^{-9}
	$6k = 2 \rightarrow 1$	25018.123	1.20	49	71	8.98×10^{-9}
	$7k = 2 \rightarrow 1$	25124.873	1.20	61	87	9.21×10^{-9}
	$8k = 2 \rightarrow 1$	25294.411	1.20	74	106	9.48×10^{-9}

tomada de Moran, J. Capítulo de la refer. #1.

(7)

Los niveles de energía de las moléculas que emiten radiación tipo MASER son:

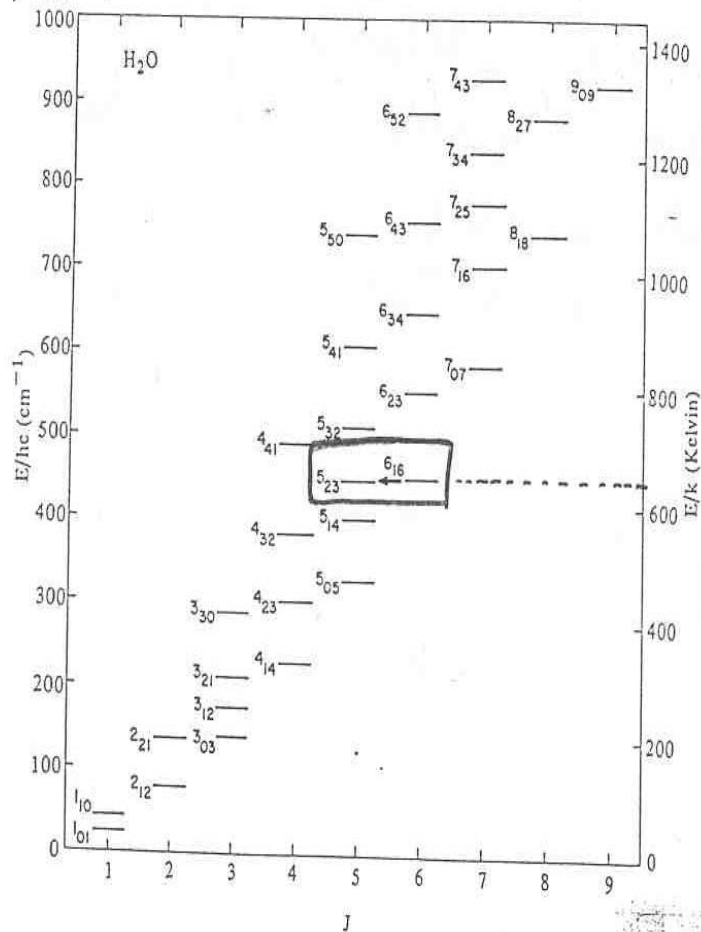
Figure 9-9. Part of the rotational spectrum of OH. The rotational ladder has two branches due to spin splitting. The A doubling and hyperfine splitting which split each rotational level into four sublevels are not shown to scale. The number on the right side of each energy level is the total angular-momentum quantum number F . The known maser transitions are indicated.



tomado del Capítulo 9 de la referencia 1.

MOLECULA DE H₂O

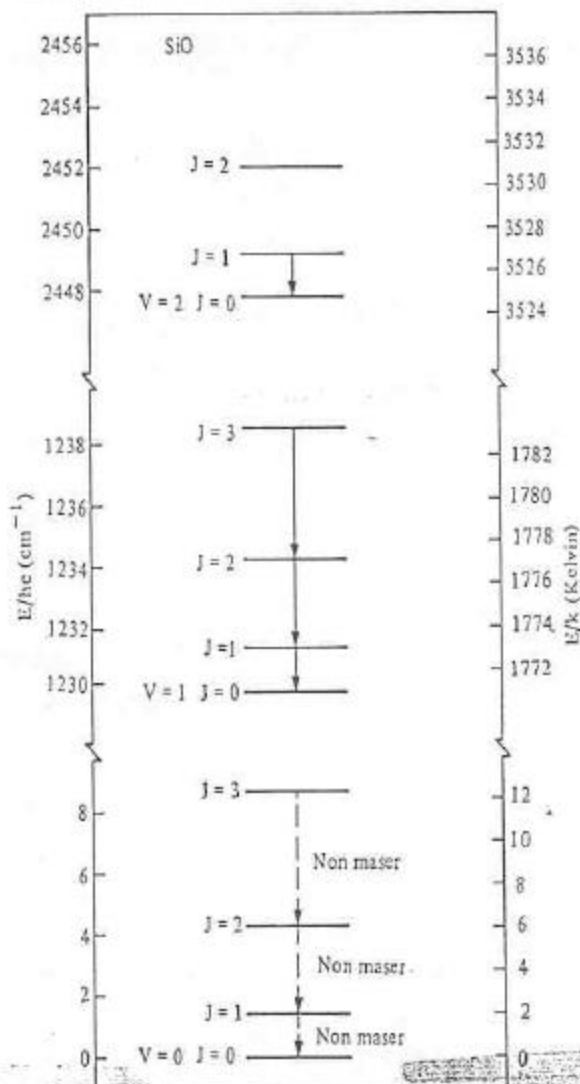
Figure 9-10. Part of the rotational energy levels of H₂O, an asymmetrical rotor. The microwave maser transition is due to a chance proximity of the 6₁₆ and 5₂₃ levels. Data taken from de Jong (1973).



$\nu \approx 22 \text{ GHz}$

$\lambda = 1.35 \text{ cm}$

Figure 9-8. Some of the low rotational and vibrational energy levels of SiO showing the maser transitions which have been detected. There may be one case of maser emission in the $V = 0$, $J = 2 \rightarrow 1$ transition (Buhl et al., 1975).



MOLECULA
de
SiO

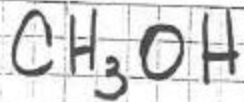
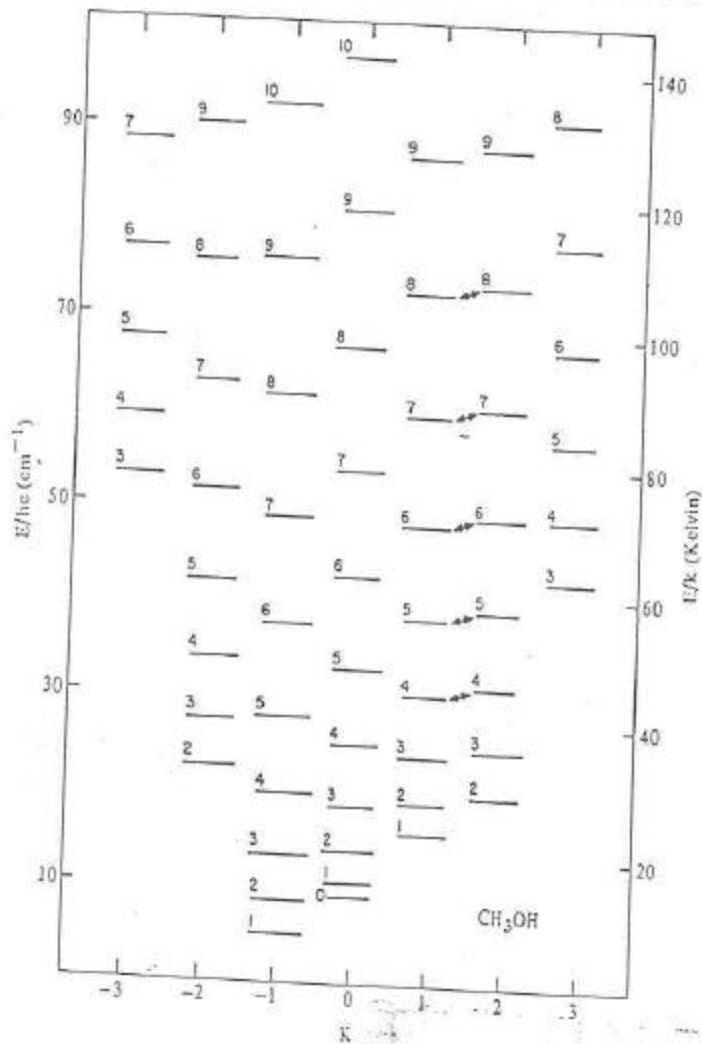


Figure 9-11. Part of the rotational energy spectrum of CH₃OH showing only the "E stack." The "A stack," the levels of the molecule without internal rotation, are not shown. Adapted from Lees (1973).



②

Se ha observado que la mayoría (todos) de las maseras ocurren cerca de REGIONES HII COMPACTAS y/o de regiones donde existe ~~emisión~~ emisión fuerte en INFRARROJO (cerca de regiones HII o también de ESTRELLAS supergigantes Rojas). Dependiendo a que lugar estén relacionados reciben un nombre generico:

<u>REGION DE OCURRENCIA</u>	<u>NOMBRE GENERICO</u>
1) REGIONES HII y/o PICOS DE EMISION INFRARROJA	" <u>MASER INTERESTELAR</u>
2) ESTRELLAS EVOLUCIONADAS (gigantes y supergigantes rojas)	" <u>MASER CIRCUMESTELAR</u>

Aquí la palabra MASER se refiere a la región que emite con tales características.

Algunos espectros característicos de emisión MASER tanto de regiones HII como de estrellas evolucionadas se muestran a continuación.

Maser de una ESTRELLA EVOLUCIONADA

Figure 9-12. The spectrum of OH in the $\Pi_{32} J = 3, F = 1 \rightarrow 2$ transition ($\nu_0 = 1612$ MHz) towards the infrared star IRC + 10011. The spectrum, with two widely separated velocity components, is typical of this type of maser (Wilson and Barrett, 1972).

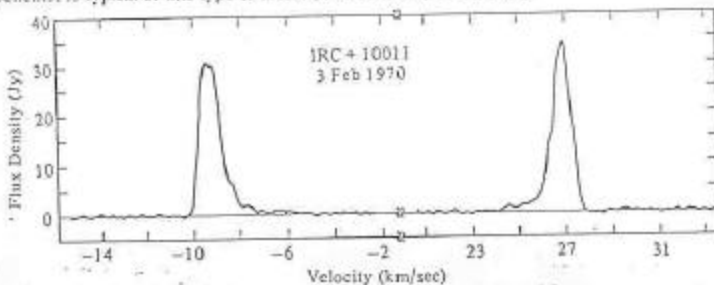
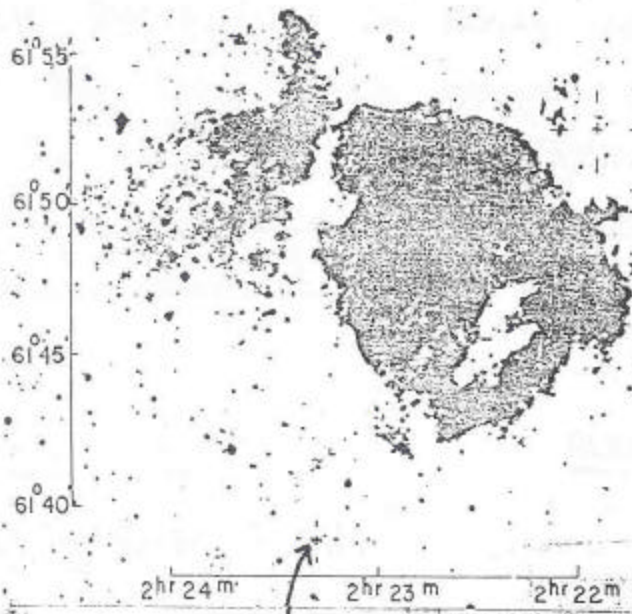


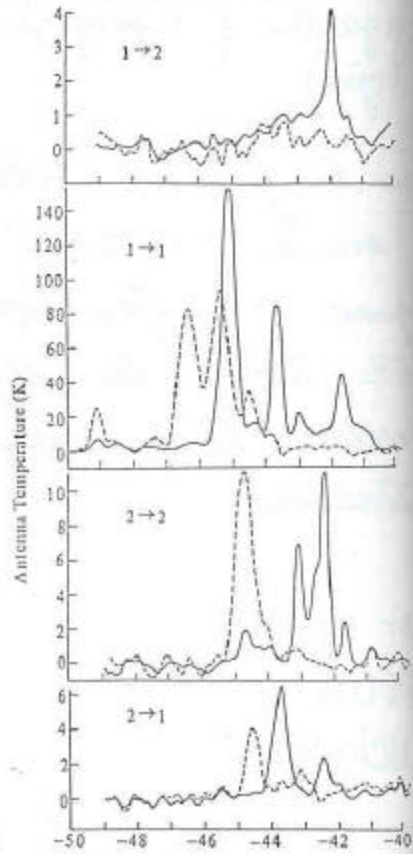
Figure 9-15. The region around IC 1795 or W3 from the National Geographic Society-Palomar Sky Survey. The crosses indicate the positions of the two masers in this region. The northern one is called W3(C) and the southern one is called W3(OH).



tomada de la referencia 3)

W3(OH)

Figure 9-16. The spectrum of the $1 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 2$, and $2 \rightarrow 1$ transitions in the π state ($^2\Pi_{3/2}$, $J = 3/2$) at 18 cm for the maser W3(OH). The solid line is right circular polarization and the broken line is left circular polarization. This is typical of the H₂O maser narrow highly polarized components with no repetition of components among the different positions (Barrett and Rogers, 1966).



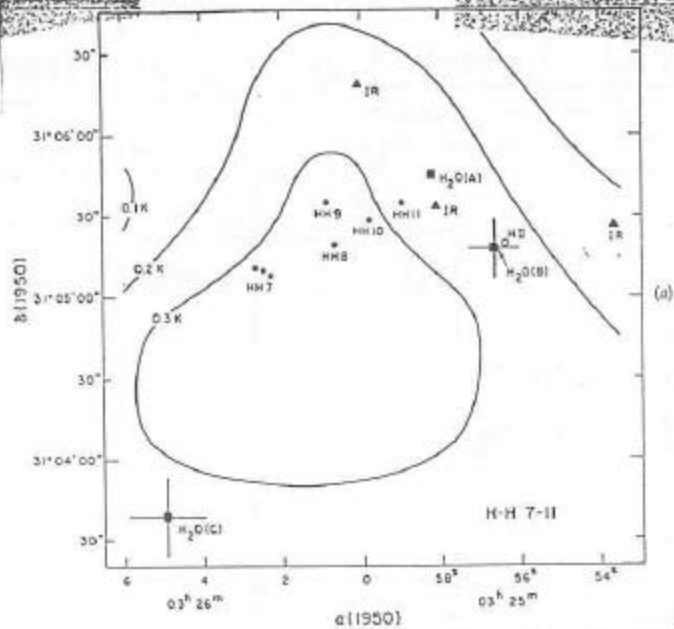
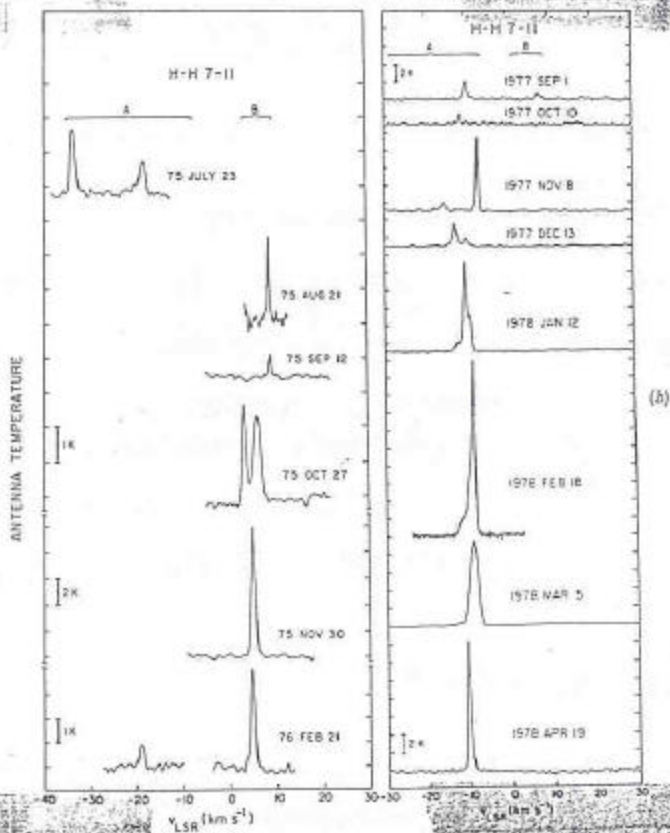


Figure 3 Observations of the region of Herbig-Haro objects 7-11 from Hasebick et al. (1980). (a) Map of the region: Herbig-Haro objects (.), infrared objects (triangle), H₂O masers (squares with positional error bars), compact H II region (o), and contours of 1.2-cm NH₃ emission. (b) Spectra of H₂O masers for many epochs showing the rapid variability of the emission. Emission from maser (C), not shown, has usually consisted of a single feature between 2 and 7 km s⁻¹.

tomado
de
la
referencia
3).



(13)

CARACTERÍSTICAS GENERALES DE EMISIÓN MASER EN COMPARACIÓN CON EMISIÓN "NORMAL" (digamos CO).

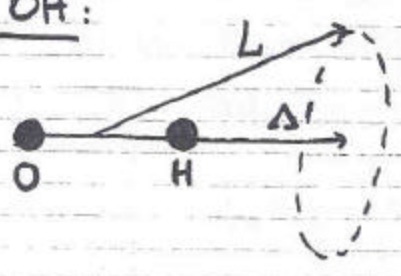
CANTIDAD	H ₂ O	OH	SiO	CH ₃ OH	CO
POLARIZACIÓN	<10%	10→100%	<20%	—	NINGUNA
Numero de líneas espectrales	1→100	1-50	<5	<3	1
Rango Velocidades (km/seg)	1→±300	1→±30	±25	±4	10
Ancho de la línea (km/seg)	<2	<1	2	0,5	10
T _B (°K)	10 ³ →10 ¹⁵	10 ¹² →10 ¹³	>10 ³	>10 ³	~50
Tamaño de un maser INDIVIDUAL *	<10 ¹⁴ cm	10 ¹⁴ →10 ¹⁵	<10 ¹⁶ cm	<10 ¹⁶ cm	3×10 ¹⁸ cm

* Por tamaño Individual de un maser queremos decir que en general hay jerarquía en tamaños dentro de una REGION que emite MASER como sigue



NOTESE QUE DADAS LAS DIMENSIONES TAN PEQUEÑAS DE ESTAS REGIONES ESTA EMISION HABER SÓLO SE PUEDE OBSERVAR CON INTERFEROMETROS QUE PROVEAN LA RESOLUCIÓN ANGULAR NECESARIA (por ejemplo INTERFEROMETRÍA DE BASE MUY LARGA en donde se alcanzan resoluciones de milésimas de segundos de arco y que representan dimensiones lineales del orden de 10^{13} a 10^{15} cm. Quizás la nueva generación de interferómetros con antenas en el espacio provean una mayor resolución).

MASERES DE OH:



VER REFERENCIA
 "MICROWAVE SPECTROSCOPY"
 C.H. Townes and A.L. Schawlow
 1975
 pág 174 → 299

Cuando se tiene una molecula diatómica, el vector del momento angular L no es constante sino solo su proyección sobre el eje internuclear

Σ es la proyección del spin neto del electron sobre el eje internuclear.

$\Omega = |\Delta + \Sigma|$ Proyección del momento angular total sobre el eje internuclear

O = momento angular debida al movimiento del nucleo de la molecula,

$N =$ momento angular ^{orbital} total $= L + 0$

$J =$ momento angular tomando en cuenta el espín del electron $= N + S$

$F = J + I$

$I =$ espín del núcleo

Δ toma los valores $0, 1, 2, 3, \dots$ y se los denomina $\Sigma, \Pi, \Delta, \Phi$

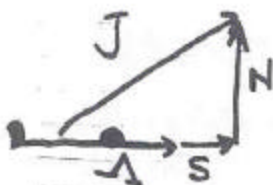
La molécula ~~de~~ de OH tiene 9 electrones por lo que su espín neto es de $S = 1/2$. Entonces pueden existir dos estados $\Sigma = (2S+1) = 2$



lo cual nos desdobra un nivel degenerado en dos por ejemplo

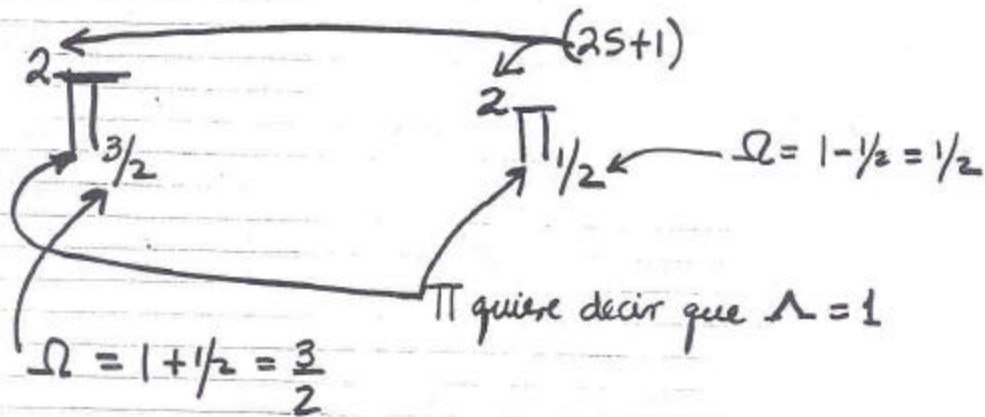
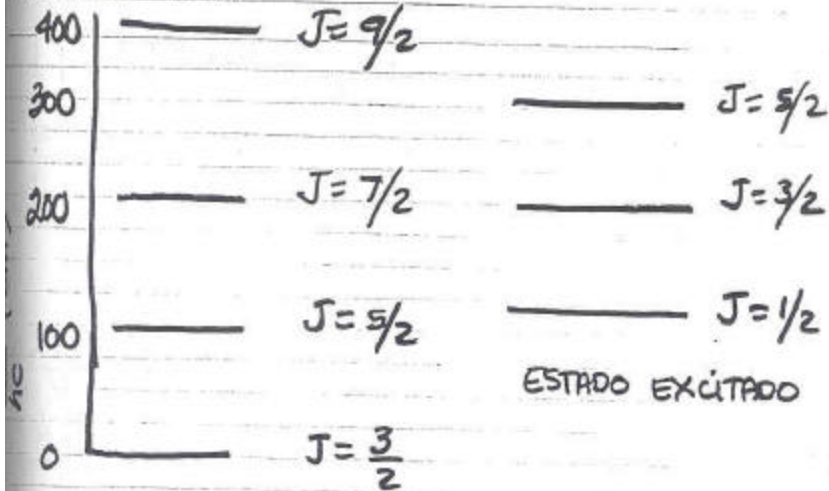


Además también se debe de analizar el acoplamiento entre los movimientos electrónicos y rotacionales



J toma valores $\Omega, \Omega+1, \Omega+2, \dots$

Entonces los estados energéticos serán para el radical OH

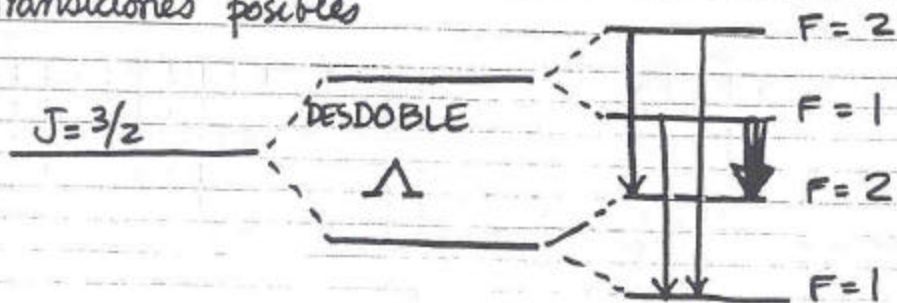


Debido a que $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ ($I = 1/2$) entonces se DESDOBLA cada nivel de Λ en un total de 4 niveles:

$\Omega = \Lambda - S$	junto con	$F = J - I$
$\Omega = \Lambda - S$	✓ ✓	$F = J + I$
$\Omega = \Lambda + S$	✓ ✓	$F = J - I$
$\Omega = \Lambda + S$	✓ ✓	$F = J + I$



Así por ejemplo el estado $^{211}\text{P}_{3/2}$ tiene cuatro transiciones posibles



la transición denotada \Downarrow se conoce como

$$^{211}\text{P}_{3/2}, J=3/2, F=1 \rightarrow F=2$$

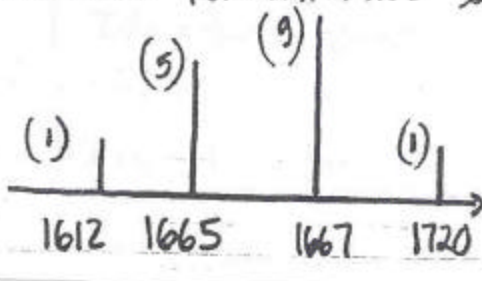
con una frecuencia $\nu_0 = 1612.231 \text{ MHz}$.
 (esta transición se observa principalmente en Estrellas gigantes o supergigantes rojas ~~en~~ junto con la transición $F=2 \rightarrow F=2$).

Las transiciones

$$^{211}\text{P}_{3/2}, J=3/2, F=1 \rightarrow F=1 \quad \nu_0 = 1665. \text{ MHz}$$

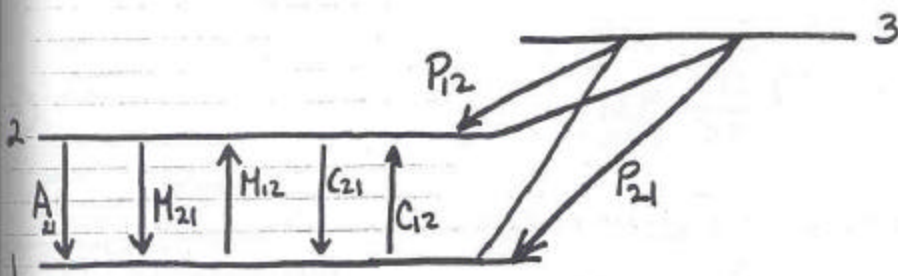
$$F=2 \rightarrow F=2 \quad \nu_0 = 1667. \text{ MHz}$$

son observadas principalmente hacia REGIONES HII compactas. (si estas líneas se observaran en regiones donde existiere EQUILIBRIO TERMODINAMICO su intensidad relativa será:



ESTO NO
 SE OBSERVA
 EN EMISION
MASER

Sean los niveles involucrados en la emisión los denominados 1 y 2 (inferior y superior respectivamente) el nivel 3 es representativo de todos los niveles "ligados" a los niveles 1 y 2 en la escalera de niveles energéticos.



donde $M_{12} = B_{12} I \frac{\Omega_m}{4\pi}$

coeficiente de absorción sobre el ángulo sólido del MASER Ω_m sopesado por los 4π de isotropía. ($I \Omega_m / 4\pi$) es la intensidad promedio.

$$M_{21} = B_{21} I \frac{\Omega_m}{4\pi}$$

C_{12} = coeficientes de colisión que "mandan" gente del nivel 1 al 2

C_{21} = coeficiente de colisión que "manda" gente del nivel 2 al 1

A_{21} = coeficiente de EMISIÓN ESPONTÁNEA

P_{12} = coeficiente que toma en cuenta otros procesos para mandar gente del nivel 1 al 2.

P_{21} = coeficiente que toma en cuenta otros procesos para mandar gente del nivel 2 al 1.

(19)

En general tenemos (considerando la línea en su centro) *

$$\frac{dI_\nu}{dl} = -K_\nu I_\nu + j_\nu \quad (2)$$

$$K_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \frac{1}{\Delta\nu_0} (n_1(\nu) B_{12} - n_2(\nu) B_{21}) \quad (3)$$

$$j_\nu = n_2(\nu) \frac{h\nu}{4\pi} \frac{A_{21}}{\Delta\nu_0} \quad (4)$$

$$B_{12} = \frac{g_2}{g_1} B_{21} \quad (5)$$

$$A_{21} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{21} \quad (6)$$

así que $B_{21} I = A \frac{c^2}{2h\nu^3} \cdot \frac{2kT\nu^2}{c^2} = A \left(\frac{kT}{h\nu} \right)$

pero en el Regimen de Rayleigh Jeans $\frac{kT}{h\nu} \gg 1$

∴

$$A \left(\frac{kT}{h\nu} \right) \gg A \quad \text{por lo que uno}$$

puede despreciar A con respecto a $B_{21} I$.

* considerar la línea a la frecuencia central
quiere decir que evaluemos $f(\nu)$ a la frecuencia
 ν_0 y entonces $f(\nu) \approx \frac{1}{\Delta\nu_0}$

$$f(\nu) d\nu \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{2\sigma^2}\right) d\nu$$

$$\sigma = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{kT_e}{mc^2}}$$

$$\Rightarrow f(\nu) d\nu \approx \frac{1}{\Delta\nu_0} e^{-\frac{4\ln 2 (\nu-\nu_0)^2}{\Delta\nu_0^2}}$$

→ f(ν) ≈ 1

Substituyendo (3), (4), (5) y (6) en (2) tenemos:

$$\frac{dI_0}{dt} = \left[-B_{12} n_1(\nu) + B_{21} n_2(\nu) \right] \frac{I_0 h\nu}{\Delta\nu_0 4\pi} + \frac{h\nu}{4\pi} \frac{n_2(\nu)}{\Delta\nu_0} A_{21} \quad (7)$$

$$= \frac{h\nu}{4\pi} \frac{1}{\Delta\nu_0} \left\{ \left[B_{21} n_2(\nu) - B_{12} n_1(\nu) \right] I_0 + A_{21} n_2(\nu) \right\} \quad (8)$$

$$= \frac{h\nu}{4\pi} \frac{B_{12}}{\Delta\nu_0} \left(\frac{B_{21} n_2(\nu)}{B_{12}} - n_1(\nu) \right) I_0 + \frac{h\nu}{4\pi} \frac{1}{\Delta\nu_0} A_{21} n_2(\nu) \quad (9)$$

pero $\frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2}$

$$\frac{dI_0}{dt} = \frac{h\nu}{4\pi} \frac{B_{12}}{\Delta\nu_0} \left[\frac{g_1}{g_2} n_2(\nu) - n_1(\nu) \right] I_0 + \frac{h\nu}{4\pi} \frac{A_{21} n_2(\nu)}{\Delta\nu_0} \quad (10)$$

Ahora bien, si consideramos nuestro sistema de "tres" niveles en "equilibrio de población" * esto significa que la población en el nivel superior (2) será aquella ~~que~~ diferencia entre los procesos que elevan gente hacia ese nivel menos los procesos que desalojan gente del mismo:

$$n_2(\nu) [C_{21} + M_{21} + P_{21} + A_{21}] = n_1(\nu) [C_{12} + M_{12} + P_{12}] \quad (11)$$

$$n_2(\nu) (C_{21} + M_{21} + P_{21}) = n_1(\nu) [C_{12} + M_{12} + P_{12}] \quad (12)$$

ya que podemos despreciar A_{21} en comparación con M_{21} .

$$\frac{dn_2}{dt} = 0$$

pero $\frac{C_{12}}{C_{21}} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu}{kT_c}} \approx \frac{g_2}{g_1}$ (en el régimen de Rayleigh-Jeans)

$$\frac{M_{12}}{M_{21}} = \frac{B_{12}}{B_{21}} \approx \frac{g_2}{g_1}$$

$$\Rightarrow n_2 \left(C_{12} \frac{g_1}{g_2} + \frac{g_1}{g_2} M_{12} + P_{21} \right) = n_1 (C_{12} + M_{12} + P_{12})$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{C_{12} + M_{12} + P_{12}}{\frac{g_1}{g_2} (C_{12} + M_{12}) + P_{21}} \quad (14)$$

$$n = \frac{n_1}{g_1} + \frac{n_2}{g_2} \equiv \text{POBLACIÓN TOTAL} \quad (15)$$

$$n = \frac{n_1}{g_1} \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \frac{g_1}{g_2} \right) \quad (16)$$

$$\Delta n = \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} \quad \text{INVERSIÓN DE POBLACIÓN} \quad (17)$$

En su tarea #12 Uds demostrarán que

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{g_1 P_{12} - g_2 P_{21}}{g_1 P_{12} + g_2 P_{21} + 2(M+C)} \quad (18)$$

if en el caso en el que el proceso P_{12}, P_{21} sea el dominante entonces

$$\frac{\Delta n_0}{n} = \frac{g_1 P_{12} - g_2 P_{21}}{g_1 P_{12} + g_2 P_{21}} \equiv \text{"EFICIENCIA DE BOMBEO"}$$

Este término "eficiencia de Bombeo" se refiere a que es el proceso que manda gente del nivel 1 al nivel 2 INDIRECTAMENTE pasando por todos los niveles involucrados y en nuestro ejemplo será el nivel 3.

$$\Delta n = \frac{\Delta n_0}{1 + \frac{2(C+M)}{\rho}} \quad (19)$$

Substituyendo (19) en (10) y con una adecuada substitución de variables Uds demostrarán en su tarea que la ecuación de transparencia se puede expresar como

$$\frac{dI_0}{dl} = \frac{\alpha_0 I_0}{1 + \frac{I_0}{I_s}} + \epsilon \quad (20)$$

la solución de la cual la podemos analizar en sus dos casos límites

i) $I_s \gg I$ donde I_s es la intensidad de saturación

$$\frac{dI_0}{dl} = \alpha_0 I_0 + \epsilon$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I = I_0 e^{\alpha_0 l} + \frac{\epsilon}{\alpha_0} (e^{\alpha_0 l} - 1) & (21a) \\ T_R = T_0 e^{\alpha_0 l} + |T_s| (e^{\alpha_0 l} - 1) & (21b) \end{cases}$$

(23)

$$\text{donde } |T_{50}| = \frac{\epsilon}{\alpha} \frac{\lambda^2}{2h}$$

$T_0 e^{\alpha_0 l} \Rightarrow$ la Intensidad de fondo AMPLIFICADA

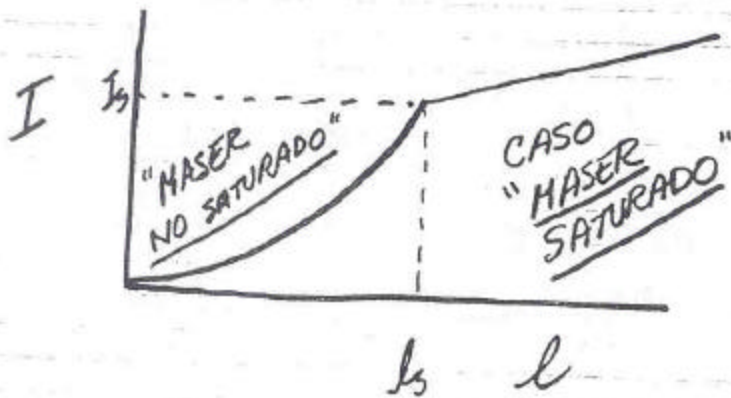
$|T_{50}|(e^{\alpha_0 l} - 1) \Rightarrow$ emisión espontánea AMPLIFICADA

ii) $I_s \ll I$ entonces

$$\frac{dI}{dl} = \alpha_0 I_s + \epsilon \quad (22)$$

$$I = (\alpha_0 I_s + \epsilon) l + I_0' \quad (23)$$

el crecimiento en la intensidad es lineal
En este caso se dice que el MASER está SATURADO.



(24)
Se tiene en general para el caso "no saturado"

$$T_B(\nu) = T_0 e^{\alpha(\nu)l} \quad (24)$$

donde $\alpha(\nu) = \alpha_0 e^{-4 \ln 2 \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_0} \right)^2}$ (25)

$$\Rightarrow T_B = T_0 e^{\alpha(\nu)l} = T_0 e^{\alpha_0 l e^{-4 \ln 2 \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_0} \right)^2}} \quad (26)$$

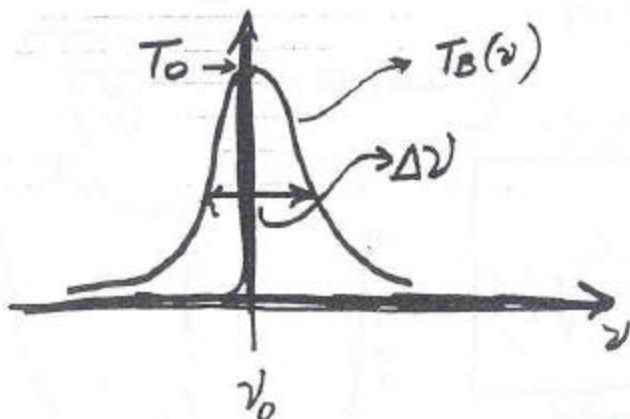
de donde el ancho de una línea maser será

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\nu_0}{\sqrt{\alpha_0 l}} \quad (27)$$

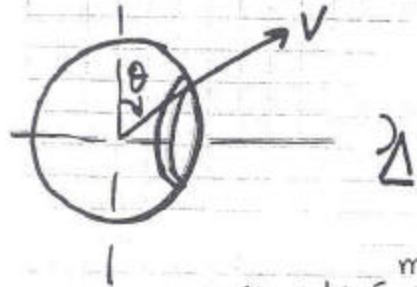
O sea que EXISTE UN ANGOSTAMIENTO en el ancho de la línea debido al factor de amplificación

para $\nu = \nu_0$ $T_B(\nu = \nu_0) = T_0 e^{\alpha_0 l}$

$$\frac{T_B}{T_0} \approx 10^{10} \Rightarrow \alpha_0 l \approx 25$$



La estructura doble vista en el espectro de una ESTRELLA EVOLUCIONADA podria explicarse en terminos de una CASCARA en EXPANSION

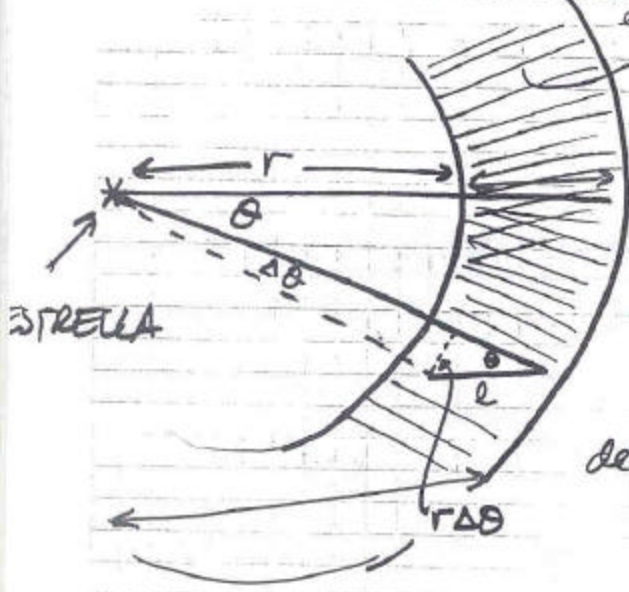


$$v = -V \cos \theta$$

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial \theta} \Delta \theta = V \sin \theta \Delta \theta = \Delta v_D$$

menor o igual al Δv ^{propuesta} de otra forma se saldría de la línea espectral estudiada. Ver Reid et al.

CASCARA EXPANDIENDOSE A VELOCIDAD V.



$$r \Delta \theta = l \sin \theta$$

$$\Delta \theta = \frac{l}{r} \sin \theta$$
$$\Delta v_D = \left(V \sin^2 \theta \frac{l}{r} \right)$$

de donde $l = \frac{r}{V} \Delta v_D \sin^{-2} \theta$

pero de (28)

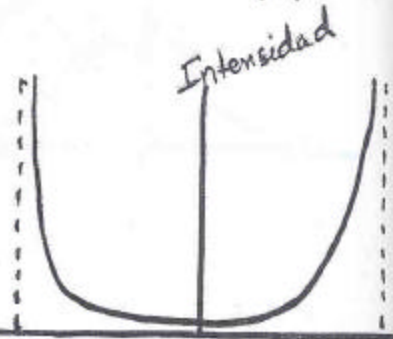
$$\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}$$

Reid et al. Ap.J. (1977) 214, 59

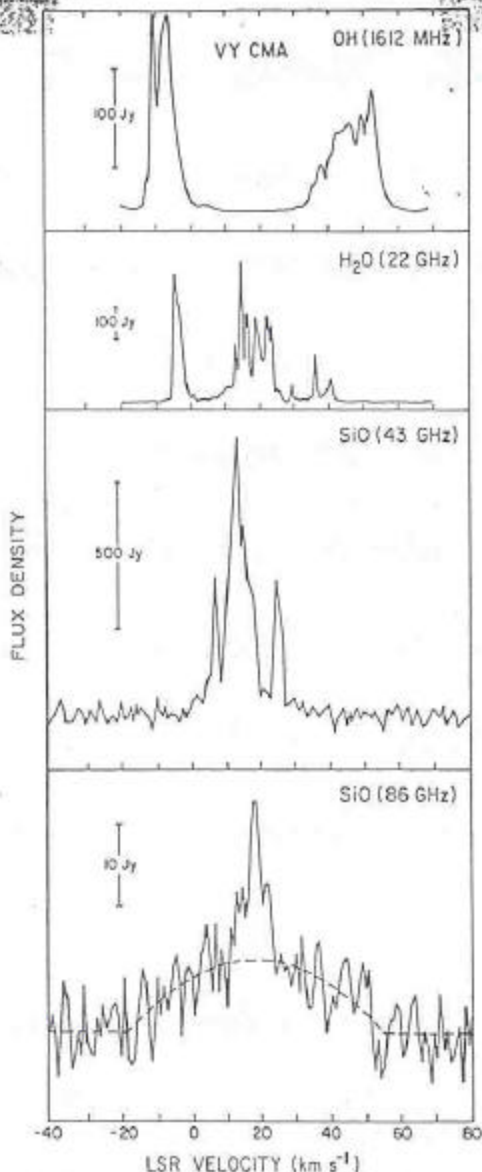
l es solo la distancia sobre la cual hay amplificación

$$l = \frac{r}{V} \Delta v_D \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{V^2}} \right)$$

donde V_0 sería la velocidad de la estrella \Rightarrow



(26)



Espectro de
la estrella
VY CMA
(Estrella
Super gigante
Roja)

Figure 7 Spectra of maser emission from VY Canis Majoris. From top to bottom: OH (Reid & Muhleman 1978), H₂O (Rosen et al. 1978), SiO ($v = 1, J = 1 - 0$) (Snyder & Buhl 1975), and SiO ($v = 0, J = 2 - 1$) (Reid & Dickinson 1976). The parabolic profile (dashed line) in the bottom spectrum fits the thermal SiO emission whose velocity centroid is probably the stellar velocity. A weak maser feature appears near 18 km s⁻¹. It is the only known maser in the ground vibrational state of SiO (Buhl et al. 1975).

tomado de la referencia 3)

(21)

Como siempre los campos tanto TEORICO como OBSERVACIONAL están todavía abiertos a cuestiones preguntas y fenómenos acerca de los maseres que todavía no se entienden como sería:

a) ¿Cual es el mecanismo de "BOMBEO", que provoca la INVERSION DE POBLACIÓN?

b) ¿Porqué se observa una variación tal alta de la Intensidad con el tiempo?

c) ¿Donde se encuentran los maseres individuales que se observa que tienen una gran variación temporal?

d) ¿Cual es la estructura magnetica en las regiones donde existen maseres?

e) ¿Cuales son las diferencias FISICAS en las emisiones maser de SiO, H₂O, OH y CH₃OH?

Estas son solo algunas tópicos que se tratarán de contestar usando técnicas INTERFEROMETRICAS de BASE MUY LARGA en los proximos años.

MAGNETIC FIELD STRUCTURE OF THE STAR-FORMING REGION W3(OH): VLBI SPECTRAL LINE RESULTS

J. A. GARCÍA-BARRETO

Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México; and Research Laboratory of Electronics,
Massachusetts Institute of Technology

B. F. BURKE

Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology

M. J. REID AND J. M. MORAN

Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics

A. D. HASCHICK

Haystack Observatory; and Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics

AND

R. T. SCHILIZZI

Netherlands Foundation for Radio Astronomy

Received 1987 June 29; accepted 1987 September 14

ABSTRACT

We have conducted a six-station, very long baseline interferometric (VLBI) observation of the ground state 1665 MHz OH emission source in W3(OH) with full polarization information. We have been able (1) to produce spectral line VLBI synthesis maps in all Stokes parameters; (2) to identify several Zeeman pairs; (3) to determine the percent of linear, circular, and total polarization of the emission of each feature; and (4) to infer some information about the three-dimensional structure of the magnetic field.

Eighty-one maser components stronger than 1.5 Jy were detected. Sixty-five exhibited pure circular polarization: 46 were left circularly polarized and 19 were right circularly polarized. Sixteen features had elliptical polarization. Ten of these features were more than 70% polarized and had more circular polarization than linear polarization. Six features were less than 60% polarized, and three of these had linear polarization greater than circular polarization. The partially elliptically polarized features may be σ components with intrinsic Faraday rotation inhibiting the growth of linear polarization. Five Zeeman pairs were detected. The line widths varied from 0.15 km s^{-1} to 0.55 km s^{-1} and showed no clear correlation with strength, polarization, or size of the maser feature. No features were detected having "pure" linear or unpolarized emission that might have been identified as π components.

Our observations suggest that the OH cloud is permeated with a magnetic field having an average strength of 6 mG pointing away from Earth and with a SE-NW projected orientation on the plane of the sky.

Subject headings: interferometry — interstellar: magnetic fields — masers — nebulae: individual (W3) — polarization — Zeeman effect

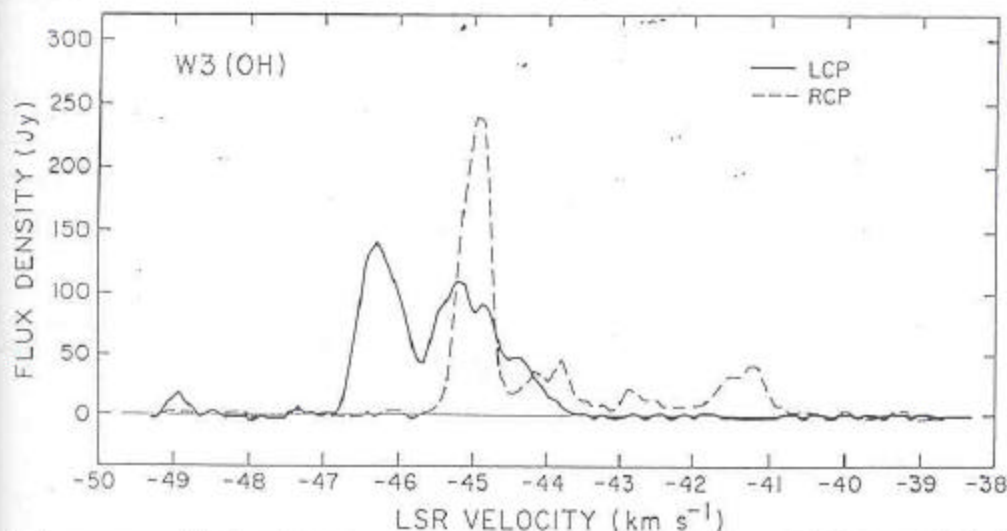


Fig. 4.—Single-antenna spectra of the right and left circular polarization of the maser emission at 1665 MHz (${}^2\Pi_{3/2}, J = 3/2, F = 1-1$ transition) from W3(OH)

GARCÍA-BARRETO ET AL.

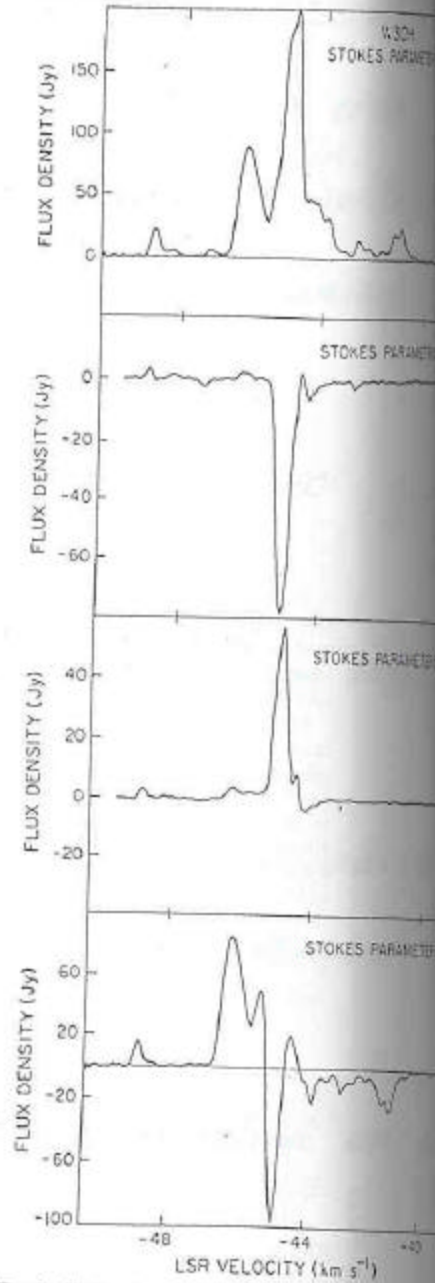
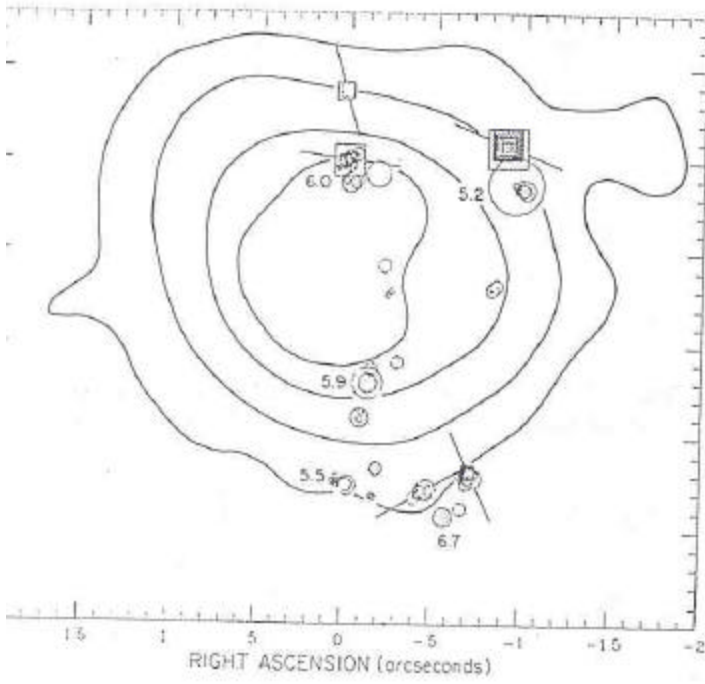


FIG. 5.—Single-antenna spectra of the Stokes parameters I, Q, U, V of the OH maser emission from W3(OH), as observed at NRAO BBS.

García Barreto et al 1988 ApJ 326

H₂O MASERS IN W49N. I. MAPS

R. C. WALKER

National Radio Astronomy Observatory,¹ Charlottesville, Virginia

D. N. MATSAKIS

University of California, Berkeley

AND

J. A. GARCIA-BARRETO

Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology

Received 1981 May 15; accepted 1981 October 6

ABSTRACT

A multiple point fringe rate map of H₂O masers in W49N is presented that shows the locations of 386 separate features. The principal results, readily apparent in the map, are the clear separation of positive and negative high-velocity features and the presence of isolated features outside the centers of activity noted in earlier observations. The distribution of features suggests that the masers are seen in regions where material, which has been accelerated near a central star to velocities of up to a few hundred km s⁻¹, is interacting with a surrounding stationary or slowly moving medium.

Subject headings: interstellar: molecules — masers — nebulae: individual —
radio sources: identifications — stars: formation

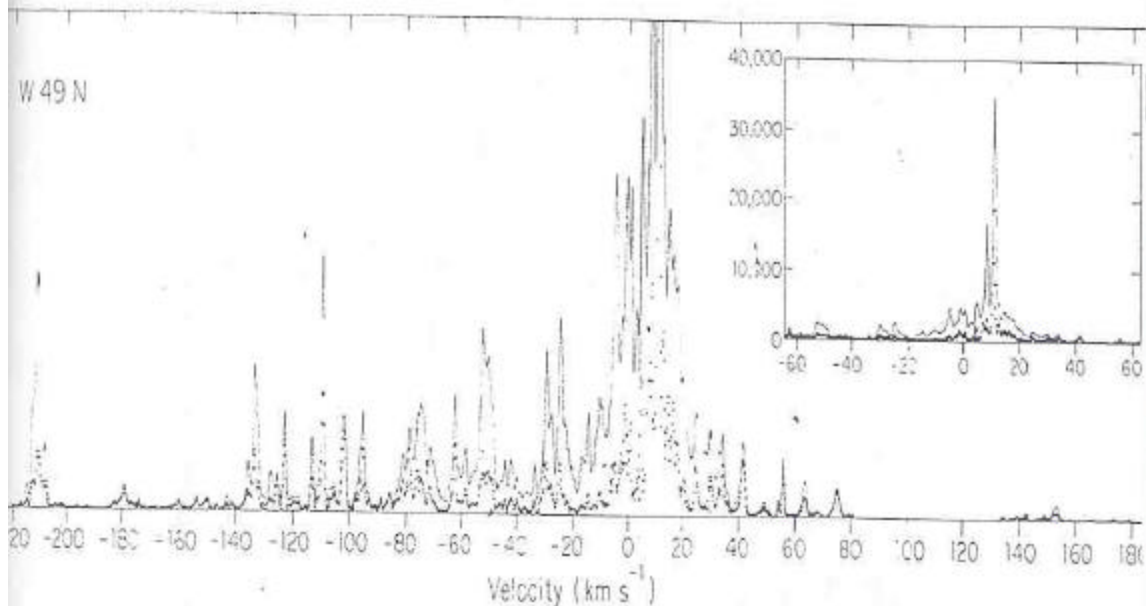


Fig. 1 is the total power spectrum of W49N in 1978 June. The symbols show the sum of flux densities in the map points at each velocity. The insert shows the spectrum with a ten times larger scale. The flux density scale is uncertain by a large factor as discussed in the text.

Walker et al. 1982 ApJ 255, 128

Walker et al. 1982 ApJ 255, 122

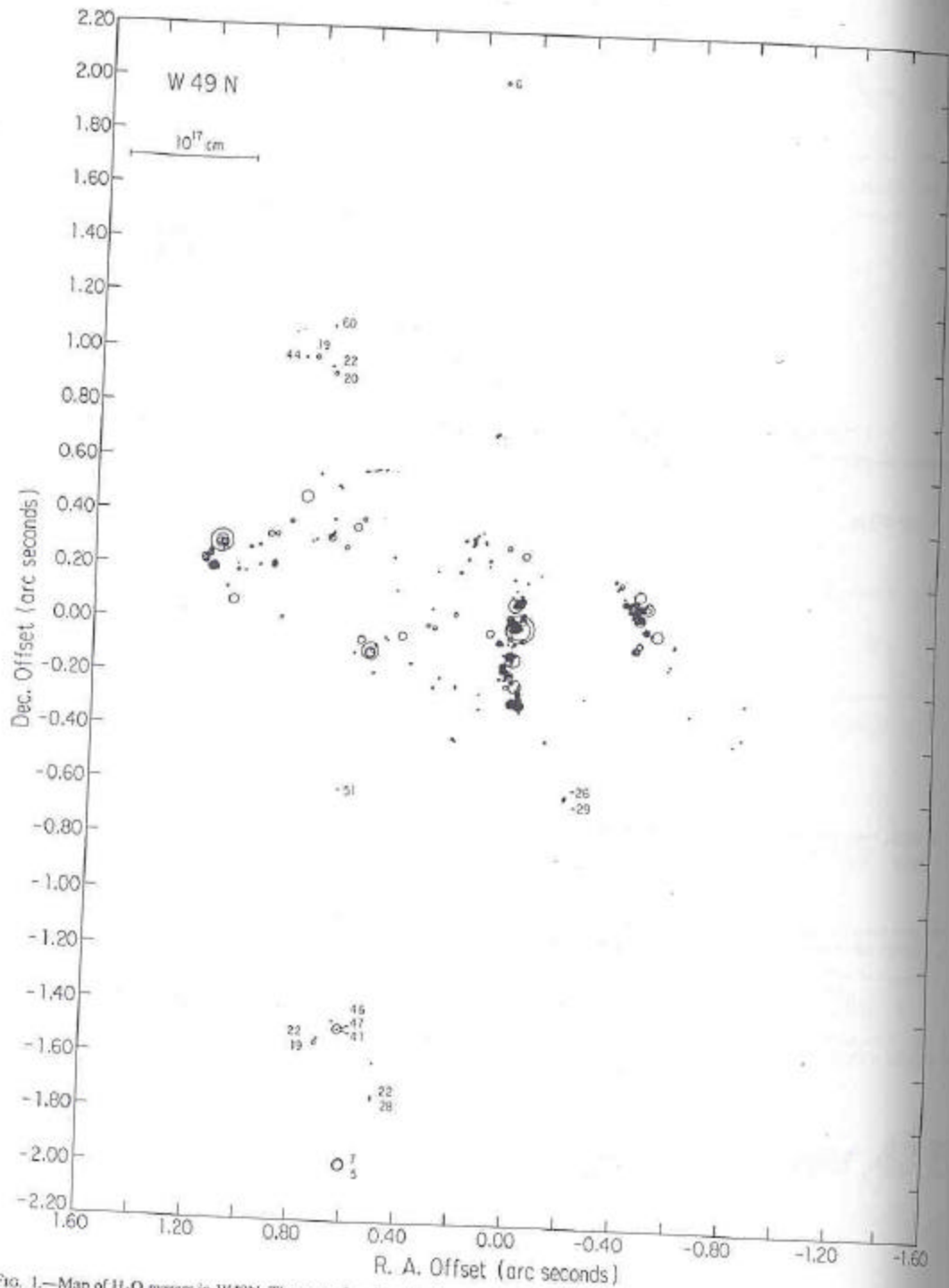


FIG. 1.—Map of H₂O masers in W49N. The area of each symbol is proportional to the flux density of the feature. The velocity, in km s⁻¹, of each feature that is not shown in smaller scale maps is written by the feature. The scales shown by the bars in all maps assume a distance of 14 kpc to W49N (Wilson 1975).

RADIO ASTRONOMÍA ()

SECCION #25

TEMA VII: RADIO ASTRONOMIA EXTRAGALACTICA: I.

"EMISION DE RADIO TIPO SINCROTRÓN"

BIBLIOGRAFÍA:

- 1) Capítulo 4.4 "ELECTROMAGNETIC Vibrations, WAVES AND RADIATION" por G. BEKEFI y A.H. BARRETT. MIT press 1977.
- 2) Capítulo 20 "CLASSICAL ELECTRICITY AND MAGNETISM" por W.K.H. PANOFSKI y H. PHILLIPS Addison-Wesley 1962.
- 3) Capítulo 14 "CLASSICAL ELECTRODYNAMICS" de J.D. JACKSON John Wiley & Sons. 1975.
- 4) Capítulo 7 "CLASSICAL ELECTROMAGNETIC RADIATION" de J.B. MARION Academic Press 1965.
- 5) Artículo en "Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics" página 315 1969. de V.L. GINZBURG y S.I. SYROVASKII
- 6) Capítulo 3.13 "COSMIC RADIO WAVES" de Shklovskiy Harvard Univ. Press 1960.
- 7) Capítulo 3 "RADIO ASTROPHYSICS" de Pacholczyk Freeman Co. 1970.

HA A TRATAR: 1) EMISION DEBIDA A PARTICULAS ACELERADAS:
1 EMISION SINCROTRÓNICA

(2)

El tema de esta lección lo será la ~~emisión~~ emisión debida a partículas aceleradas principalmente perpendicular a la velocidad de la partícula.

La interacción de partículas viajando a velocidades relativistas con las líneas de un campo magnético es lo que da origen a la emisión SINCRÓTRÓNICA o llamada también EMISIÓN tipo "MAGNETOBREESTRAHLUNG".

En realidad este tema pudo haberse tratado dentro del tema VI pero ~~no~~ no importa tanto dentro de que tema se trate. La emisión sincrotrónica ha sido observada tanto en FUENTES u OBJETOS GALACTICOS como lo serían los PULSARES, REMANENTES DE SUPERNOVA, como en la mayoría de los OBJETOS EXTRAGALÁCTICOS: GALAXIAS NORMALES, RADIO GALAXIAS, GALAXIAS ACTIVAS, QSO: CUASARES.

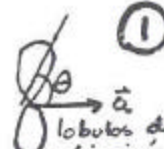
EN ESTA OCASION SE TRATARÁ DE INTRODUCIR EL TEMA DE EMISIÓN DE UNA PARTÍCULA MOVIÉNDOSE A VELOCIDADES BAJAS, DESPUÉS LA EMISIÓN DE UNA PARTÍCULA A ALTAS VELOCIDADES (relativistas) CON UNA ACELERACIÓN EN LA MISMA DIRECCIÓN QUE LA VELOCIDAD. DESPUÉS EL CASO DE TENER PARTÍCULAS RELATIVISTAS MOVIÉNDOSE ~~BAJO~~ BAJO UNA ACELERACIÓN PERPENDICULAR A LA VELOCIDAD. SE TRATARÁ DE OBTENER LAS

③

ECUACIONES RADIOASTRONOMICAS RELEVANTES.

HABÍAMOS ANALIZADO EN LA LECCIÓN #12 LA POTENCIA EMITIDA POR UNIDAD DE ANGULO SOLIDO (ver ecuación 15 de la LECCIÓN #12).

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi c^3} [\ddot{\vec{p}}]^2 \sin^2\theta$$

$\frac{dP}{d\Omega} \propto \sin^2\theta \Rightarrow$  ①

Si $\vec{p}(t') = \sum q_i \vec{r}_i$ momento de dipolo. En

nuestro caso digamos que es una partícula con una carga eléctrica e y una aceleración $\ddot{r} = a(t')$

Entonces la Potencia Emitida por unidad de ángulo sólido sería

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c^3} a^2(t') \sin^2\theta \quad \text{②}$$

Si integramos sobre todo el ángulo sólido (en coordenadas esféricas: $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$) tenemos

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{e^2}{4\pi c^3} a^2(t') \sin^2\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

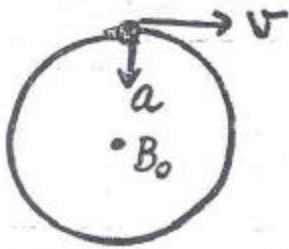
$$P(t) = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2(t')}{c^3}$$

ECUACION DE LARMOR ③

(4)

La Potencia total emitida por una partícula cargada acelerada y moviéndose a una velocidad NO relativista se obtiene integrando el "FLUJO de POYNTING (ver ecuación 13 de la lección #12) sobre el área de la esfera cuyo origen coincide con la posición instantánea de la partícula cargada. Esta potencia está expresada por la FORMULA DE LARMOR.

EMISION CICLOTRÓNICA: (aceleración perpendicular a la velocidad.)



Cuando un electrón se mueve bajo la influencia de un campo magnético, sufre una aceleración perpendicular a la dirección de movimiento. Esto se ejemplifica en el caso de una trayectoria circular. Cuando la velocidad v del electrón es baja (en comparación a la de la luz, $v \ll c$) entonces se dice que al sufrir una aceleración el electrón emitirá radiación y a esta se le denomina EMISIÓN CICLOTRÓNICA.

El electrón sufre una fuerza F que es

$$\vec{F}_m = \frac{e}{m} (\vec{v} \times \vec{B}_0)$$

(4)

(5)
Esta fuerza causa una aceleración al electron
cuya magnitud es $\frac{v^2}{R}$ donde R es la
distancia del electron a las lineas del campo
magnético: igualando fuerzas tenemos:

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{R} = \frac{e}{c} v B_0 \quad (5)$$

de donde

$$R = \left(\frac{mv}{eB_0} \right) c \quad (6)$$

y la aceleración será

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{\left(\frac{mv}{eB_0} \right) c} = \frac{v}{mc} eB_0$$

$$a = \frac{ev}{mc} B_0 \quad (7)$$

la frecuencia de ciclotrón $\omega_c = \frac{v}{R}$, nos quedaría

$$\omega_c = \frac{eB_0}{mc} \quad (8)$$

Substituyendo (8) en (7) nos daría

$$a = v \omega_c \quad (9)$$

Substituyendo (9) en (3), la potencia total será

$$P_{\text{ciclotrón}} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} v^2 \omega_c^2 \quad (10)$$

o también

$$P_{\text{ciclotron}} = \frac{2}{3} \frac{e^4 v^2}{m^2 c^3} B_0^2$$

para un electron con $v \ll c$.

Cuando la aceleración es ~~perpendicular~~ paralela a la velocidad la ecuación (2) es válida, es decir

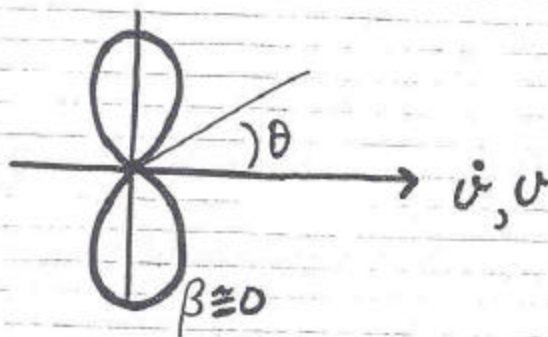
$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{4\pi c^3} \sin^2 \theta$$

Sin embargo cuando el electron se mueve a velocidades relativistas ($v \lesssim c$)

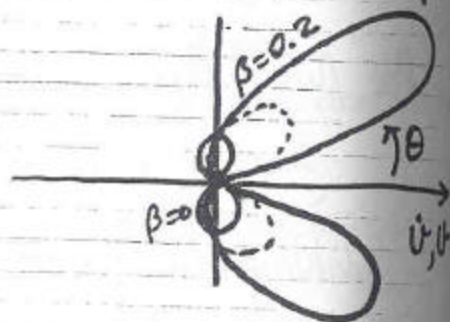
ver Jackson

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2 a^2 \sin^2 \theta}{4\pi c^3 (1 - \beta \cos \theta)^5}$$

donde $\beta = \frac{v}{c}$. Entonces los patrones de radiación cuando $\vec{a} \parallel \vec{v}$ son



NO RELATIVISTA
 $\beta \approx 0$



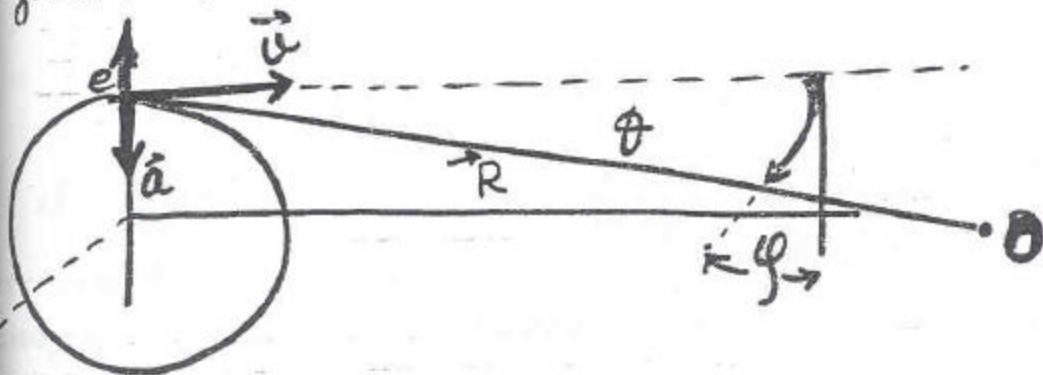
CASO RELATIVISTA
 $\beta \neq 0$

En el caso de tener partículas moviéndose a velocidades relativistas ($v \approx c$) la emisión de ciclotrón se convierte en emisión SINCROTRONICA y la ecuación que expresa la potencia por unidad de ángulo sólidos es ver Jackson

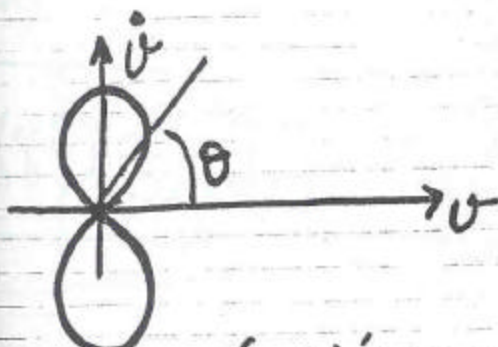
$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2 a^2}{4\pi c^3} \frac{(1 - \beta \cos\theta)^2 - (1 - \beta^2) \sin^2\theta \cos^2\phi}{(1 - \beta \cos\theta)^5}$$

(14)

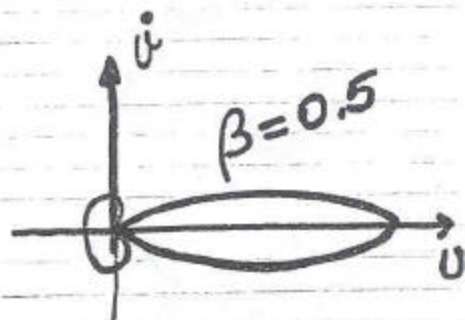
donde los ángulos θ y ϕ están definidos de la siguiente manera



de tal forma que los PATRONES DE RADIACION serían:



$\beta \approx 0$ (EMISIÓN CICLOTRÓNICA)



RELATIVISTA

EMISIÓN SINCROTRÓNICA

La Potencia total emitida por un electrón será

$$P = \frac{2e^2 a^2}{3c^3} \frac{1}{(1-\beta^2)^2} \quad (15)$$

$$= \frac{2}{3} \frac{r_0}{c} \frac{\omega_0^4}{c^2} \gamma^4 (m_0 c^2) r^2 \quad (16)$$

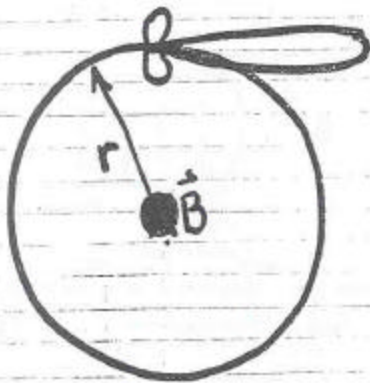
$$= \frac{2}{3} \left(\frac{\omega_0^2 r_0}{c} \right) \beta^2 \gamma^4 \quad (16a)$$

(donde $r_0 = \frac{e^2}{m_0 c^2}$ es el "radio clásico del electrón")

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m}{m_0}$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{e\omega_0 r}{c}$$

Si el movimiento es circular con un radio "r" perpendicular al campo magnético \vec{B} entonces $\omega_0 = \frac{eB}{m_0 \gamma c}$



entonces la Potencia radiada será

$$\frac{P}{m_0 c^2} = \frac{2}{3} \left(\frac{eB}{m_0} \right)^2 \left(\frac{r_0}{c} \right) (\beta \gamma)^2 \quad (17)$$



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E}{m_0 c^2}$$

⇒ entre mas cerca sea v de c

MENOR será el angulo a través del cual se emite la radiación.

$$1 - \frac{v}{c} = \frac{1 - v/c}{1 + v/c} = \frac{1 - v^2/c^2}{1 + v/c}$$

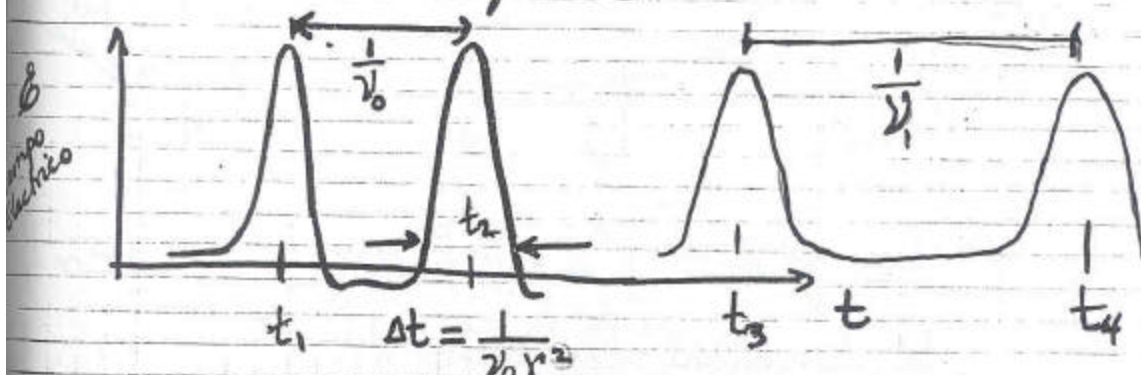
$$1 - \frac{v}{c} \approx \frac{1}{2\gamma^2} \approx \frac{1}{\gamma^2} \frac{1}{1 + v/c}$$


el electron solo radiará en una dirección dada por un tiempo $\Delta t = \frac{1}{\nu_0 \gamma^4}$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\gamma} \quad t' \approx \frac{t}{\gamma}$$

donde $2\pi\nu_0$ es la frecuencia de ciclotrón (ecuación (8)).

lo que un observador observaría (valga la redundancia) sería una serie de pulsos



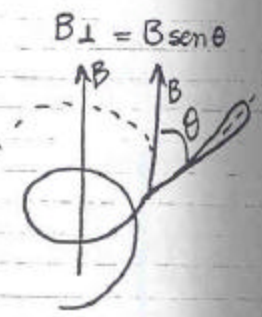
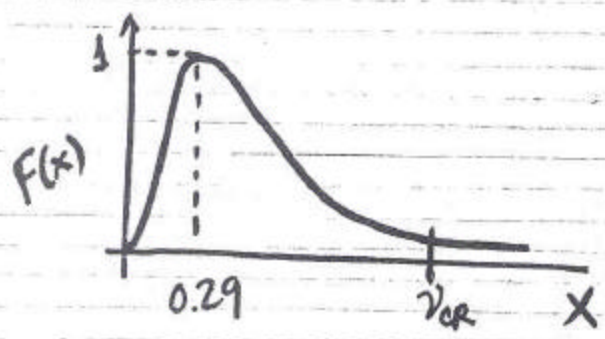

 $\nu_0 \approx 2.8 |\vec{B}| \text{ MHz} \quad (10) \quad \propto |\vec{B}| \text{ en gauss.}$
 $2\pi \nu_0 = \frac{e}{mc} B$

Recordemos que todas estas expresiones no dan la potencia P en función del tiempo. Sin embargo si se desea el ESPECTRO DE POTENCIA es decir la Potencia en función de la frecuencia entonces hay que regresarse tomar la transformada de Fourier del POTENCIAL VECTORIAL (ecuación 5 lección 12) de tal forma que nos quedaría algo así:

$$P(\nu) d\nu = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \frac{e^3 B_{\perp}}{mc^2} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) d\nu \quad (18)$$

donde $F(x) = x \int_x^{\infty} K_{5/3}(t) dt$

FUNCIÓN DE BESSEL MODIFICADA DE ORDEN 5/3



$\gamma \nu_{cr} = \gamma^2 \nu_0 \approx \gamma^2 2.8 |\vec{B}| \text{ MHz} \quad \Delta t \sim \frac{1}{\nu}$
 $\nu_{cr} \approx 1.12 \times 10^3 \frac{|\vec{B}|}{E^2} \text{ Hz.}$

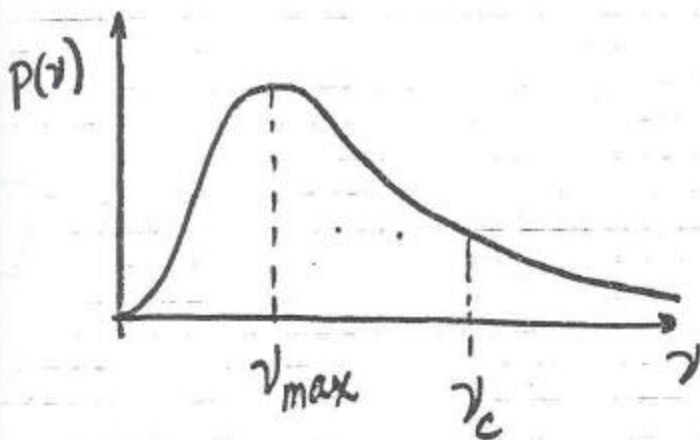
(11)

Supongamos $E = 10^9 \text{ eV}$
 $B = 10^{-4} \text{ gauss}$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{10^9}{.5 \times 10^6} \sim 2000 \Rightarrow \theta = 100''$$

$$\Rightarrow \nu_0 = 280 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow \nu_c \approx 1.1 \times 10^9 \text{ Hz}$$



En la clase siguiente se verá la potencia debida
a un CONJUNTO DE PARTICULAS CARGADAS.

RADIO ASTRONOMÍA

SECCION. # 26

TEMA VII: Radio Astronomía Extragaláctica. II:
EMISION TIPO SINCROTRÓN 2a. Parte.

- bibliografía:
- 1) Capitulo 3,4,5,6 "RADIO ASTROPHYSICS" de Pacholczyk.
 - 2) Capitulo 12 "GALACTIC AND EXTRAGALACTIC ASTRONOMY" de Kellermann y Verschuur.
 - 3) Artículo en "Ann. Rev. Astron. Astrophys." 1969 pag 375 por GINZBURG y SYROVATSKI

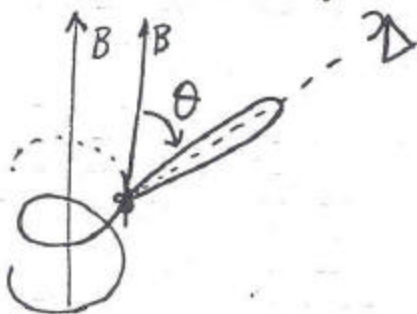
- TEMAS A TRATAR:
- 1) POTENCIA EMITIDA POR UN SOLO ELECTRON
 - 2) POTENCIA EMITIDA POR UN CONJUNTO DE ELECTRONES.
 - 3) DENSIDAD DE FLUJO EN LOS CASOS
 - i) OPTICAMENTE GRUESO
 - ii) ✓ DELGADO
 - 4) DEFINICIÓN DEL ÍNDICE ESPECTRAL α
 - 5) ESPECTROS OBSERVADOS DE FUENTES EXTRAGALACTICAS.
 - 6) EFECTO SUPRAHÍMNICO

(2)

La potencia (en función de la frecuencia) de un solo electron está expresada como

$$P(\nu, E, \theta) d\nu = \sqrt{3} \frac{e^3 B_{\perp}}{m_0 c^2} F\left(\frac{\nu}{\gamma c}\right) d\nu$$

donde $B_{\perp} = B \sin \theta$ y θ está definido como



$$F\left(\frac{\nu}{\gamma c}\right) = \frac{\nu}{\gamma c} \int_{\frac{\nu}{\gamma c}}^{\infty} K_{5/3}(t) dt$$

En unidades CGS (Gaussianas) la pérdida de energía (Potencia) $\left(P = -\frac{dE}{dt}\right)$

es la integral de la expresión ① sobre todas las FRECUENCIAS

$$P(E) \equiv -\frac{dE}{dt} = \int_0^{\infty} P(E, \nu) d\nu = 2.34 \times 10^{-22} \left(\frac{\text{erg}}{\text{seg}}\right) B_{\perp} \int_0^{\infty} F\left(\frac{\nu}{\gamma c}\right) d\nu$$

~~$$P(E) \equiv -\frac{dE}{dt} = 2.34 \times 10^{-22} B_{\perp} \gamma c \int_0^{\infty} F(x) dx$$~~

La integral $\int_0^{\infty} F(x) dx = \frac{8\pi}{9\sqrt{3}}$ (5)

De tal forma que:

$$-\frac{dE}{dt} = 2.34 \times 10^{-22} B_{\perp}^2 \nu_c \frac{8\pi}{9\sqrt{3}} \quad (6)$$

$$\nu_{CR} = \frac{3}{4\pi} \frac{e}{mc} B_{\perp} \gamma^2 \quad (6a)$$

pero $\nu_{CR} = 6.266 \times 10^{18} \left(\frac{B_{\perp}}{\text{Gauss}}\right) \left(\frac{E}{\text{ergs}}\right)^2 \quad (7)$

$$\text{donde } \gamma = \frac{E}{mc^2}$$

ν_{CR} estará en Hz usando esta última expresión.

Si ν_{CR} la queremos expresada en 10^9 Hz y E en 10^9 eV entonces

$$\left(\frac{\nu_{CR}}{\text{GHz}}\right) = (1.6 \times 10^4) \left(\frac{B_{\perp}}{\text{Gauss}}\right) \left(\frac{E}{\text{GeV}}\right)^2 \quad (8)$$

Substituyendo (7) en (6) tenemos

$$\left(\frac{P(E)}{\frac{\text{ergs}}{\text{seg}}}\right) = -\frac{dE}{dt} = 2.36 \times 10^{-3} \left(\frac{B_{\perp}}{\text{Gauss}}\right)^2 \left(\frac{E}{\text{ergs}}\right)^2 \quad (9)$$

también

$$\left(\frac{P(E)}{\frac{\text{ergs}}{\text{seg}}}\right) = 6.08 \times 10^{-9} \left(\frac{B_{\perp}}{\text{Gauss}}\right)^2 \left(\frac{E}{\text{GeV}}\right)^2 \quad (10)$$

Las expresiones (9) y (10) expresan la potencia radiada por UN SOLO electron (es decir la pérdida de energía por unidad de tiempo).

Ahora consideremos la potencia emitida por un CONJUNTO

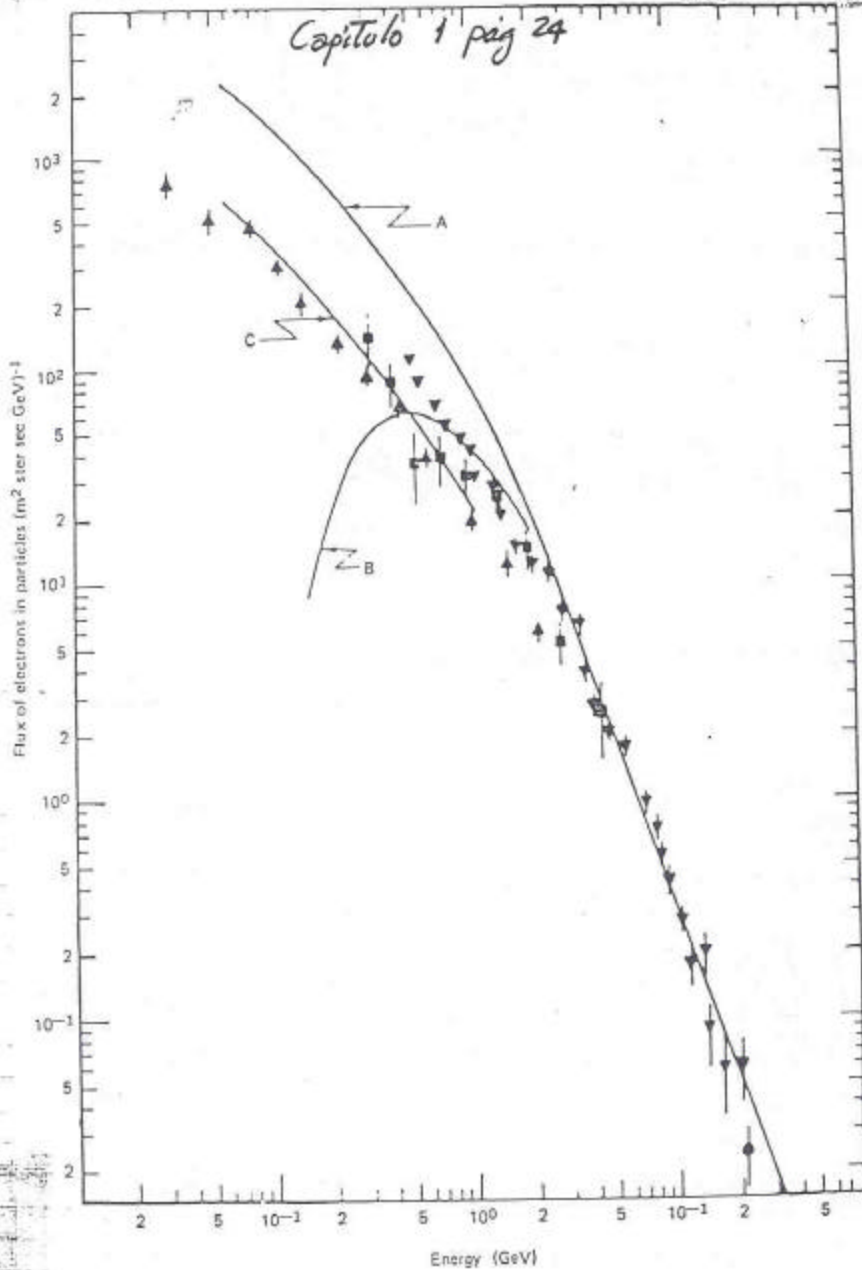
④

tomado de

"Galactic and Extra-Galactic Radio Astronomy"

Capítulo 1 pag 24

Flujo de electrones



$$N(E)dE \approx E^{-2.4} dE$$

Figure 1.7 Measurements of the differential energy spectrum of cosmic ray electrons. Curve A is the electron spectrum derived from observations of the galactic radio background. Curves B and C refer to modulated spectra expected near the Earth when curve A suffers rigidity-dependent or velocity-dependent modulation, respectively. (Anand *et al.*, 1968. *Nature* 217:25.)

Energía

3)

CONSIDERESE UN CONJUNTO DE ELECTRONES CON UNA DISTRIBUCION DE ENERGIAS DE LA FORMA

$$N(E) dE = K E^{-p} dE \quad E_1 < E < E_2 \quad (11)$$

donde K es una constante.

ES DECIR, EL NUMERO DE ELECTRONES ~~ES~~ ES UNA LEY DE POTENCIAS CON RESPECTO A LA ENERGIA POR LO MENOS EN UN RANGO DE ENERGIA DETERMINADO. VER FIGURA EN PAGINA ANTERIOR PARA DARSE UNA IDEA DE ESTA DISTRIBUCION TOMADA DE DATOS OBSERVACIONALES.

ENTONCES LA ENERGIA TOTAL RADIADA POR TODO EL CONJUNTO DE ELECTRONES SERA:

$$P_T(\nu) = \int P(E, \nu) N(E) dE \quad (12)$$

o SEA

$$P_T(\nu) \propto K \int P(E, \nu) E^{-p} dE \quad (13)$$

$$P_T(\nu) \propto K \int P(\gamma, \nu) \gamma^{-p} d\gamma \quad (14)$$

ya que $\gamma = \frac{E}{mc^2}$

Substituyendo (1) en (14) tenemos:

$$P_T(\nu) = 2.34 \times 10^{-22} K B_{\perp} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \gamma^{-p} d\gamma \quad (15)$$

Sea la substitución de variables $x = \frac{\nu}{\nu_c}$ (16)

pero de (6a)

$$\nu_c = \frac{3}{4\pi} \frac{e}{mc} B_{\perp} \gamma^2 \quad (17)$$

de donde

$$\gamma = K_2 B_{\perp}^{-1/2} \nu_c^{1/2} \quad (18)$$

donde

$$K_2 = \sqrt{\frac{1}{\frac{3e}{4\pi mc}}} \quad (19)$$

Substituyendo (16) en (18) se tiene:

$$\gamma = K_2 B_{\perp}^{1/2} \nu^{1/2} x^{-1/2} \quad (20)$$

de donde

$$d\gamma = -\frac{K_2}{2} B_{\perp}^{-1/2} \nu^{1/2} x^{-3/2} dx \quad (21)$$

Substituyendo (20) y (21) en (15) tenemos:

$$P_T(\nu) = 2.34 \times 10^{-22} \left(\frac{K}{2}\right) (-K_2)^{-(p-1)} B_{\perp}^{(p-1)/2} \nu^{-(p-1)/2} \int_0^{\infty} x^{(p-3)/2} F(x) dx \quad (22)$$

DE DONDE SE VE QUE LA DEPENDENCIA DE P_T EN ν ES DE

LA FORMA $P_T(\nu) \propto \nu^{-\frac{(p-1)}{2}} = \nu^{-\alpha}$ (23)

donde $\alpha = \frac{p-1}{2}$; si $p=2.4 \Rightarrow \alpha = 0.7$ (24)

$$P_T(\nu) \approx \nu^{-\alpha} \quad (25)$$

O sea que es una ley de potencias.

Ya que la distribución del número de electrones también es una ley de potencias, los electrones que mayor contribuyen ~~sea~~ a la potencia $P_T(\nu)$, son aquellos para los cuales su frecuencia característica es igual a la frecuencia considerada, es decir $\nu_c = \nu$.

Si asociáramos una temperatura T para cada frecuencia entonces $T = \frac{E}{k} \Rightarrow T = \frac{E_c}{k}$ (26)

pero de (18) $E_c = mc^2 k_e B_e^{-1/2} \nu_c^{1/2}$. (27)

entonces $T = \frac{mc^2}{k} k_e B_e^{-1/2} \nu_c^{1/2}$ (28)

Si consideramos el flujo a bajas frecuencias de tal forma que la fuente sea OPTICAMENTE GRUESA, (la intensidad estará gobernada por la ley de un cuerpo negro)

$$S = \frac{2k}{c^2} \nu^2 T \Omega \quad (29)$$

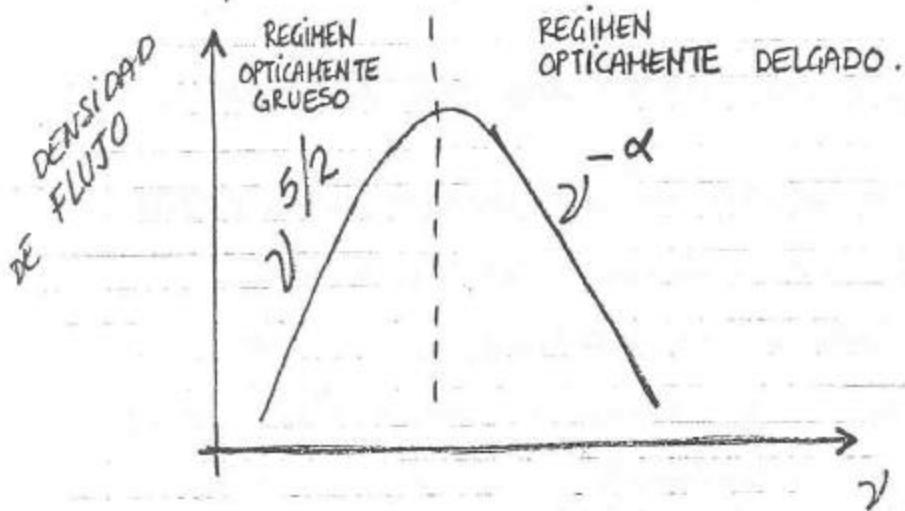
Substituyendo (28) en (29) tenemos:

$$S = 2mk_e B_e^{-1/2} \nu^{5/2} \Omega \quad (30)$$

S estará dado en $\text{ergs sec}^{-1} \text{cm}^{-2}$

(B)

el espectro se vería como:



Algunos espectros característicos se muestran a continuación

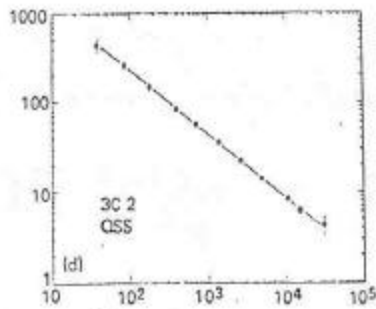
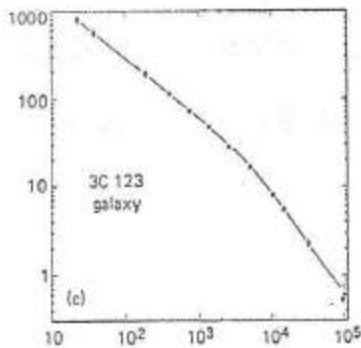
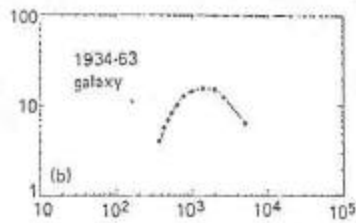
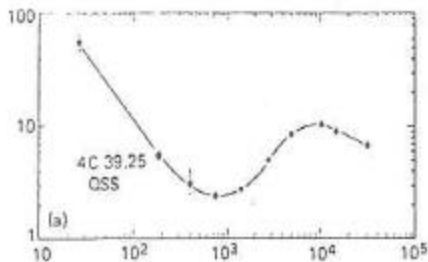
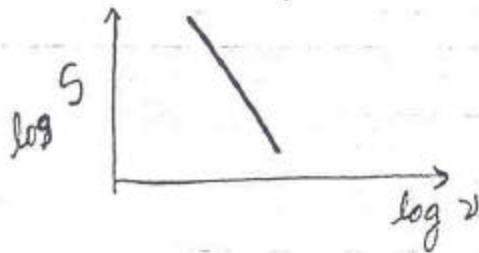


Figure 12.5 Radio-frequency spectra of four sources: (a) 4C39.25, Class CPX; (b) 1934-63, Class C_{max}; (c) 3C123, Class C-; (d) 3C2, Class S.

α se conoce como el ^(y) **ÍNDICE ESPECTRAL** y aunque en general los objetos muestran espectros complejos, EL **ÍNDICE ESPECTRAL** SE DEFINE COMO LA TANGENTE DE LA CURVA A UNA FRECUENCIA ν EN UN DIAGRAMA $\log S - \log \nu$

LOS ESPECTROS OBSERVADOS SE PUEDEN CLASIFICAR SEGUN SU APARIENCIA:

a) CLASE **S**: Espectro Lineal

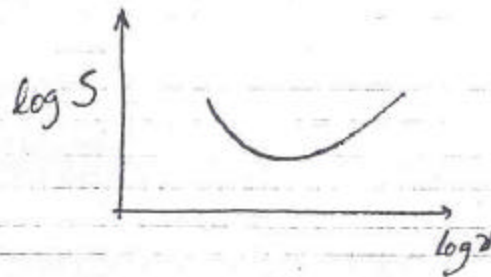
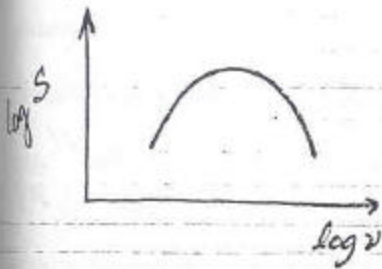


α promedio $\sim +0.8$

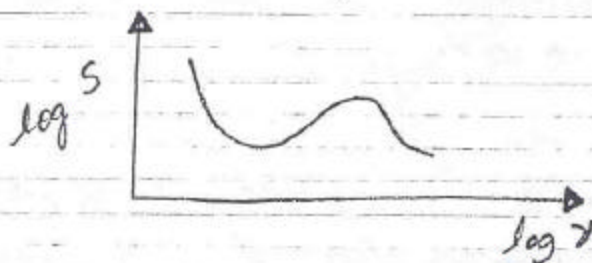
$-0.5 < \alpha < -1.3$

$$(S \propto \nu^\alpha)$$

b) CLASE **C**: Espectro Curvo



c) CLASE **CPX**: Espectro COMPLEJO



(10)

Aunque hay objetos galácticos que emiten radiación tipo SINCROTRÓN, ~~como lo son los~~ (como lo son los REHAYENTES DE SUPERNOVA), se cree (y también se ha observado) que casi toda la EMISIÓN de objetos EXTRAGALÁCTICOS es del tipo NO-TERMICA o SINCROTRÓNICA.

Un papel importante lo juega la IDENTIFICACIÓN OPTICA DE LOS OBJETOS EXTRAGALÁCTICOS QUE EMITEN RADIACIÓN SINCROTRÓNICA EN ONDAS DE RADIO.

Así la emisión de radio tipo sincrotron extragaláctica se ha identificado proveniente de: (en orden de menor a mayor luminosidad):

1) GALAXIAS ESPIRALES NORMALES (cuya emisión proviene principalmente del núcleo galáctico).

La ~~emisión~~ Luminosidad de estas galaxias es del orden de $10^{36} - 10^{38}$ ergs/seg,

2) GALAXIAS TIPO SEYFERT. Su luminosidad puede variar entre ~~10³⁹ - 10⁴¹ ergs/seg~~ $10^{39} - 10^{41}$ ergs/seg,

3) GALAXIAS ELIPTICAS (E) estas galaxias generalmente se encuentran en cúmulos galácticos y en general son el miembro más brillante. Su luminosidad puede variar entre $10^{40} \rightarrow 10^{45}$ ergs/seg.

4) GALAXIAS TIPO D. Estas galaxias son similares a las galaxias tipo E pero además tienen un "HALO" extendido,

(11)

5) dB o GALAXIAS TIPO DUMBELL las cuales contienen un nucleo DOBLE compartiendo un mismo HALO

6) GALAXIAS tipo N. Estas galaxias tienen un nucleo compacto y brillante con un espectro (optico) con FUERTES LINEAS DE EMISION, superimpuesto a una envolvente tenue.

7) QSO o CUASARES.

Durante los últimos años (20 quizás) las técnicas de RADIO-INTERFEROMETRÍA (ya sea "correctada" o de Bases Muy larga) ~~con~~ junto con la técnica de Síntesis de Apertura se han mejorado bastante tanto en resolución angular como en algoritmos para obtener ~~la~~ una mejor imagen de los objetos y a la fecha proveen una INFORMACION DETALLADA de ~~la~~ ESTRUCTURA. ~~de~~

Habría que recordar que los interferómetros NO SON SENSIBLES a emisión muy extendida y que por lo tanto diferentes sistemas (digamos el VLA que es un interferómetro en EUA y VLBI que es un conjunto de radiotelescopios en un país o en varios), proveen diferentes MAPAS de la DISTRIBUCIÓN de radio de los objetos dependiendo principalmente de la "resolución angular" del instrumento. Ejemplos de esto se muestran a continuación

266

(12)

Tomados de "VLBI and Compact Radio Sources"
IAU Symp. # 110
1983 Bologna, Italia.

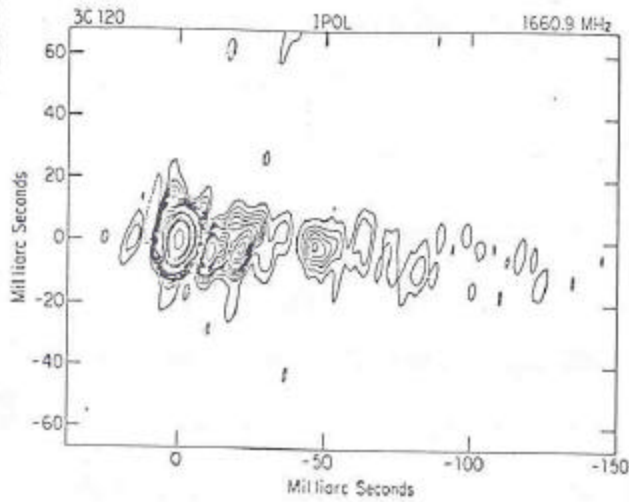
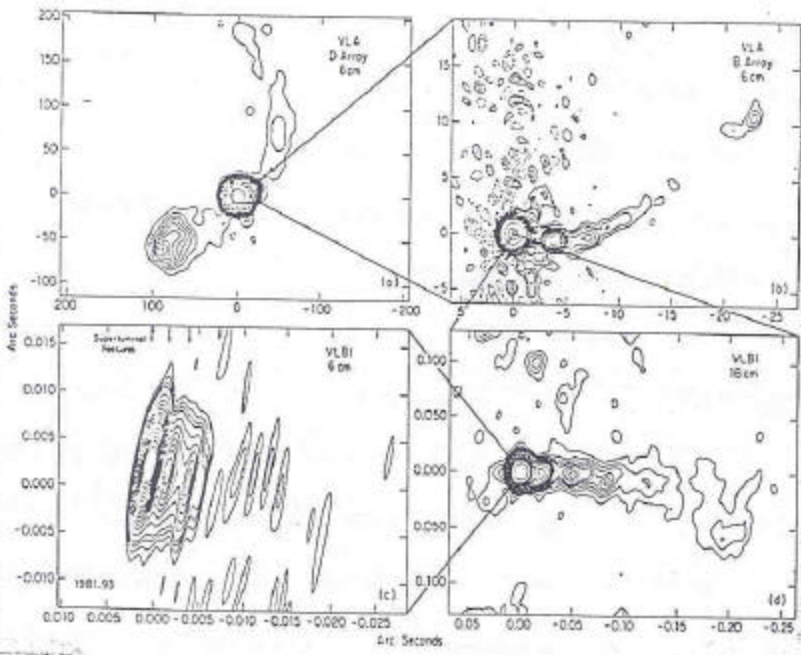
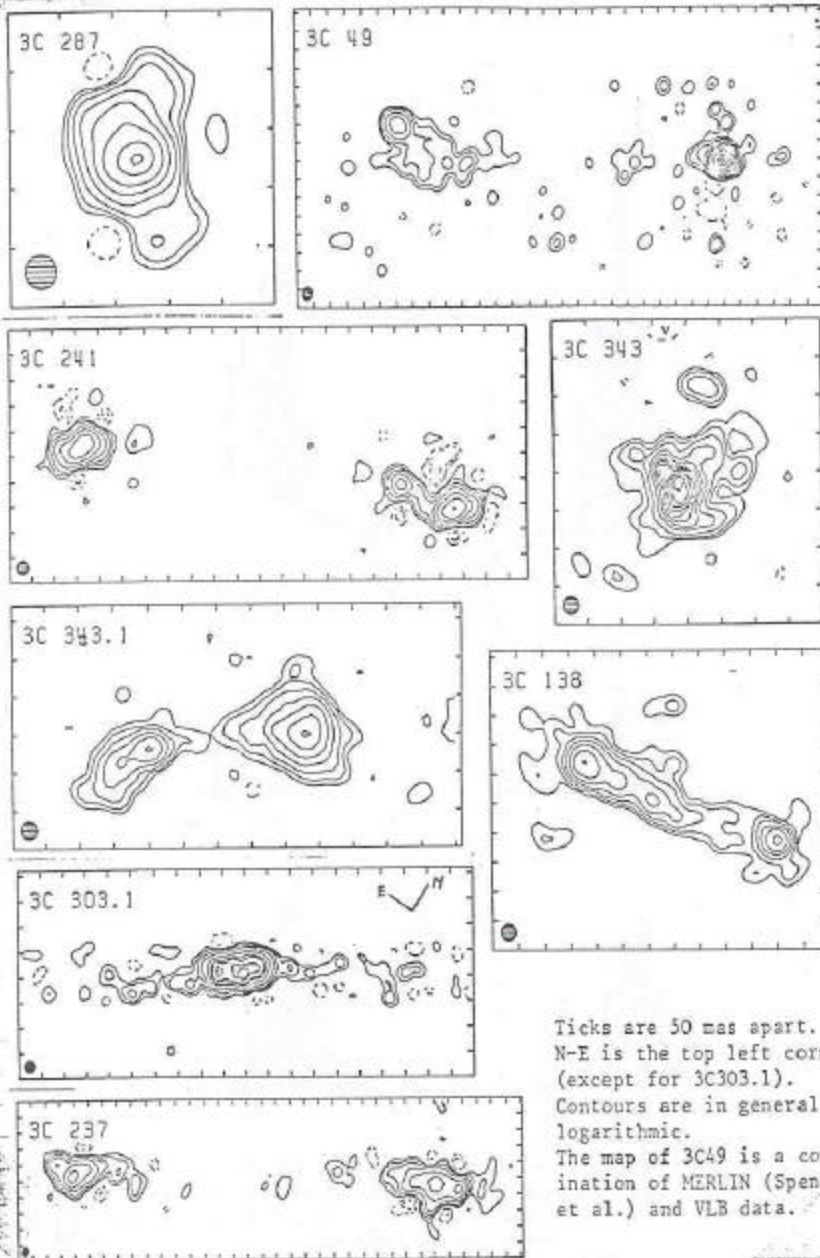


Figure 1.



(13)

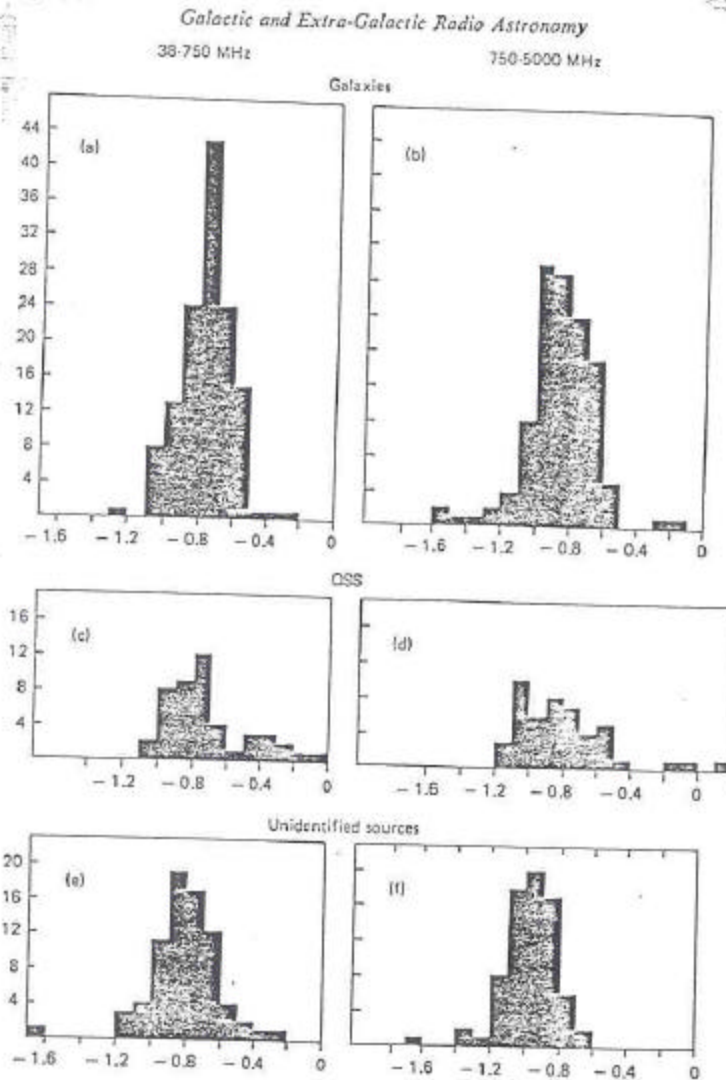
SYMPOSIUM #110 DE LA IAU pag 58.



Ticks are 50 mas apart.
N-E is the top left corner
(except for 3C303.1).
Contours are in general
logarithmic.
The map of 3C49 is a comb-
ination of MERLIN (Spencer
et al.) and VLB data.

(14)

HISTOGRAMA DE LA DISTRIBUCION DE LOS VALORES DEL INDICE ESPECTRAL DE GALAXIAS Y ~~QUASARES~~ CUASARES: tomado del Capitulo 12 de la referencia # 2.



$$S \propto \nu^{-\alpha}$$

$$\alpha = \frac{p-1}{2}$$

$$p = 2\alpha + 1$$

Figure 12.6 Histogram showing the distribution of spectral indices for (a) radio galaxies between 38 and 750 MHz, (b) radio galaxies between 750 and 5000 MHz, (c) quasars between 38 and 750 MHz, (d) quasars between 750 and 5000 MHz, (e) the unidentified sources with $|b''| \geq 10'$ between 38 and 750 MHz, and (f) the unidentified sources between 750 and 5000 MHz. [Taken from Kellermann, Pauliny-Toth, and Williams (1969), *Astrophys. J.* 157:1].

RADIO ASTRONOMÍA

Lección # 27

Emisión Tipo Sincrotrón: continuación

(15)

LOS PRINCIPALES MECANISMOS DE EMISION SON:

1. ~~#~~ RADIACIÓN SINCROTRÓNICA proporcional a E^2
2. PROCESO "INVERSE-COMPTON"
DISPERSIÓN DEBIDO A CHOQUES CON FOTONES proporcional a E^2
3. COLISIONES ~~LIBRE-LIBRE~~ IONIZANTES ✓ a hE
4. RADIACIÓN LIBRE-LIBRE ✓ E
5. TRABAJO DE EXPANSION ✓ E

Aunque estos son algunos de los principales mecanismos por los cuales disminuye la energía del electron ($P = -\frac{dE}{dt}$), los primeros 2 procesos son los principales ya que son proporcionales al cuadrado de la energía del electron.

Si suponemos que el mecanismo #1 es el predominante y decimos que la distribución de electrones relativistas con respecto a la energía tiene una forma como la expresada en la expresión (11) entonces el coeficiente de emisión, j_ν , y el coeficiente de absorción, K_ν , están dados por:

$$j_\nu = C_1 K B_\perp \nu^{\frac{(p+1)}{2}} \nu^{-\frac{(p-1)}{2}} \quad (31)$$

$$K_\nu = C_2 K B_\perp \nu^{\frac{(p+2)}{2}} \nu^{-\frac{(p+4)}{2}} \quad (32)$$

C_1 y C_2 son constantes. B_\perp campo magnetico

(16)

Entonces la intensidad de una nube (depreciando la intensidad de fondo) es

$$I_v = \frac{j_v}{k_v} (1 - e^{-\tau_v}) \quad (32)$$

$$\text{donde } \tau_v = \int_0^L k_v dl \quad (34)$$

$$\text{y el flujo será } S = \int I d\Omega \quad (35)$$

$$\therefore S = \frac{j_v}{k_v} (1 - e^{-\tau_v}) \Theta^2 \quad (36)$$

donde Θ es el DIAMETRO ANGULAR DE LA NUBE u OBJETO.

Si $\tau_v \gg 1$ CASO OPTICAMENTE GRUESO

$$I_v = \frac{j_v}{k_v} \propto B_v^{-1/2} \nu^{5/2} \quad (37)$$

$$\Rightarrow S_v \propto B_v^{-1/2} \nu^{5/2} \Theta^2 \quad (38)$$

↑
significa "proporcional a"

(17)

Si $\tau < 1$ OPTIMAMENTE DELGADO

$$I_v = \frac{j_v}{k_2} \tau \cong j_v L \propto k B_2 \left(\frac{\rho+1}{2}\right) v^{-(\frac{\rho-1}{2})} L$$

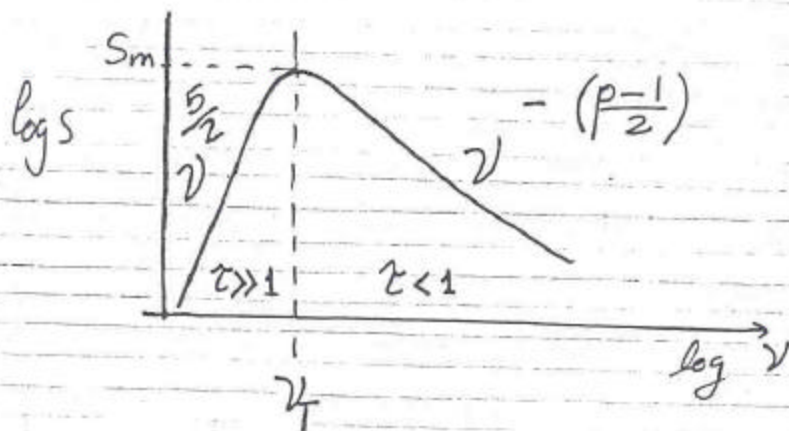
pero $L = \theta D$

\Rightarrow

$$S_v \propto k B_2 \left(\frac{\rho+1}{2}\right) v^{-(\frac{\rho-1}{2})} \theta^3$$

Nótese que en el caso $\tau < 1$ el flujo es proporcional AL VOLUMEN del OBJETO mientras

que en el caso $\tau \gg 1$ el flujo es proporcional al AREA SUPERFICIAL DEL OBJETO.



el máximo en el flujo ocurre cuando $\tau \sim 1$
o sea cuando $v \approx v_T$.

$$S_m \propto B_2^{-\frac{1}{2}} v_T^{\frac{5}{2}} \theta^2$$

(41)

(18)

$$\left(\frac{S_m}{J_y}\right) = 1.5 \times 10^{-4} \left(\frac{B_{\perp}}{\text{Gauss}}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\nu_T}{\text{MHz}}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{\Theta}{\text{seg. arco}}\right)^2 \quad (42)$$

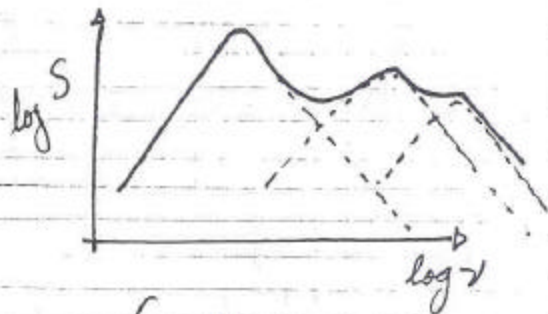
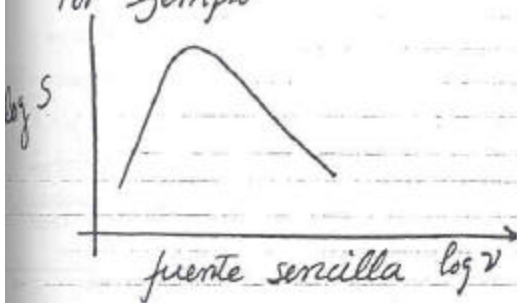
$$\left(\frac{\nu_T}{\text{MHz}}\right) = 34 \left(\frac{B_{\perp}}{\text{Gauss}}\right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{S_m}{J_y}\right)^{\frac{2}{5}} \left(\frac{\Theta}{\text{seg. arco}}\right)^{-\frac{4}{5}} \quad (43)$$

$$\left(\frac{B_{\perp}}{\text{Gauss}}\right) = 2.2 \times 10^{-8} \left(\frac{S_m}{J_y}\right)^{-2} \left(\frac{\nu_T}{\text{MHz}}\right)^5 \left(\frac{\Theta}{\text{seg. arco}}\right)^4 \quad (44)$$

$$\left(\frac{\Theta}{\text{seg. arco}}\right) = 82 \left(\frac{S_m}{J_y}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{B_{\perp}}{\text{Gauss}}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\nu_T}{\text{MHz}}\right)^{-\frac{5}{4}} \quad (45)$$

En general el espectro no siempre es tan sencillo, sino que es más complejo que el descrito anteriormente.

Por ejemplo



fuente con
"varias componentes"

(19)

La intensidad de la radiación de varios objetos extragalácticos, se ha observado que VARÍA con el tiempo, por ejemplo:

Esta variación en la densidad de flujo se ha modelado como proveniente de una nube de electrones relativista en expansión (quizás debido a una explosión) adiabática con velocidad v .

(Ver

Van der Laan Nature 1966

Volúmen 211, página 1131).

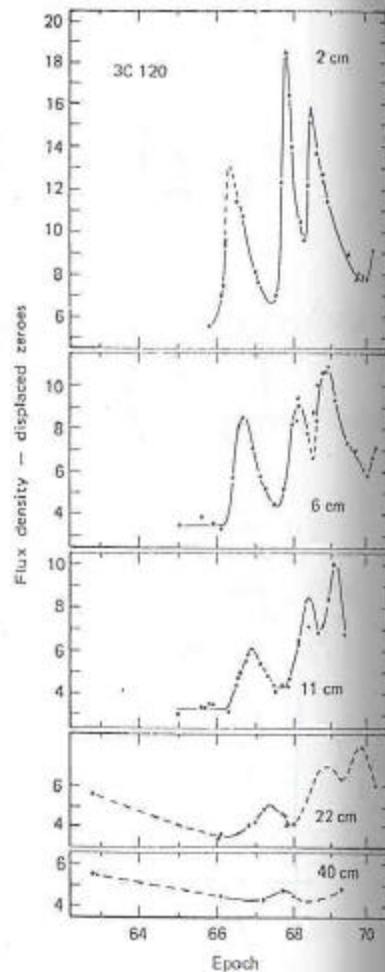


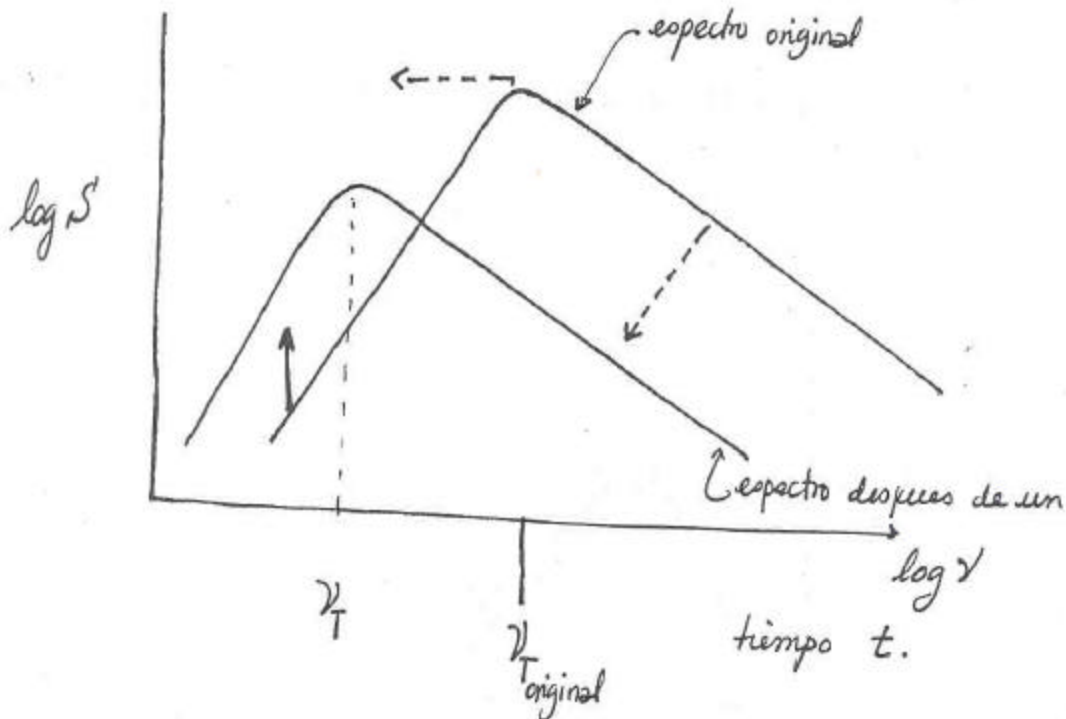
Figure 12.8 Variations in the intensity of the radio galaxy 3C 120 observed at 2, 6, 11, 22, and 40 cm. Three distinct outbursts are apparent in the 2-cm data. These bursts occur at later times and with reduced amplitude at the longer wavelengths.

(20)

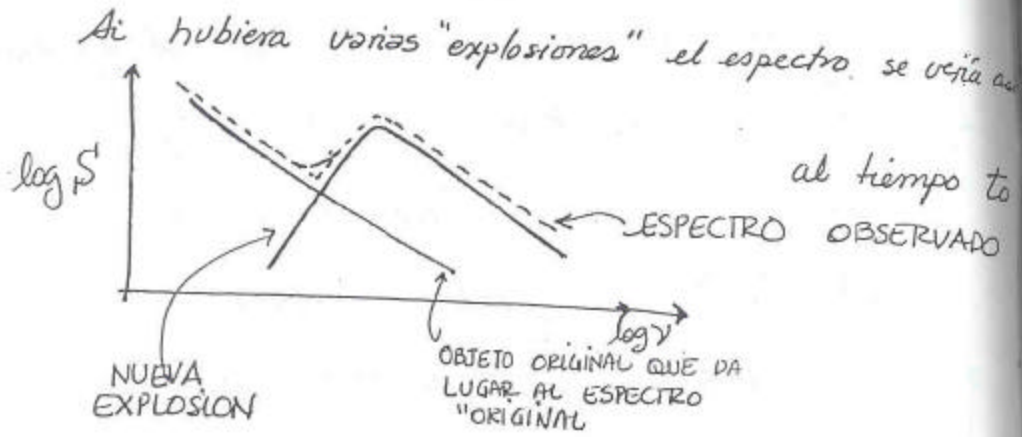
El resultado de este modelo es el siguiente

- ① S_m DECRECE con el tiempo
- ② ν_T DECRECE con el tiempo
- ③ $\nu > \nu_T$, S DECRECE con el tiempo
 $\nu < \nu_T$, S INCREMENTA con el tiempo

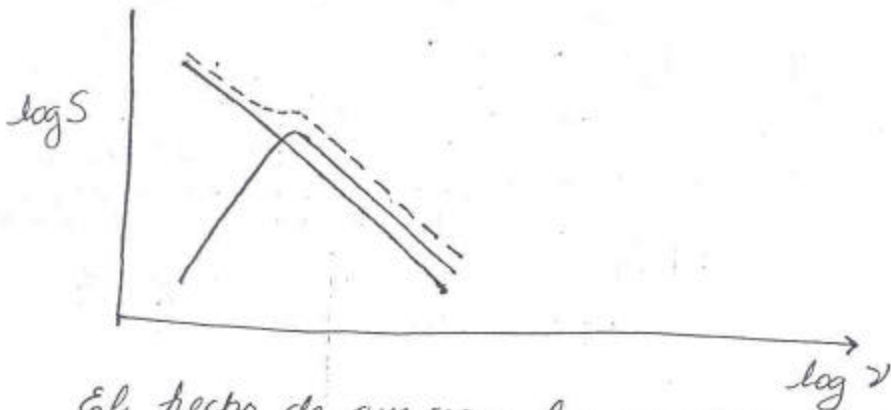
Graficamente, esto significa:



(21)



Después de un tiempo Δt , $t_0 + \Delta t$, tenemos



El hecho de que sean los espectros los que sean cumulativos (aditivos) y no las partículas indica que LOS EVENTOS OCURREN EN VOLUMENES DIFERENTES.

(22)

Aunado a los cambios en la densidad de flujo se han observado mapas hechos con la técnica de síntesis de apertura que existen fuentes que exhiben el efecto SUPRALUMÍNICO, es decir, se observan componentes en los mapas que cuando se analizan 2 mapas hechos en diferente época ~~y~~ se ve una separación que correspondería a una velocidad mayor que la de la luz (ya que estos objetos se encuentran a distancias muy lejanas).

Es decir, se mide la separación angular entre las componentes y la separación temporal con las observaciones.

$$\theta_1 \approx \frac{L_1}{D}$$

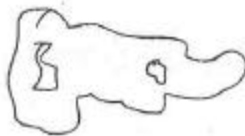
$$\theta_2 \approx \frac{L_2}{D}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta \equiv \theta_2 - \theta_1 = \frac{L_2 - L_1}{D} = \frac{v \Delta t}{D}$$



θ_1

en 1980,0



θ_2

en 1984,0

$$\Rightarrow v = \frac{D \Delta\theta}{\Delta t}$$

Se han observado hasta $v \approx 10 c$.

(2)

El hecho de que se hayan detectado objetos supralumínicos ponía en cuestión las leyes básicas de la física (si es que era cierto que $v > c$) o lo que en realidad ha pasado es que se ha modelado como un efecto geométrico (ilusión óptica).

EL CAMPO SIN EMBARGO SIGUE ABIERTO Y SIGUEN LAS OBSERVACIONES PROPORCIONANDO MAS DATOS AL RESPECTO. LOS TEORICOS A SU VEZ SIGUEN HACIENDO MODELOS PARA SER COMPROBADOS CON LAS OBSERVACIONES.

PARA UNA LECTURA DEL EFECTO SUPRALUMÍNICO VER

~~DE~~
COHEN y COLABORADORES 1977 Nature Vol. 268
página 405.

LA MAS RECIENTE COLECCIÓN DE ARTICULOS TANTO TEORICOS COMO OBSERVACIONALES AL RESPECTO ES

MEMORIAS DEL SIMPOSIO # 110 DE LA UAI
"VLBI AND COMPACT RADIO SOURCES"

Celebrado en Bologna, Italia Junio-Julio 1983.

de donde se toman algunos ejemplos que a continuación se muestran.

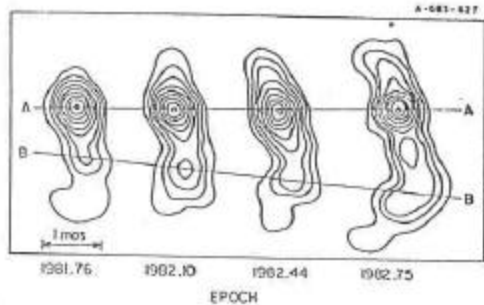


Figure 1. Contour maps (levels: 10, 20, ..., 90% of maximum) of four epochs of BL Lac at 10.65 GHz.

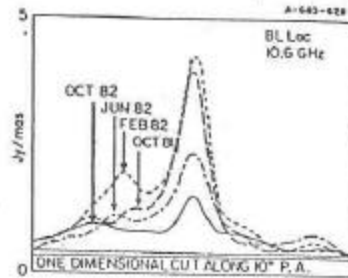


Figure 2. One-dimensional cuts along p.a. 10°.

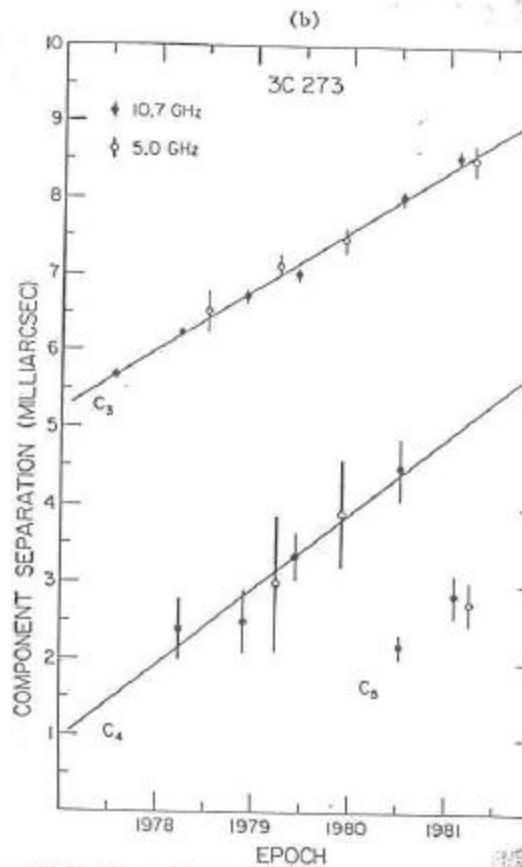
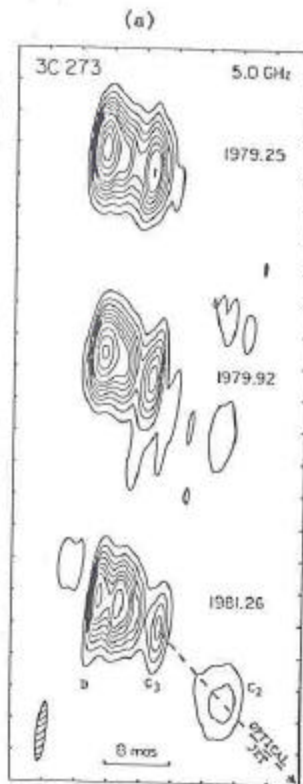
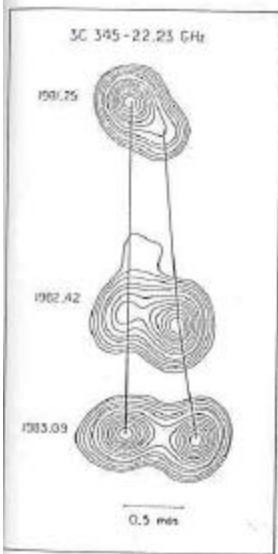
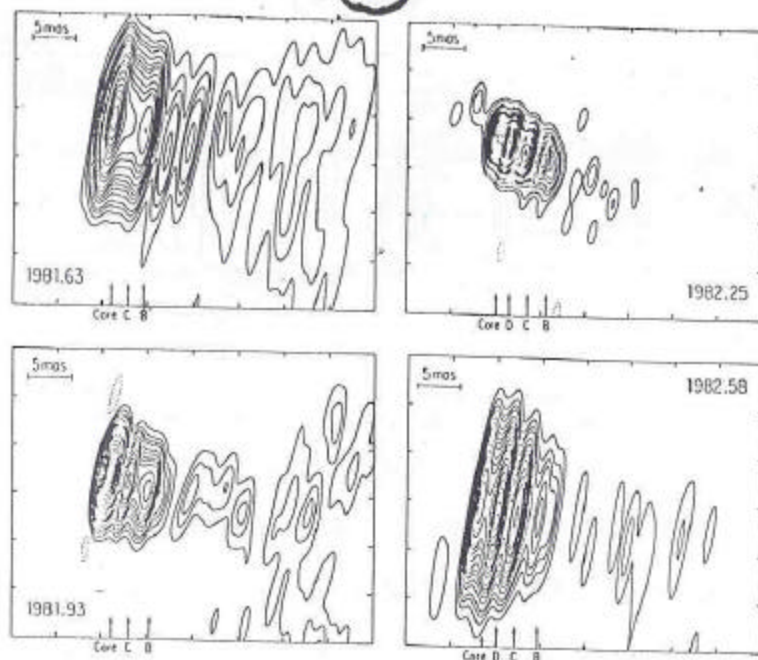


Figure 1. (a) Hybrid maps of 3C 273 at 5.0 GHz from three epochs. The 7.5 x 1.15 mas beam is shown as a shaded ellipse. Contours at -0.3, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, and 6 Jy/beam. (b) Component separations from the core of 3C 273, measured from the 5.0 and 10.7 GHz hybrid maps. Straight lines show linear least-squares fits to the motion of components C₃ and C₄.

pag 109
 Simposio IAU
 #110.



3C120
tomada
del
Simposio
#110 de
la IAU
pág 122
123

Figure 1. Hybrid maps of 3C 120 based on observations at 5.0 GHz at 4 epochs during 1981 and 1982 (See Table 1 for details). The feature labeled "core" is at the eastern end of the source and is the feature that is used as a position reference. The features labeled B, C, and D are those whose separations from the core are shown in Figure 2. The contour levels are -30, -20, -10, 10, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 120, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1150, 1300, and 1600 mJy/beam. The 1982.25 map has additional contours at -5 and 5 mJy/beam. Because of missing short spacings, that observation was not sensitive to the low brightness features seen at the other epochs.

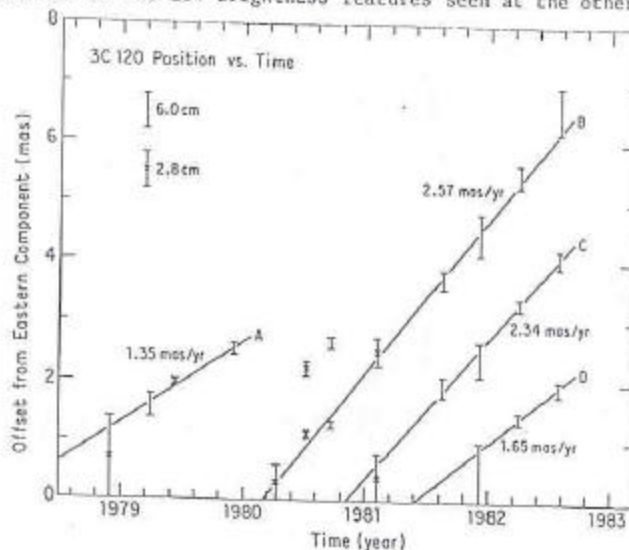


Figure 2. Separation of features from the eastern feature (core) as a function of time. Angular rates are shown for the feature seen in 1979 (Walker et al. 1982) and for the three features seen in the recent observations. The rates are the result of fits to the data. The rate of component D is poorly determined. For $z = 0.033$ and a Hubble constant of $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ one milliarc-second per year corresponds to 1.52 times the speed of light.

POLARIZACIÓN DE EMISIÓN SINCROTRON

EL GRADO DE POLARIZACIÓN LINEAL DE EMISIÓN SINCROTRON SE DEFINE COMO

$$\Pi = \frac{P_{\perp}(\omega) - P_{\parallel}(\omega)}{P_{\perp}(\omega) + P_{\parallel}(\omega)}$$

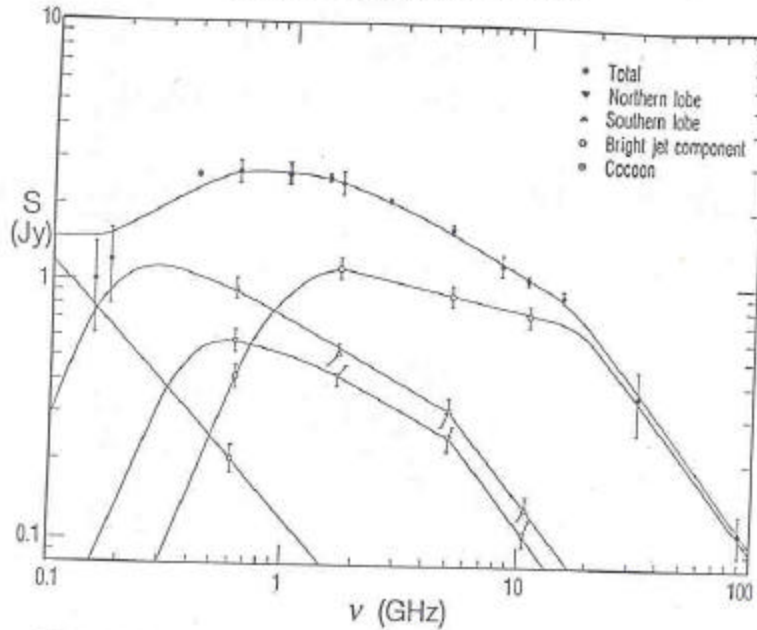
①

DONDE $P_{\perp}(\omega) \equiv$ POTENCIA EMITIDA EN DIRECCIÓN PERPENDICULAR A LA PROYECCIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO EN EL PLANO DEL CIELO

$P_{\parallel}(\omega) =$ POTENCIA EMITIDA PARALELA A LA PROYECCIÓN DE \vec{B} EN EL PLANO DEL CIELO

$$\Pi = \frac{p_e + 1}{p_e + \frac{7}{3}}$$

DONDE p_e es $\int N(E) dE \sim E^{-p_e} dE$



Read head
etal.
1996
ApJ 461
612

FIG. 2.—Radio spectrum of 2352+495. The upper curve shows the total spectrum of 2352+495. Also shown are the spectra of the northern and southern lobes and the spectrum of the bright jet feature.

that the hot spots are embedded in lower surface brightness features, which we identify with "lobes." The jets are most clearly visible in this figure, as are the higher surface brightness portions of the lobes, but the full extent of the lobes is most clearly visible in the 610 MHz image shown in Figure 1f.

The total spectrum and the spectra of the individual components are shown in Figure 2. The flux densities, spectral indices, and angular sizes of the various components are given in Tables 3, 4, and 5. Wherever possible, we use flux densities and angular sizes derived from least-squares fitting of Gaussian components to the visibility data, since these are more accurate than flux densities measured directly from maps.

All angular sizes measured from maps or derived from

models are FWHM. The angular sizes of the components of 2352+495 (Table 5) are derived from a combination of the images shown in Figures 1e and 1f, and of models of the major components. The bright jet component (B_1 and B_2) and hot-spot angular sizes we adopt are taken directly from the model fits given in Table 5 of Conway et al. (1992). We have increased these by a factor of 1.8 in order to allow for the fact that these are FWHM of Gaussian distributions, whereas our calculations use the diameter of a uniform spherical source.

3.1.1. The Lobes

The surface brightness of the lobes is too low to measure their flux densities at 5 and 10.65 GHz. However, it is possible to make a reasonable estimate as follows: The ratio of

TABLE 3
FLUX DENSITIES OF COMPONENTS OF 2352+495 (Jy)

Component	610 MHz ^a	1.66 GHz ^a	5 GHz	10.65 GHz
Northern hot spot	0.17	0.18	0.08 ^b	0.03 ^c
Southern hot spot	0.15	0.14	0.04 ^b	0.02 ^c
Northern jet	0.13	0.033
Southern jet	0.02	0.03
Northern lobe	0.59	0.43	0.26 ^b	0.11 ^b
Southern lobe	0.93	0.52	0.32 ^d	0.13 ^d
Bright jet component	0.42	1.15	0.91 ^d	0.76 ^d
Combined lobes (northern & southern)	1.52	0.95	0.58 ^d	0.24 ^d
Cocoon	0.20
Total flux density	2.61	2.50	1.60 ^e	1.05 ^e

^a Images shown in Figures 1e and 1f.

^b Table 5, Conway et al. 1992.

^c Table 6, Conway et al. 1992.

^d Table 5, Conway et al. 1992, components $B_1 + B_2$.

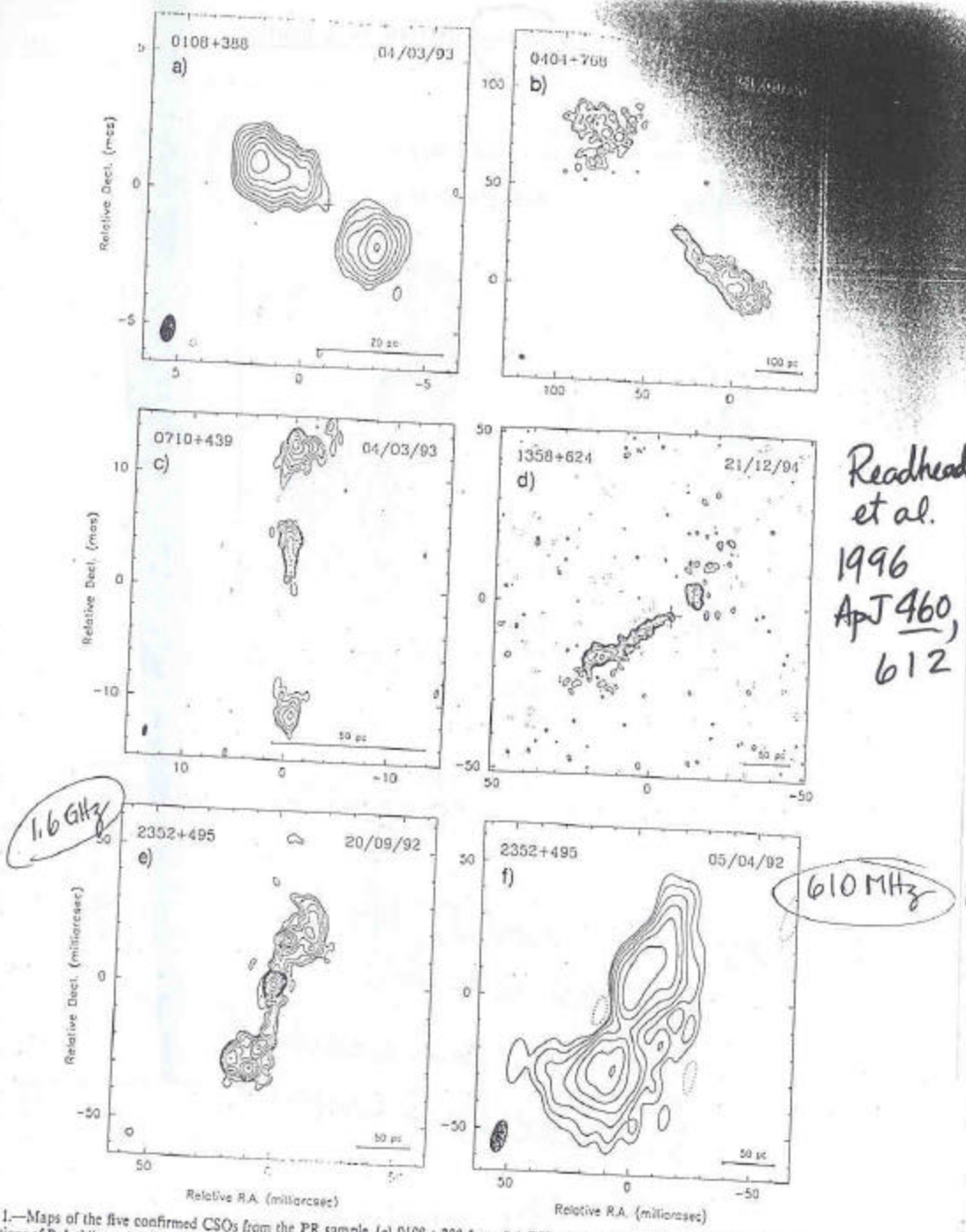
^e Table 5, Conway et al. 1992, components $B_{2A} + B_{1B} + B_2$.

^f Total flux density minus northern and southern hot spots and bright jet component.

^g Data used in Fig. 3 of Conway et al. 1992.

^h 0.43 times combined lobes, see text.

ⁱ 0.55 times combined lobes, see text.



Readhead
et al.
1996
ApJ 460,
612

FIG. 1.—Maps of the five confirmed CSOs from the PR sample. (a) 0108+388 from 8.4 GHz observations of Xu (1994). (b) 0404+768 from 1.6 GHz observations of Polatidis et al. (1995). (c) 0710+439 from 8.4 GHz observations of Xu (1994). (d) 1358+624 from 8.4 GHz observations of Taylor et al. (1996). (e) 2352+495 from the full track 1.6 GHz observations reported in this paper. The observations were made with a 12-element global VLBI network over 12 hr. (f) Map of 2352+495 at 0.610 GHz made from the full track observations reported in this paper. The observations were made with a 10-element global VLBI network over 10 hr. The Mk II recording system was used for all observations, and the data were correlated on the JPL/Caltech Block II correlator. The maps were made with the Caltech "DIFMAP" package (Shepherd, Pearson, & Taylor 1994). In each map a cross marks the position of the radio core as determined from the source morphology, spectral indices, and/or component motions by Taylor et al. (1996). The contour levels, peak flux densities, and beam sizes are (a) — 1, 1, 2, 4, ..., 64% of 215 mJy beam⁻¹, 1.05 × 0.58 mas² in position angle (p.a.) — 102°; (b) — 0.85, 1.7, 3.4, ..., 54% of 311 mJy beam⁻¹, 1.45 × 2.85 mas² in p.a. 75°; (c) — 1, 1, 2, 4, ..., 64% of 160 mJy beam⁻¹, 1.06 × 0.50 mas² in p.a. — 9.8°; (d) — 1, 1, 2, 4, ..., 64% of the peak (60 mJy beam⁻¹), 1.57 × 1.09 mas² in p.a. 33°; (e) — 0.15, 0.15, 0.3, 0.6, ..., 77% of 818 mJy beam⁻¹, 3.00 × 3.00 mas²; (f) — 1, 1, 2, 4, ..., 64% of 0.334 Jy beam⁻¹, 12.7 × 5.8 mas².

References

Krichbaum, T. P., et al. 1992. *A&A*, 260, 33-48.

Romney, J. D., et al. 1995. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 92, 11360-11363.

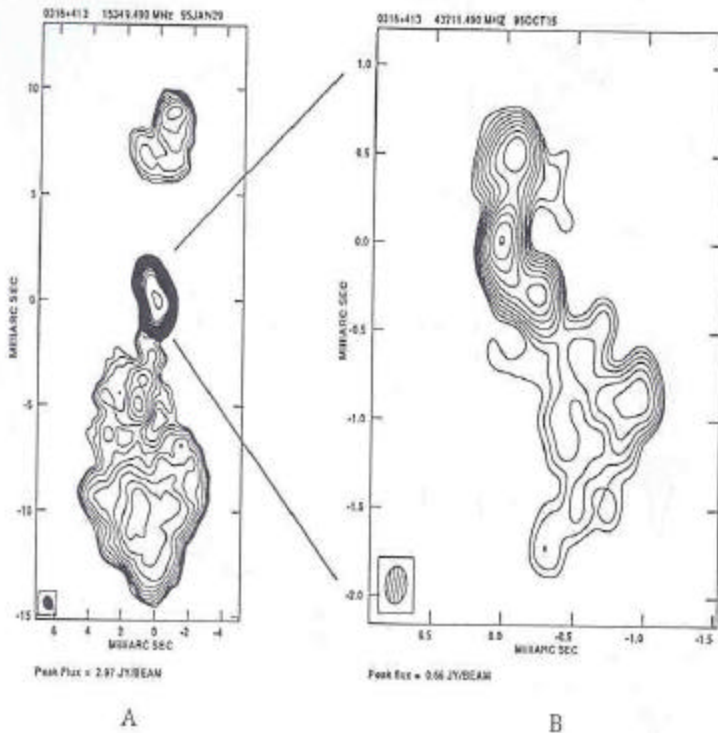


Figure 1. A: 15 GHz image of 3C 84 from January, 1995. Contours= $(-10, 10, 14, 20, \dots, 2560)$ mJy/beam; rms=0.33 mJy/beam; beam= 0.77×0.58 mas. B: 43 GHz image of 3C 84 from October, 1995. Contours= $(-20, 20, 28, 40, \dots, 640)$ mJy/beam; rms is 0.8 mJy/beam; beam= 0.2×0.15 mas.

1998 A.S.P. Conf S. 144
(IAU Coll. 164)

Radio Emission from Galactic &
Extragalactic Radio Compact
Sources.

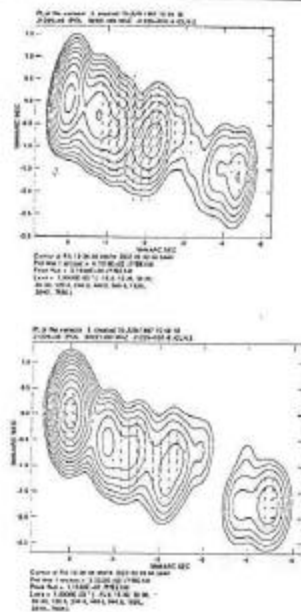


Figure 1. 22 GHz VLBA images of 3C 273 for epochs 1996.05 (left) and 1996.22 (right). Contours are logarithmic and indicate total intensity. The ticks indicate the direction of the electric field vectors. The length of the ticks is proportional to the polarized intensity.

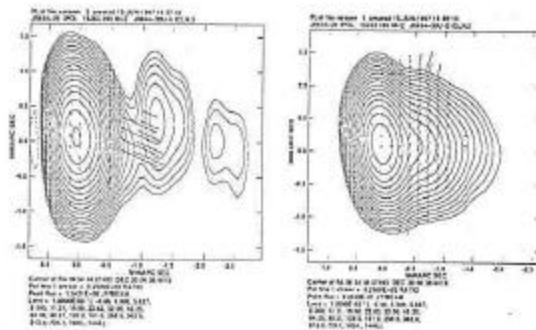


Figure 2. 15 GHz VLBA images of OJ 287, epochs 1996.05 (left) and 1996.58 (right). Contours are logarithmic and indicate total intensity. The ticks indicate the direction of the electric field vectors. The length of the ticks are proportional to the fractional polarization.

ASP Conf. Series 144
(IAU coll 164)

Radio Emission from
Galactic & Extragalactic
Compact Sources.

RADIO ASTRONOMÍA

LECCION # 28

TEMA VII: Radio Astronomia Extragalactica. III.

COSMOLOGÍA

- BIBLIOGRAFÍA:
- 1) Capítulo 11: "Frontiers of Astrophysics"
Ed. E. H. Auerett.
 - 2) Capítulo 13: "Galactic and Extragalactic Radio Astronomy"
Eds. Verschuur y Kellermann
 - 3) Libro "MODERN COSMOLOGY" de D.W. Sciama 1971
Cambridge Univ. Press.
 - 4) Libro "PRINCIPLES OF COSMOLOGY AND GRAVITATION" de
M. BERRY 1976
Cambridge, Univ. Press.
 - 5) Libro "Relativity and Cosmology" de W.J. Kauffmann III.
1973
Harper & Row, Publishers
 - 6) Libro "GRAVITATION AND COSMOLOGY" de S. Weinberg
Editrial John Wiley and Sons 1972.

- TEMAS A TRATAR:
- 1) Corrimientos al rojo
 - 2) Ley de Hubble
 - 3) Métrica de Robertson-Walker
 - 4) Conteo del número de fuentes
 - 5) Densidad observada y Densidad
suponiendo que la masa está concentrada
en las galaxias.

(2)

COSMOLOGÍA ES LA PARTE DE LA ASTRONOMÍA QUE TRATA DE EXPLICAR EL ORIGEN (Y EVOLUCIÓN?!) DEL UNIVERSO COMO UN TODO, ES DECIR, CONSIDERANDO TODO EL ZOOLOGICO DE ~~LOS~~ OBJETOS EN EL UNIVERSO COMO SI FUERAN COMPONENTES DE UN MEDIO GENERAL.

LA ASTRONOMÍA ELEMENTAL NOS ENSEÑA QUE MUCHOS OBJETOS EN ESTE ZOOLOGICO SON: PLANETAS, ESTRELLAS, CUMULOS DE ESTRELLAS, GALAXIAS, CUASARES, etc; SIN EMBARGO A GRANDES ESCALAS LO QUE SE OBSERVA ES QUE EL UNIVERSO ~~ES~~ CONSISTE DE CUMULOS (Y QUIZAS ~~UN~~ SUPERCUMULOS) DE GALAXIAS. SON ESTAS GALAXIAS LAS QUE CONSIDERADAS COMO ~~OBJETOS~~ "PARTICULAS ELEMENTALES DEL UNIVERSO" CONFORMAN AL HISTO

ESTAS TIENEN MOVIMIENTOS, AGRUPACIONES Y ~~CIERTA~~ CIERTA DISTRIBUCION EN EL CIELO LAS CUALES CUAL TEORÍA COSMOLÓGICA DEBE EXPLICAR.

TABLA DE DISTANCIAS RELATIVAS

<u>SISTEMA</u>	<u>DISTANCIA</u>
TIERRA - LUNA	3.84×10^{10} cm \approx 1.28 segundos-luz
TIERRA - SOL	1.5×10^{13} cm \approx 8.3 segundos-luz
SOL - ESTRELLA MAS CERCANA	1.2 pc \approx 4 años-luz
DIAMETRO DE NUESTRA GALAXIA	30 000 pc \approx 100 000 años luz
DISTANCIA DE NUESTRA GALAXIA A LA GALAXIA MAS CERCANA	600 000 pc \approx 2000 000 años luz
DISTANCIA DE NUESTRA GALAXIA A LA GALAXIA MAS DISTANTE (optica)	10^9 pc \approx 3000×10^6 años luz

segundo-luz = distancia que recorre la luz en 1 segundo \approx 300 000 km.)

Aparte de todos estos bichos, ~~en~~ el universo también contiene RADIACIÓN que aparentemente se observa en todas las frecuencias. Algunas de estas radiaciones son DIRECCIONALES es decir provienen de ciertos lugares donde existen objetos que las emiten.

Sin embargo, el universo también contiene una radiación que NO es direccional y a la cual se le ha denominado la RADIACIÓN ISOTROPICA DE FONDO. Esta principalmente se presenta en el rango de frecuencias correspondiente a las microondas ($\lambda \approx 1 \text{ cm}$). ~~Esta~~ esta radiación cabe subrayar no proviene de ningún objeto en particular. Se observa como si se comportara como ~~si~~ si la radiación proviniera de un cuerpo negro que estuvo o está en equilibrio con la materia y se presenta una temperatura de 2.7°K .

Este resultado les valió a los radioastrónomos A. PENZIAS y R. WILSON ~~quienes~~ hacerse merecedores del PREMIO NOBEL en 1978.

Ellos realizaron varias observaciones en radio en 1965 y observaban una TEMPERATURA DE ANTENA de su radiotelescopio en exceso de aproximadamente 3°K , tomando ya en cuenta el receptor, la atmósfera, la antena, etc. En colaboración con R. DICKE de la universidad de ~~Princeton~~ Princeton llegaron a

(9)

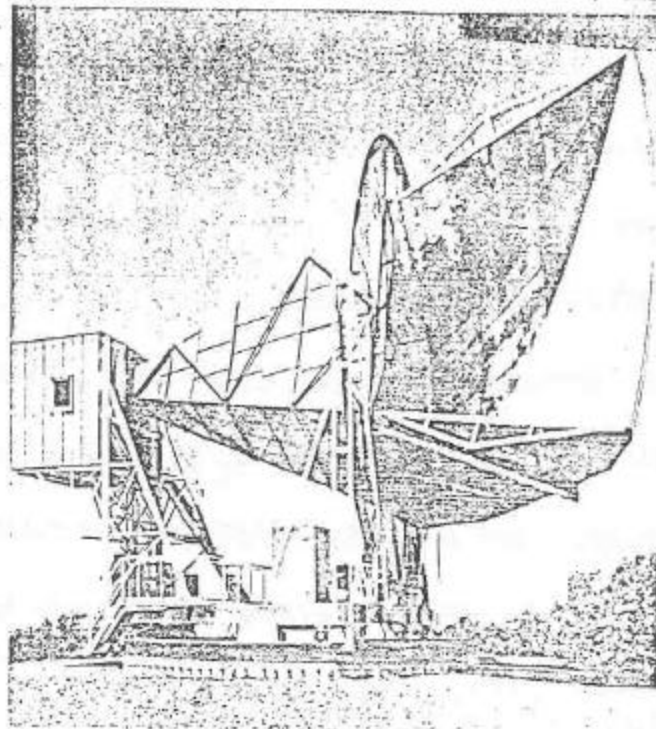


Figure 6-3 The Holmdel Horn Antenna

Using this horn antenna, Robert Wilson and Arno Penzias detected the cosmic microwave background in 1965. For this important discovery they were awarded the Nobel Prize in Physics in 1978.
(Courtesy of Bell Laboratories.)

(4d)

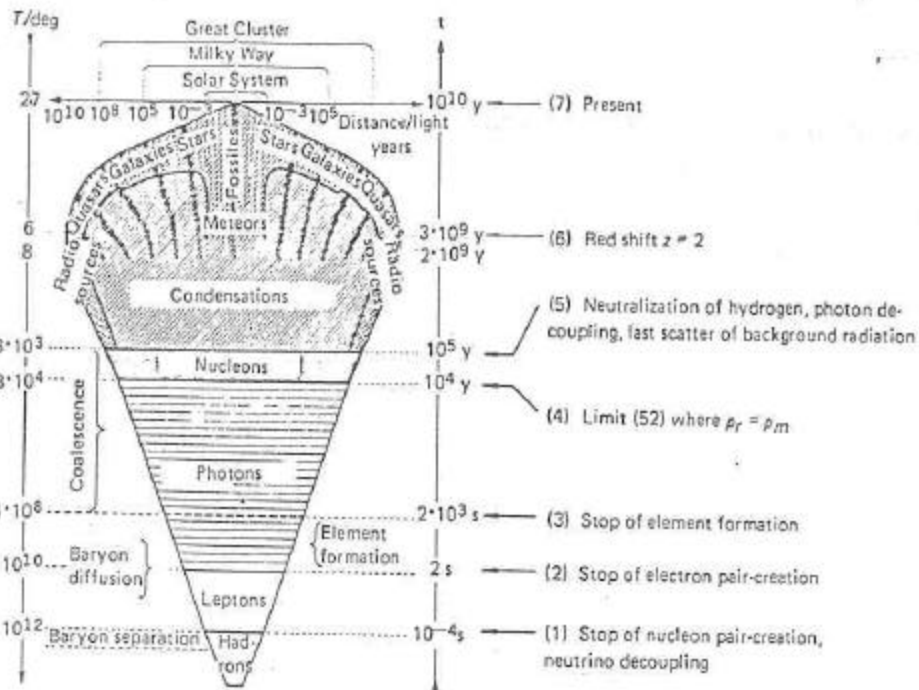


Figure 13.4 The early phases. The outer boundary is our past light cone. [Kundt (1971), Springer Tracts in Mod. Phys. 58:1.]

tomada de la referencia #2.

(5)

Tomado de
la referencia

#13 pag 31

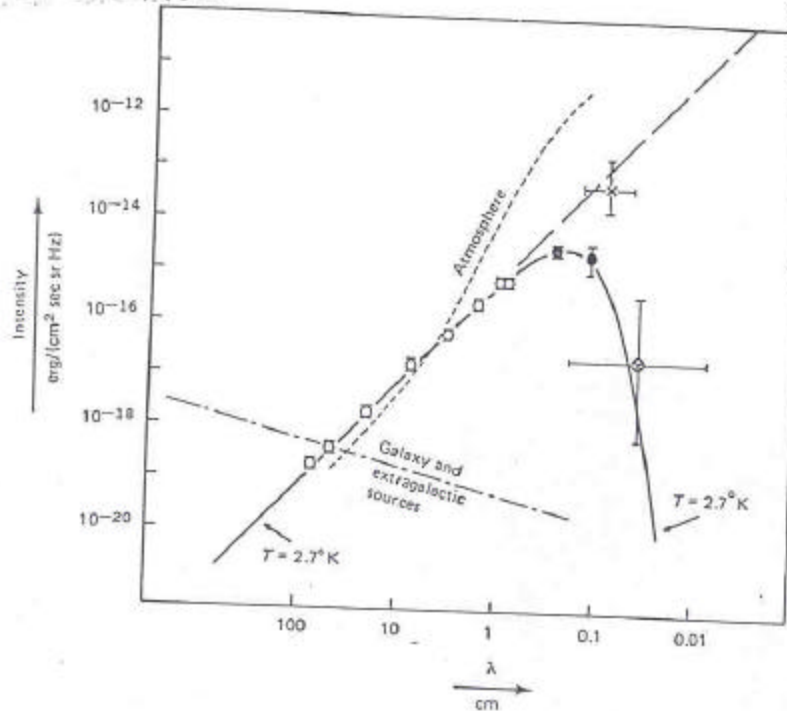


Figure 13.15 The "3°K background" radiation.

- Radio measurements, quoted by Wolfe and Burbidge (1969).
- Rotational CN absorption (Heygi, Traub, and Carleton, 1972).

- × Several older rocket measurements.
- ⊗ New rocket and balloon measurements (see Blair *et al.*, 1971; Beckman *et al.*, 1972).

LA CONCLUSIÓN DE QUE ERA LA TEMPERATURA DE FONDO SER EL MODELO DE LA "GRAN EXPLOSION" QUE DIÓ ORIGEN AL UNIVERSO QUE CONOCEMOS. ESTE MODELO NOS DICE QUE EN EL PASADO EL UNIVERSO TUVO UNA MAYOR TEMPERATURA Y QUE SE HA ENFRIADO HASTA ALCANZAR LA TEMPERATURA ACTUAL OBSERVADA. ESTA TEMPERATURA FUE PREDICHA TEÓRICAMENTE EN 1946 POR GAMOW PERO SE OLVIDÓ Y FUE (PREDICIENDO UNA TEMPERATURA DEL UNIVERSO DEL ORDEN DE 5°K) HASTA 1965 CON R. DICKE QUE RESURGió ESTE TRABAJO TEÓRICO.

(6)
 En general en los modelos del universo la densidad de masa (ρ) es una cantidad importante. Parece, a primera aproximación que la masa ocurre principalmente en las galaxias (que nos radián luz!), pero ¿Cuál es el valor estimativo de ρ ? Una forma de acercarse a este valor sería encontrar un valor típico para la masa de una galaxia y encontrar la densidad de galaxias dentro de un cierto volumen.

La masa digamos de nuestra galaxia es aproximadamente

$$M_{\text{galaxia}} \simeq 9 \times 10^{10} M_{\text{solares}} \quad (1) \quad \left(\begin{array}{l} \text{resultado de igualar} \\ \text{el } \frac{V^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow M = \frac{rV^2}{G} \\ \text{para el Sol } V \sim 200 \text{ km/seg} \\ r \sim 2 \times 10^4 \text{ pc} \end{array} \right)$$

Por lo tanto digamos que un valor típico para $M_g \simeq 10^{11} M_{\odot}$.

EL NUMERO DE GALAXIAS cuya luminosidad aparente \geq excede un valor L en el volumen de radio D_L sería

$$N(>L) = n \times \text{volumen de radio } D_L = \frac{4\pi}{3} n D_L^3 \quad (2)$$

$$D_L = \left(\frac{L}{4\pi n} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Donde L es la luminosidad absoluta (supuesta igual para todas las galaxias).
 n densidad numérica (pc^{-3}).

$$n \simeq \frac{1}{75} \text{ galaxia por cada } (75 \text{ Mpc})^3$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{galaxia}} \simeq 3 \times 10^{-31} \text{ gm cm}^{-3} \quad (4)$$

(7)
 Entre 1910 y 1930 se llevaron a cabo observaciones que llevaron a la conclusión de que el universo ~~se~~ consistía ~~de~~ de un gran número de galaxias como la nuestra a las cuales se les buscó (y encontró!) sus corrimientos espectrales debido al efecto Doppler.

$$z = \frac{\lambda_{\text{observada}} - \lambda_{\text{emitida}}}{\lambda_{\text{emitida}}}$$

PARA METRO DE CORRIMIENTO AL ROJO

$$z = \frac{v_{\text{emitida}} - v_{\text{observada}}}{v_{\text{observada}}} \quad (5a)$$

entonces

$$v = cz \quad \left\{ \begin{array}{l} v > 0 \\ v < 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{SE ALEJA DE NOSOTROS} \\ \text{(corrimiento al rojo)} \\ \text{SE ACERCA A NOSOTROS} \\ \text{(corrimiento al AZUL)} \end{array} \right. \quad (6)$$

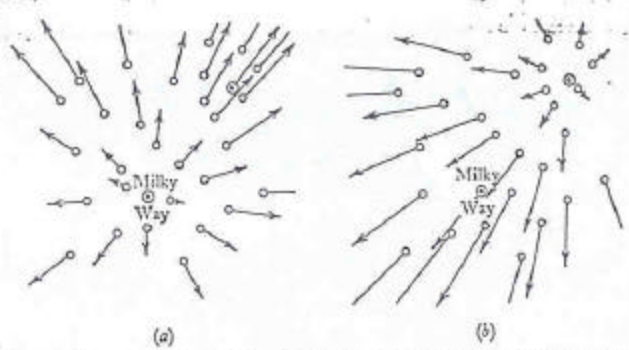
Con esta regla simple HUBBLE en 1929 anunció su resultado en el cual expresaba que la velocidad de recesión de una galaxia es proporcional a su distancia. (Para entonces ya se había observado el hecho de que todas las galaxias fuera del grupo local exhibían, $z > 0$, es decir velocidades de recesión.

$$\Rightarrow v = H D \quad (7)$$

H = constante de Hubble

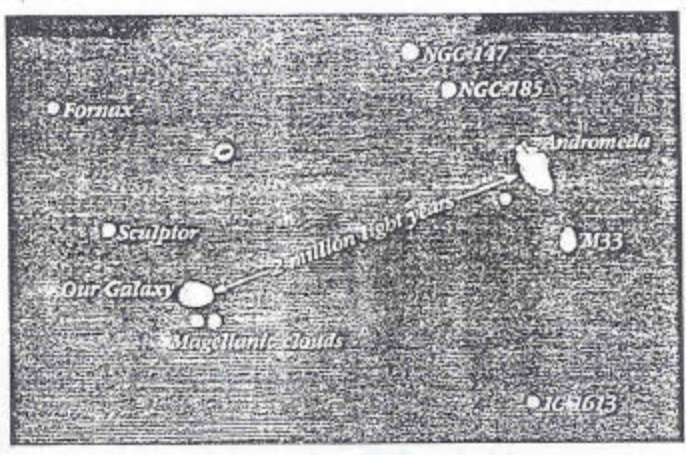
D = distancia

7a



tomado de
"Modern
Cosmology"
Sciama

Fig. 22. The expansion of the Universe as seen from different galaxies, according to Hubble's law.
 (a) The recession velocity of a galaxy is proportional to its distance from the Milky Way.
 (b) The expansion of the Universe as seen from another galaxy. The recession velocity is still proportional to the distance. Thus Hubble's law does not favour the Milky Way.



tomada de
Galaxies and
Quasars
W. J. Kaufman

Figure 5-8 The Local Group
 This drawing is a fairly realistic representation of what a remote alien astronomer looking toward our Galaxy would see. All the dwarf ellipticals would probably escape detection.

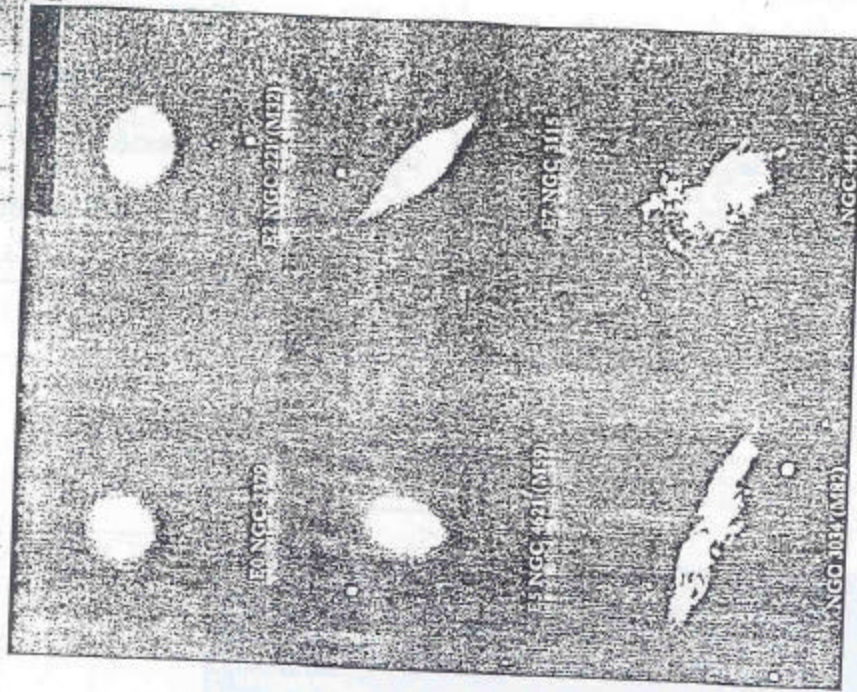
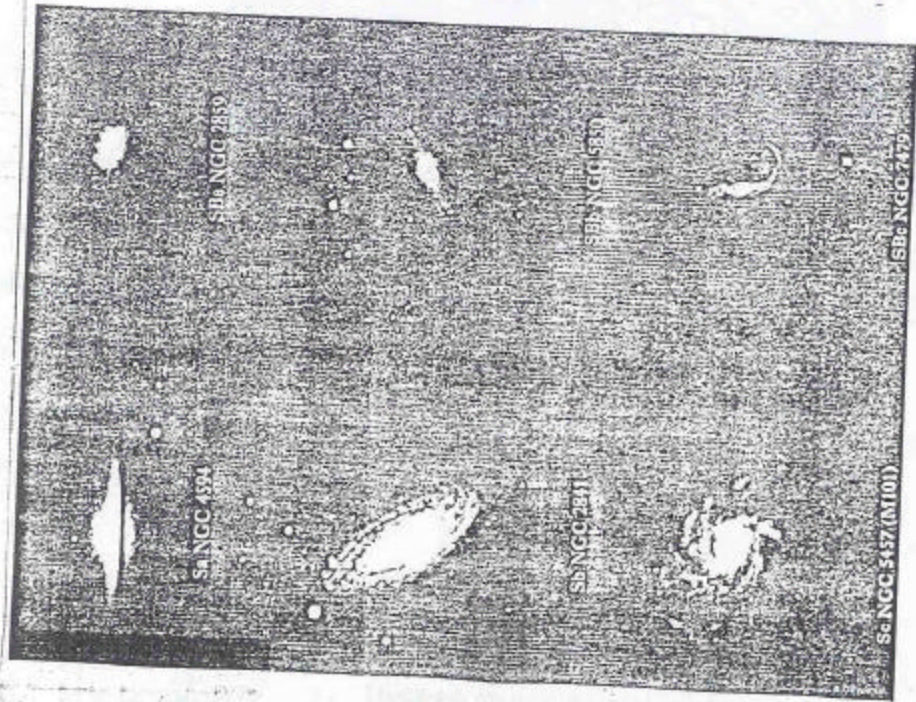


Plate 7. The main types of galaxy, as classified by Hubble. There are spirals (Sa, b, c), barred spirals (SBa, b, c), ellipticals (E0...7) and a few percent of irregular shape. The letters NGC and M refer to catalogues of celestial objects.

Plate 7, continued.

(9)

H fluctúa entre 100 km/seg/Mpc y 50 km/seg/Mpc .

Entonces si una galaxia se encuentra a 10 Mpc tomando una constante de Hubble de $75 \frac{\text{km}}{\text{seg Mpc}}$ implicará que se está alejando (si exhibe corrimientos al rojo) a una velocidad de 750 km/seg . Esto es considerando que el corrimiento al rojo es un efecto Doppler y por lo tanto si se alejan los objetos.

Pero algunos han puesto a prueba el hecho de que el corrimiento al rojo sea un resultado del efecto Doppler.

Habrán 2 posibilidades:

- 1) EL corrimiento fuera gravitacional: para escapar de un campo gravitacional el fotón debe de usar energía que lo hace "ROJO" al salir del mismo campo.

$$z \approx \frac{GM_g}{r_g c^2}$$

(8)

(Si sustituimos valores típicos de una galaxia
 $r_g \sim 4 \times 10^4 \text{ pc}$, $M_g \sim 10^{11} M_\odot \Rightarrow z \approx 10^{-8}$ DESPRECIABLE)

Se observan ~~z~~ z del orden de 0.1 a 4 ?

- 2) El corrimiento fuera debido al "CANSANCIO" de la luz, es decir, al viajar el fotón sobre distancias grandes perderá energía y lo haría "ROJO". Sin embargo esta posibilidad haría que las imágenes de los objetos no fueran definidas debido a la deflexión de los fotones y esto NO se observa por lo tanto no es válido el argumento.

(10)

Otro resultado de la ley de Hubble nos da la distancia a la cual una galaxia estaría viajando a la velocidad de la luz

$$D_{\max} = \frac{c}{H}$$

$$\text{Si } H \sim 55 \text{ km/seg/Mpc}$$

$$D_{\max} \approx 6 \times 10^9 \text{ pc}$$

Ya que estamos hablando de partículas en movimiento bajo la influencia de un campo gravitacional, debemos de usar una descripción matemática-física en lo que se ha denominado ESPACIO-TIEMPO. En este sistema, la longitud del arco entre dos puntos está dado por

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

o en coordenadas esféricas

$$(\Delta s)^2 = (\Delta r)^2 + r^2 ((\Delta \theta)^2 + \sin^2 \theta (\Delta \phi)^2)$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2 \{d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2\}$$

Sin embargo ya no podemos expresar la posición de una partícula en función del tiempo (absoluto) (por ejemplo $r(t)$) ya que t es otra variable. Lo que se usa es un parámetro τ conocido como el tiempo que leería un reloj viajando con la partícula.

(11)

$$(\Delta\tau)^2 = (\Delta t)^2 - \left\{ (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \right\} \quad \text{Coordenada cartesiana (no confundir con el corrimiento al rojo!!)} \quad (12)$$

$$d\tau^2 = dt^2 - \{ dx^2 + dy^2 + dz^2 \}$$

Como habíamos mencionado, el énfasis en COSMOLOGÍA no es el estudio de objetos particulares sino en la MEDICIÓN del ESPACIO-TIEMPO. Es decir estudiar la densidad promedio de materia, energía y radiación; su variabilidad temporal y quizás espacial. Entonces el énfasis es en lo que se ha denominado LA METRICA del sistema cuando se consideran espacios CURVOS.

Una de esas métricas lo es la llamada "ROBERTSON-WALKER METRIC" la cual expresa $(\Delta\tau)^2$ como

$$d\tau^2 = dt^2 - R^2(t) \left\{ \frac{d\sigma^2}{1 - k\sigma^2} + \sigma^2 d\theta^2 + \sigma^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right\} \quad (13)$$

donde $\sigma \equiv \frac{r}{R(t)}$

$k =$ constante que puede tomar los valores 0, +1, -1.

$R(t) \equiv$ ESCALA COSMICA variable con el tiempo

$$k(t) = \frac{k}{R^2(t)}$$

ES UN FACTOR ESCALAR DE CURVATURA TRIDIMENSIONAL

(14)

(12)

Si $k=0$ el espacio es INFINITO (FLAT en inglés)
 $K=0$

$k=-1$ el espacio tiene una curvatura negativa y por lo tanto también es infinito (hiperbólica)
($k < 0$)

$k=+1$ el espacio es FINITO con una circunferencia dada por
($k > 0$)

$$L = 2\pi R(t)$$

(15)

y un volumen dado por

$$V = 2\pi^2 R^3(t)$$

(16)

Con este último caso el universo ~~infinito~~ ($k=+1$) ($k > 0$) puede considerarse como la superficie de una esfera de radio $R(t)$ en un espacio EUCLIDEANO y a $R(t)$ se le podría llamar "EL RADIO DEL UNIVERSO".

Ahora bien, imaginemos una galaxia a una distancia σ de la nuestra (que por simpleza la ponemos a $\sigma=0$) la distancia a un tiempo cósmico, t , será

$$D = R(t) \int_0^\sigma \frac{d\sigma}{\sqrt{1-k\sigma^2}} = \begin{cases} R(t) \operatorname{sen}^{-1} \sigma & k=1 \\ R(t) \sigma & k=0 \\ R(t) \operatorname{senh}^{-1} \sigma & k=-1 \end{cases}$$

Entonces se aprecia que la distancia D es proporcional a la escala cósmica, $R(t)$ que cambia con el tiempo. $\&$

Table 13.4 Various Distances: In General and in Four Simple World Models

Name	Defined	Calculated	Approximation							
Metric distance	$u = \int_0^z \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}$	$u = c \int_{t_e}^{t_r} R(t) dt$	$= \frac{cz}{R_e H_e} \left(1 - \frac{1 + q_e}{2} z \pm \dots \right)$							
Radar distance = rigid-rod distance	Light travel time = l_{rad}/c	$l_{rad} = R_e u$	$= \frac{cz}{H_e} \left(1 - \frac{1 + q_e}{2} z \pm \dots \right)$							
Luminosity distance (bolometric)	$S_{bol} = \frac{L_{bol}}{4\pi l_{bol}^2}$	$l_{bol} = R_e \mathcal{J}(z) (1 + z)$	$= \frac{cz}{H_e} \left(1 + \frac{1 - q_e}{2} z \pm \dots \right)$							
Luminosity distance (monochromatic)	$S_v = \frac{L_v}{4\pi l_v^2}$	$l_v = l_{bol} (1 + z)^{-(1+q_e)/2}$	$= \frac{cz}{H_e} \left(1 - \frac{q_e}{2} z \pm \dots \right)$							
Parallax distance	$\Delta\phi = (\text{baseline})/l_{par}$	$l_{par} = \sqrt{1 - k\mathcal{J}^2}$	$= \frac{cz}{H_e} \left(1 - \frac{1 + q_e}{2} z \pm \dots \right)$							
Volume distance	$V = \frac{4\pi}{3} l_{vol}^3$	$l_{vol} = R_e \left\{ 3 \int_0^z \mathcal{J}^2(t) dt \right\}^{1/3}$	$= \frac{cz}{H_e} \left(1 - \frac{1 + q_e}{2} z \pm \dots \right)$							
Diameter distance	$\phi = D/l_\phi$	$l_\phi = l_{bol} (1 + z)^{-2}$	$= \frac{cz}{H_e} \left(1 - \frac{3 + q_e}{2} z \pm \dots \right)$							
q_e	a_e	k	λ_e	Name	$\frac{H_e R_e}{c}$	$t_e H_e$	$\frac{H_e}{c} l_{rad}$	$\frac{H_e}{c} l_{bol}$	$\frac{H_e}{c} l_{par}$	$\frac{H_e}{c} l_{vol}$
1	1	+1	0	/	1	.571	$\arcsin \frac{z}{1+z}$	z	$\frac{z}{\sqrt{1+2z}}$	$\left[\frac{3}{2} \left\{ \arcsin \frac{z}{1+z} - \frac{z}{1+z} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{1+z} \right)^2} \right\} \right]^{1/3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	Einstein-de Sitter	/	.667	$2 \left\{ 1 - \sqrt{1+z} \right\}$	$2(1+z - \sqrt{1+z})$	$2 \left\{ 1 - \sqrt{1+z} \right\}$	$2 \left\{ 1 - \sqrt{1+z} \right\}$
0	0	-1	0	Milne	1	1	$\ln(1+z)$	$z(1 + \frac{1}{2}z)$	z	$[3 \{ (1+z)^2 - (1+z)^{-2} - 2 \ln(1+z) \}]^{1/3}$
-1	0	0	1	de Sitter (steady state)	/	∞	z	$z(1+z)$	z	z

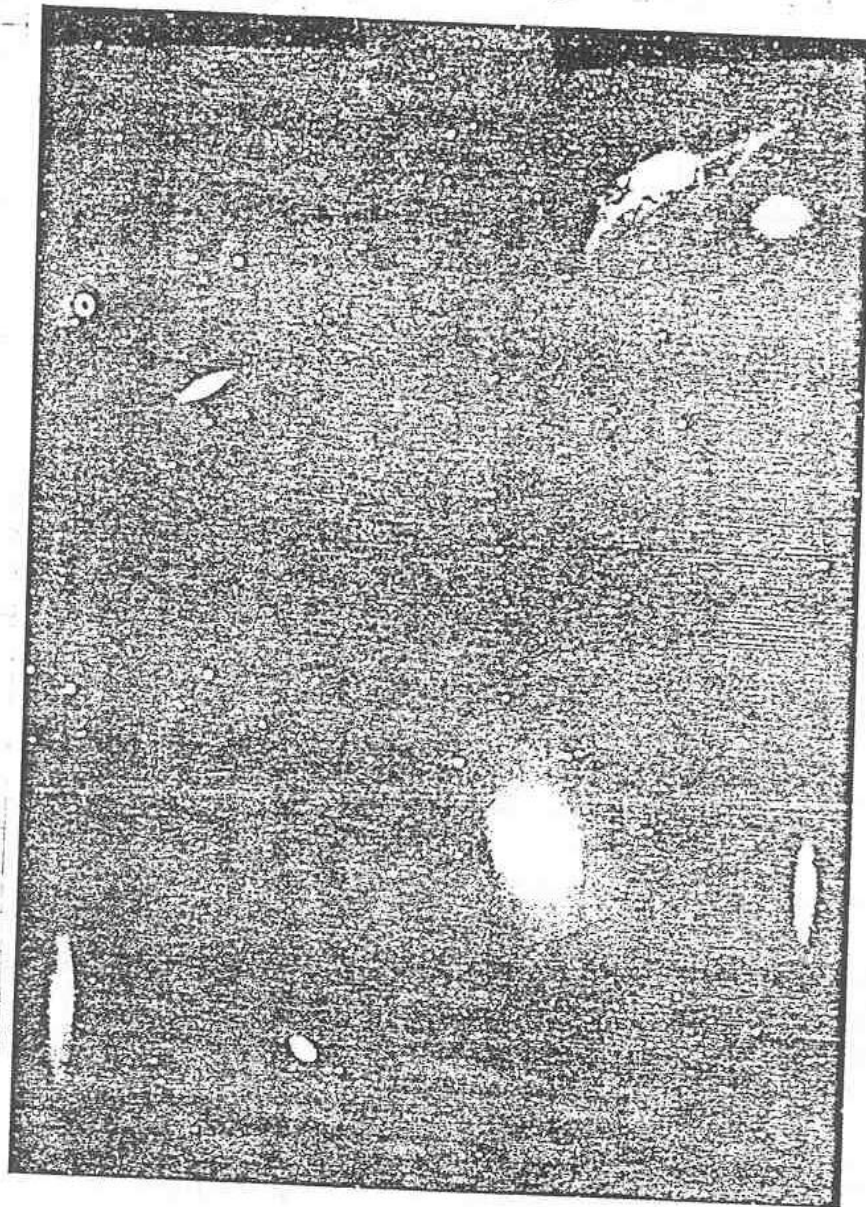
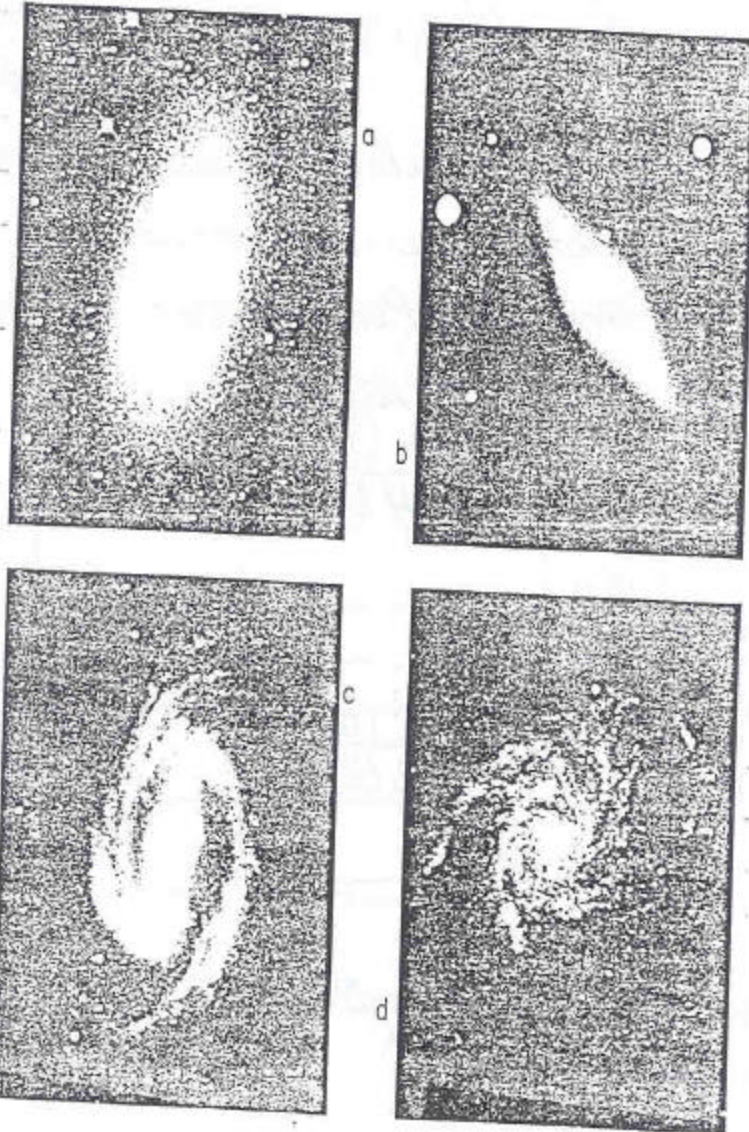


Figure 5-11 A Portion of the Virgo Cluster
This Virgo cluster is a nearby, rich, irregular cluster that covers an area of the sky measuring $10^\circ \times 12^\circ$. Only a small portion of the entire cluster is shown in this view, which includes the two prominent elliptical galaxies M84 and M86. (Kitt Peak National Observatory.)

(14a)

Figure 11-1. Representative nearby galaxies. (a) NGC 4278, an E I elliptical; (b) NGC 5866, an E7/SO galaxy; (c) NGC 1300, a barrel spiral (SBb); and (d) NGC 5457 (M 101), an Sc spiral galaxy. (From Sandage, 1961.)



La velocidad de recesión es la derivada con respecto al tiempo de la expresión (17) la que nos da:

$$v \equiv \dot{D} = \dot{R}(t) \int_0^D \frac{d\sigma}{\sqrt{1 - k\sigma^2}} = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} D$$

O sea

$$v = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} D$$

que expresa el hecho de que

a un tiempo t la velocidad de una galaxia relativa a nosotros es PROPORCIONAL a su distancia de nosotros. Pero es nada más ni nada menos que la ley de Hubble

$$v = H D$$

de donde

$$H_0(t) = \frac{\dot{R}(t_0)}{R(t_0)}$$

t_0 es el tiempo cosmico actual u observado.

El parametro del corrimiento al rojo, z , se puede expresar como

$$z = \frac{R(t_0)}{R(t_e)} - 1$$

$t_e \equiv$ tiempo medido al momento de emisión

$t_0 \equiv$ ✓ ✓ ✓ ✓ de observación

(16)

~~La mayoría~~ La mayoría de los corrimientos al rojo son pequeños así que t_e ~~no~~ no es mucho antes que t_0 . Si expandimos $R(t_e)$ en términos de t_0 tenemos:

$$R(t_e) = R(t_0) + (t_e - t_0) \dot{R}(t_0) + \frac{1}{2} (t_e - t_0)^2 \ddot{R}(t_0) + \dots$$

(23)

$$\equiv R(t_0) \left[1 + H_0 (t_e - t_0) - \frac{1}{2} q_0 H_0^2 (t_e - t_0)^2 + \dots \right]$$

(24)

donde se ha definido un factor sin dimensiones q_0 :

$$q_0 \equiv - \frac{\ddot{R}(t_0) R(t_0)}{\dot{R}^2(t_0)}$$

(25)

FACTOR DE
DESACELERACIÓN

Si $\ddot{R}(t_0) < 0$ universo frenándose $\Rightarrow q_0 > 0$

$$K(t) = - \frac{\ddot{R}(t)}{R(t)}$$

(26)

$K(t)$ ES LA
CONSTANTE COSMICA
DE CURVATURA

$$K(t) = \frac{4\pi G}{3} \rho(t) - \frac{\Lambda}{3}$$

(27)

donde Λ es una constante y al factor $\frac{\Delta R}{R}$ se le

(16a)

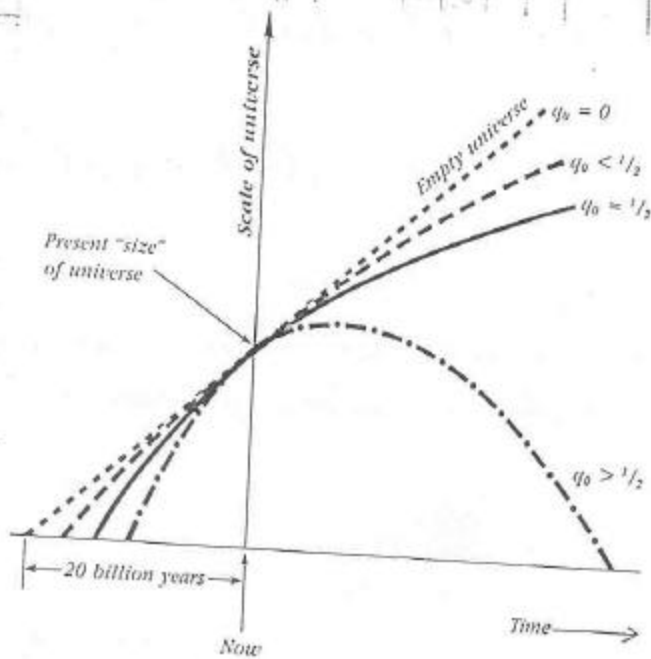


Figure 9-5 The History of the Universe
This graph shows how the scale of the universe changes with time ...
for various values of the deceleration parameter (q_0).

tomada de
"Galaxies and Quasars" de W.J. Kauffman III

(16a)

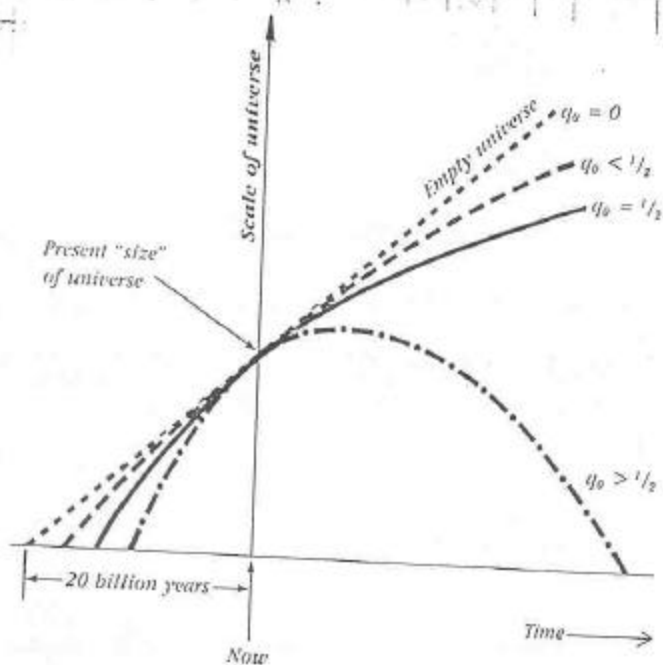


Figure 9-5 The History of the Universe
This graph shows how the scale of the universe changes with time...
for various values of the deceleration parameter (q_0).

tomada de
"Galaxies and Quasars" de W.J. Kauffman III

conoce como el término ^{cosmico} de repulsión.

Sea la luminosidad aparente de un objeto, l , con una luminosidad absoluta L la siguiente

$$l = \frac{L}{4\pi D^2} \quad (27)$$

donde D es su distancia.

Sea r_e la coordenada radial del objeto que emitió su luz al tiempo t_e . La luz que estamos observando al tiempo t_o está cruzando una hipersuperficie de ~~esta~~ superficie

$$4\pi r_e^2 R^2(t_o)$$

la luminosidad aparente cruzando esta hipersuperficie disminuirá debido al corrimiento al rojo que disminuye la energía del fotón y también disminuye la rapidez con la que recibimos dichos fotones, entonces

$$l = \frac{L}{4\pi R^2(t_o)} \frac{1}{\Omega^2 (1+z)^2} \quad (28)$$

Si expandemos z alrededor de $t_o - t_e$ tenemos:

$$l = \frac{L H_0^2}{4\pi c^2 z^2} [1 + (q_0 - 1)z + \dots] \quad (29)$$

relación que indica la dependencia de l en z !

(18)

$n(t)$, el número de galaxias entre las hipersferas σ y $\sigma + d\sigma$ a un tiempo t será:

$$n(t) \times (\text{volumen entre } \sigma \text{ y } \sigma + d\sigma \text{ al tiempo } t) =$$

$$n(t) 4\pi\sigma^2 (R^3(t)) \cdot R(t) \frac{d\sigma}{\sqrt{1 - k\sigma^2}}$$

$$= 4\pi n(t) R^3(t) \frac{d\sigma}{\sqrt{1 - k\sigma^2}} \quad (20)$$

Si las galaxias no ~~se~~ se crean ni se destruyen el número anterior se conservará ~~por lo tanto~~ ya que σ y $\sigma + d\sigma$ son coordenadas comovibles es decir que el número de galaxias dentro de este volumen se mantiene constante (suponiendo que ninguna de ellas se salga o entre a esta hipersfera) entonces

$$n(t) R^3(t) = n(t_0) R^3(t_0) \quad (31)$$

$$n(t) = \frac{n(t_0)}{\cancel{R^3(t_0)}} \frac{R^3(t_0)}{R^3(t)} \quad (32)$$

\Rightarrow la densidad de galaxias varía como $R^{-3}(t)$.

Ahora bien si uno quisiera conocer el número de objetos con una luminosidad aparente mayor que L tenemos:

(19)

$$N(>l) = \frac{4\pi n(t_0)}{3} \left(\frac{L}{4\pi l}\right)^{3/2} \left[1 - \frac{3H_0}{c} \left(\frac{L}{4\pi l}\right)^{1/2} + \dots \right] \quad (33)$$

la primera aproximación

$$N(>l) \propto l^{-3/2} \quad \text{que es el término EUCLIDEANO} \quad (34)$$

el siguiente término es SIEMPRE negativo, así que para objetos DÉBILES (l pequeños) deberá de haber menos fuentes de las esperadas con la ley $l^{-3/2}$.

Por último solo mencionarse que

$$(\Lambda=0) \quad \rho_0 = \frac{3q_0 H_0^2}{4\pi G} \approx 1.1 \times 10^{-29} \text{ gm cm}^{-3} \quad (35)$$

$$k = \frac{R^2(t_0)}{c^2} \left[4\pi G \rho_0 - H_0^2 (q_0 + 1) \right] \quad (36)$$

De (35) y (4) se puede concluir que $\rho_0 \approx 40 \rho_{\text{galaxias}}$ lo cual (37)

indicará que debe de existir MASA afuera de las galaxias o lo que en inglés se conoce como MISSING MASS problem.

Este problema junto con otros están siendo investigados conjuntamente entre astrónomos - cosmólogos y físicos de partículas elementales. El problema de si el universo está cerrado o abierto todavía está sin concluir y quizás en un futuro se disipará algo como muchas más observaciones

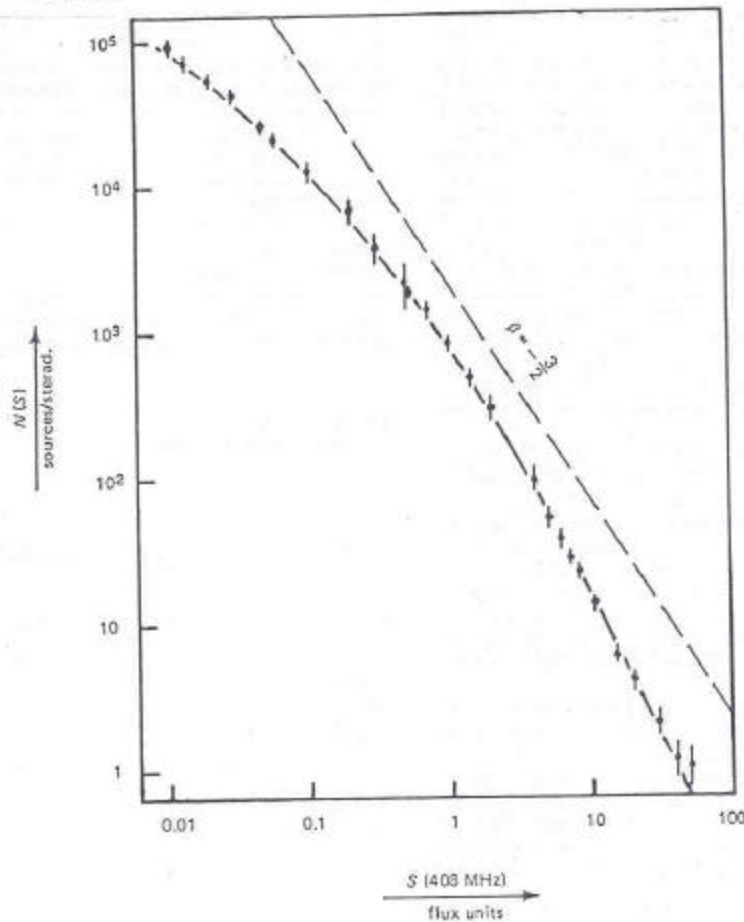


Figure 13.13 The cumulative counts, $N(S)$. [Ryle (1968), *Am. Rev. Astron. Astrophys.* 6:249.]

tomada de la referencia #2

VLA source counts at 6-cm wavelength

C. L. Bennett, C. R. Lawrence, J. A. Garcia-Barreto, J. N. Hewitt & B. F. Burke

Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139, USA

Radio sources can have such high luminosities that they are detectable at great distances. They may therefore be important tracers of the structure and evolution of the early Universe. They apparently evolve in time; compared with the present epoch, strong radio sources are orders of magnitude more common at redshifts z greater than unity^{1,2}. Direct measurements of the number of radio sources observed as a function of their flux places constraints on both their evolutionary behaviour and on the cosmological models. To extend the present source counts to lower flux limits, the Very Large Array (VLA) of the National Radio Astronomy Observatory was employed. Thirteen widely separated fields at high galactic latitude were mapped at the VLA at 6 cm. The fields are 12.8 arc min square, and the 5σ noise levels extend below 1 mJy. The resulting differential source counts were $\Delta N/\Delta N_0$ ($0.5 \text{ mJy} < S < 3.0 \text{ mJy}$) = 0.0384 and $\Delta N/\Delta N_0$ ($3.0 \text{ mJy} < S < 10.0 \text{ mJy}$) = 0.178. These results confirm the deviation at low flux levels from the uniform $N = 60 \text{ S}^{-1.5}$ Ω distribution.

Radio source count data in combination with a radio luminosity function place constraints on cosmological models^{1,2}. The earliest radio source counts were inconsistent with any model of the Universe in which the co-moving density of radio sources was fixed³, and it is now widely accepted that radio sources do evolve. Longair suggested, as early as 1966, that the evolution was limited to powerful sources⁴. Subsequent observations have refined the radio luminosity function and it now appears that steep-spectrum sources evolve more strongly than non-steep spectrum sources^{5,6}. Steep-spectrum sources which are unresolved at arc second scales seem to evolve more like extended steep-spectrum sources than like compact sources^{7,8}.

Several papers have been published recently based on a sample of 168 radio sources observed at 2.7 GHz covering 4.05 sr and complete to 1.5 Jy (refs 5, 7). With this sample it is possible to eliminate some models, but more observations are required; in particular, "... there remains the need to improve the definition of the counts... at mJy levels for the higher frequencies."⁹ The lowest flux level direct 5-GHz source count data published to date extend to 4.5 mJy (refs 10, 11). The present study improves on these measurements, providing 5 GHz source count data, obtained at the VLA, extending below 1 mJy.

Thirteen fields were mapped at the VLA at 6-cm wavelength in September 1981. These fields are at high galactic latitude ($|b| > 20^\circ$) to avoid sources in our Galaxy, and at widely separated points on the sky to avoid sampling in a single cluster or supercluster. The fields were observed at antenna elevation angles $> 40^\circ$ to avoid cross-talk and partial shadowing in the closely spaced D-array of the VLA. The fields were centred on even hour angles and therefore are effectively a random sample.

The 13 VLA maps differ in their flux limits. Furthermore, the single antenna beam (primary beam) pattern falls off significantly within a single D-configuration map, and thus the minimum detectable flux in a given map varies with position. To allow for these flux limit differences, each map was divided into 11 rings, such that the flux limit within a given ring is sufficiently constant and well determined. The corners of the maps (256×256 , 3 arc cells) are below the level where the primary beam pattern correction (ref. 12 and P. Napier, personal communication) was applied to the remaining rings.

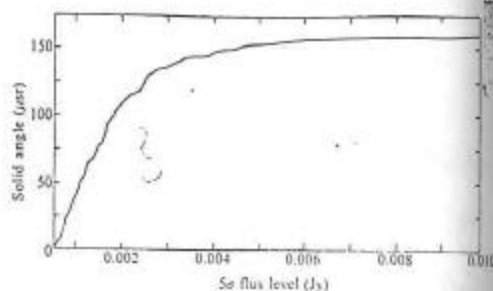


Fig. 1 The observed angle $\Omega(S > 5\sigma)$, in μsr , as a function of the 5σ detection flux limit.

The r.m.s. flux in each ring was computed, and peaks of 5σ or greater were taken to be sources. This method may systematically miss extended sources, as it is the peak flux and not the integrated flux that determines the detection of a source, but in view of the 3 arc cell size and the 6-cm observing wavelength, this is probably not a serious problem. The sources identified by the formal 5σ criterion were exactly the same as those chosen by simply examining the contour maps. Figure 1 shows the solid angle $\Omega(S > 5\sigma)$ as a function of the 5σ detection flux limit for all of the 143 rings up to the 10 mJy level.

The observed fields and detected sources are listed in Table 1. None of these sources had optical counterparts on the Palomar Sky Survey prints.

The field 1500+400 contains four 'objects' labelled *a, b, c* and *d*. *a, b*, and *c* are co-linear, and their separation is consistent with the angular sizes of the double-lobe radio galaxies. It is assumed that these three objects are in fact one radio galaxy, and that the fourth, *d*, over 2 arc min away with no apparent connecting bridge, is an independent source. Future observa-

Table 1 The observed fields with coordinates, fluxes, signal-to-noise ratio and ring number for each source in the $0.5 \text{ mJy} \leq S \leq 10.0$

Field	RA	Dec	Flux (mJy)	S/N	Ring no.
0700+500	06h 59min 50.690s	50° 02' 10.73"	2.84	18.3	4
	06 59 57.592	49 56 43.41	1.50	8.8	5
0800+400	07 59 44.160	39 59 33.87	0.82	6.2	4
	08 00 11.456	40 02 05.95	4.29	33.7	5
	08 00 22.879	39 59 27.24	5.52	30.9	7
0900+400					
0900+800					
1000+400					
1000+800					
1100+400	09 58 53.030	79 57 17.95	3.61	10.9	6
	10 01 10.088	79 59 27.21	4.43	15.4	5
1100+785					
1100+800	11 02 01.637	78 32 12.43	2.71	5.5	10
	10 59 40.671	79 39 39.12	0.93	5.6	1
1200+800					
1300+400					
1300+800	13 00 14.709	40 01 53.05	2.38	9.5	5
	13 00 06.240	80 06 19.02	3.79	7.4	10
1500+400	(d) 14 59 54.969	39 56 13.17	6.01	21.7	6
	(a) 15 00 05.793	39 57 55.26	4.78	30.7	3
	(b) 15 00 08.436	39 57 38.88	4.65	23.2	4
	(c) 15 00 11.302	39 57 04.01	3.24	13.6	5

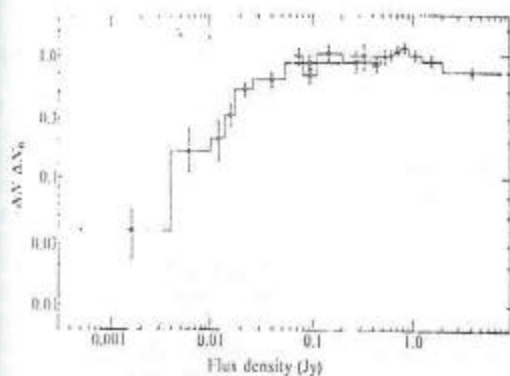


Fig. 2 The differential source counts compiled by Pauliny-Toth¹⁰. The two shaded boxes at the lower left are the new data presented here. The counts have been normalized to the integral count $n_0 = 60 S^{-1.5}$.

tions of this source with a longer integration time will check this assumption, but our conclusions are insensitive to the outcome. This three-component source is treated as having a total flux equal to the integrated flux of its three components, which is 12.67 mJy. There is an insufficient number of sources with $S > 10$ mJy to provide good statistics, and these sources are not included in the source counts or Table 1.

If $n_0(S)$ is defined as the number of sources per sr with flux greater than S , then $(dn_0/dS) dS$ is the differential number of sources per sr between flux S and $S + dS$. The total number of sources between fluxes S_1 and S_2 is then

$$\Delta N_0(S_1 \leq S \leq S_2) = \int_{S_1}^{S_2} \Omega(S) \frac{dn_0}{dS} dS \quad (1)$$

where $\Omega(S)$ is the solid angle observed to a lower flux limit S . The standard 6-cm uniform Euclidean source distribution is chosen to be $n_0(\text{sr}^{-1}) = 60S_{\text{Jy}}^{-1.5}$. Thus

$$\Delta N_0(S_1 \leq S \leq S_2) = 90 \int_{S_1}^{S_2} \Omega(S) S^{-2.5} dS \quad (2)$$

where $\Omega(S)$ is in sr and S is in Jy. This standard notation uses '0' subscripts to denote theoretical values which will be used to normalize the measurements. Equation (2) was computed with the $\Omega(S)$ from Fig. 1 for the flux ranges 0.5–3.0 mJy, and 3.0–10.0 mJy. The observed number of sources per flux bin is $\Delta N(0.5 \text{ mJy} \leq S \leq 3.0 \text{ mJy}) = 6$ and $\Delta N(3.0 \text{ mJy} \leq S \leq 10.0 \text{ mJy}) = 7$ resulting in the normalized source counts

$$\frac{\Delta N}{\Delta N_0}(0.5 \text{ mJy} \leq S \leq 3.0 \text{ mJy}) = 0.0384 \pm 0.016 \quad (3a)$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta N_0}(3.0 \text{ mJy} \leq S \leq 10.0 \text{ mJy}) = 0.178 \pm 0.067 \quad (3b)$$

where the uncertainties are Poisson sampling errors. These results are insensitive to individual source flux errors. The maximum-likelihood estimations^{13,14} call for negligible corrections to these data, and have not been applied.

The new 5-GHz source count results presented here are shown in Fig. 2 along with previous results reported and collected by Pauliny-Toth *et al.*¹⁰. The new results confirm the continued deviation at low flux levels from the uniform $N(S) = 60 S^{-1.5}$ Ω distribution.

The source counts shown in Fig. 2 follow a reasonable extrapolation of the trends shown by Pauliny-Toth *et al.* Indirect source count measurements, based on $P(D)$ statistical analyses^{15–17}, are also roughly consistent with these new direct counts. There is no evidence for a dominant population of intrinsically weaker but common radio sources lurking below the main population; the general decline in source counts is a cosmological fact that must be reckoned with. A definitive study requires knowledge of the luminosity function; towards that end we are making high resolution studies of these sources with the VLA and pursuing a programme of optical identification.

High resolution observations are now underway at the VLA to determine source structure at 5 GHz, and spectral index using the 20-cm system. Optical observations will also be required¹⁸. These data will be checked for consistency against Laing and Peacock's $P-\alpha$ relation for steep-spectrum sources¹⁹.

We thank P. Napier for supplying the VLA primary beam pattern, Barry Allen for discussions on various aspects, and J. Ledden for bringing some of the past $P(D)$ analyses to our attention. J.N.H. thanks Zonta International for partial support. This research was supported by a grant from the NSF. The National Radio Astronomy Observatory is operated by Associated Universities, Inc. under contract with the NSF.

Received 6 October; accepted 8 December 1982.

1. Wall, J. V., Pearson, T. J. & Longair, M. S. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **195**, 663–706 (1980).
2. Wall, J. V. & Best, C. R. *IAU Symp.* No. 97 441–449 (1982).
3. Peacock, J. A. & Gill, S. F. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **196**, 611–633 (1981).
4. Longair, M. S. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **133**, 421–436 (1966).
5. Peacock, J. A. & Wall, J. V. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **194**, 331–349 (1981).
6. Schmidt, M. *Astrophys. J. Lett.* **209**, L55–L56 (1976).
7. Peacock, J. A. & Wall, J. V. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **198**, 863–866 (1982).
8. Wall, J. V., Pearson, T. J. & Longair, M. S. *IAU Symp.* No. 74, 269–271 (1977).
9. Wall, J. V., Pearson, T. J. & Longair, M. S. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **196**, 597–610 (1981).
10. Pauliny-Toth, I. I. K., Stapp, H. & Witzel, A. *Astr. Astrophys.* **85**, 329–331 (1980).
11. Willis, A. G. & Miley, G. K. *Astr. Astrophys.* **76**, 65–68 (1979).
12. Rots, A. *NRAO Newslet.* No. 6 (1 May, 1982).
13. Murdoch, H. S., Crawford, D. F. & Jauncey, D. L. *Astrophys. J.* **183**, 1–13 (1973).
14. Crawford, D. F., Jauncey, D. L. & Murdoch, H. S. *Astrophys. J.* **162**, 405–410 (1970).
15. Ledden, J. E., Brøderick, J. J., Condon, J. J. & Brown, R. L. *Astr. J.* **85**, 780–788 (1980).
16. Hnilowski, J., Pauliny-Toth, I. I. K., Witzel, A. & Kühr, H. *Astr. Astrophys.* **96**, 285–294 (1981).
17. Wall, J. V., Scheuer, P. A. G., Pauliny-Toth, I. I. K. & Witzel, A. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **198**, 221–237 (1982).
18. Peacock, J. A. & Wall, J. V. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **194**, 331–349 (1981).
19. Laing, R. A. & Peacock, J. A. *Mon. Not. R. astr. Soc.* **190**, 905–924 (1980).

NEW LIMITS ON MICROWAVE BACKGROUND ANISOTROPY AT SMALL ANGULAR SCALES

CRAIG J. HOGAN

Steward Observatory, University of Arizona, Tucson

AND

R. B. PARTRIDGE

Department of Astronomy, Haverford College

Received 1989 February 8; accepted 1989 March 23

ABSTRACT

We have used the Very Large Array to examine a small piece of blank sky for possible angular variations in the temperature of the cosmic microwave background. This experiment differs from previous aperture synthesis studies in using a much shorter wavelength, 2 cm instead of 6 cm. As a result, these data yield finer spatial resolution and virtually eliminate radio source contamination, which has complicated the interpretation of the earlier work. The 95% confidence limits on sky variance obtained are $\Delta T/T < 6.3 \times 10^{-4}$ with 5.3 resolution, and $\Delta T/T < 1.6 \times 10^{-4}$ with 18" resolution. Comparable limits are obtained on polarized fluctuations on 18" scales.

Subject heading: cosmic background radiation

1. INTRODUCTION

As cosmological theory has grown to incorporate more comprehensive and realistic models of galaxy formation, it has become clear that the earliest work, which was based on a highly idealized linear theory, may have excluded the most important sources of microwave background anisotropy. One example is radio source contamination; at long wavelengths, emission from moderate-redshift ($z < 5$) radio galaxies and quasars dominates over all other sources of anisotropy including the classical effects predicted by linear theory from the epoch of recombination at $z = 1000$ (Danese, De Zotti, and Mandolesi 1983). Similarly, it could be that at all angles and wavelengths (but especially at small angles) the high-redshift fluctuations, which in modern theories can have a very small amplitude, are swamped by various effects occurring at lower redshifts, $5 < z < 1000$. While it may be cause for discouragement that signals from the highest redshifts are unobservable, any anisotropy created at intermediate redshift carries information about cosmic evolution during those periods and is thus interesting in its own right.

The current experiment was designed to probe a number of intermediate-redshift effects which might be associated with the formation of galaxies, all of which have spectra which, unlike the nonthermal emission from radio galaxies themselves, increase at shorter wavelength. These include Comptonization from hot shocked gas (Hogan 1984), Doppler scattering from nonlinear collapsing protogalaxies (Ostriker and Vishniac 1986; Vishniac 1987), and thermal emission from the hot dust which may be responsible for generating the recently discovered submillimeter excess radiation (Matsumoto *et al.* 1988; Bond, Carr, and Hogan 1989). Unlike the classical linear anisotropy introduced at the recombination era, in which small-scale anisotropy is smeared out by scattering, these intermediate-redshift processes are generally expected to produce values of $\Delta T/T$ which increase at smaller angular scales, and they are therefore the natural targets of aperture-synthesis background imaging. For the purpose of setting limits on this type of effect in an aperture-synthesis experiment, the double benefit carried by high frequencies

(better angular resolution and weaker nonthermal contamination) more than offsets the cost of noisier receivers at short wavelength. This is particularly true since the experiments at 6 cm have proven in practice to be limited not by receiver noise but most probably by the anisotropy caused by numerous faint discrete sources (Partridge 1988).

II. OBSERVATIONS AND ANALYSIS

We observed a region of the sky essentially free of sources at 2 cm wavelength using the Very Large Array (VLA)¹ in the D array. Our observations were centered at R.A. = $8^{\text{h}}41^{\text{m}}42^{\text{s}}$ and decl. = $+44^{\circ}42'45''$ located in a region deeply mapped at 1.4 GHz by Windhorst *et al.* (1985) and at 4.9 GHz by Donnelly, Partridge, and Windhorst (1987). No 21 cm sources with flux density $> 200 \mu\text{Jy}$ lay within 2.5' of our field center; the half-width at half-maximum of the primary beam at 2 cm was 1.5'. Our field center was chosen so that the brightest ($\sim 1 \text{ mJy}$) 21 cm sources within $\sim 5'$ were placed in the null of the primary beam. No 6 cm source with $S > 160 \text{ mJy}$ lay in the primary beam pattern of our observations at 2 cm.

Our observations were carried out over several nights of good weather in the summer of 1987. A total of ~ 24 hr (or 400,000 visibility records) on the sky was obtained. We calibrated our data using 3C 286, assuming for it a flux of 3.45 Jy at our observing frequency of 14,940 MHz. As a phase calibrator, we employed 0917+449, with a 2 cm flux of 1.02 Jy. We edited the visibility data carefully to exclude data from those antennas shadowed by others or subject to interference, and from those correlators exhibiting excess noise.

An important advantage of aperture-synthesis over filled-aperture measurements (e.g., Readhead *et al.* 1989) is that most systematic sources of noise do not mimic an apparent sky signal. Slowly varying sources of background emission, such as sidelobe pick-up from the ground, cancel out in an aperture synthesis map. Atmospheric emission will add slightly to the

¹ The VLA is a facility of the National Radio Astronomy Observatory, which is operated by Associated Universities, Inc., under contract with the National Science Foundation.

system noise, but the major effect is to introduce phase errors in the measurements made by pairs of antennas in the array. In this work, in the D configuration and in good weather, the typical phase errors were below 5°.

The visibility data were transformed to maps using standard CLEAN algorithms, with cells of 175; 512² maps were made, but only the inner 256² was analyzed. This inner quarter of the map was thus roughly 4 times the solid angle of the primary beam at 2 cm. Inspection of the map revealed the presence of five weak sources (or more probably noise spikes). None of these sources corresponded in position with sources detected at 21 or 6 cm. The rms noise of the map was 28 μJy over the effective solid angle of the synthesized beam. No artifacts such as grating rings or other instrumental effects were visible in the map.

We also constructed maps based on tapered data, that is, $u-v$ data to which a weighting function had been applied to approximate a Gaussian synthesized beam at a particular scale. In the untapered, full resolution map, the synthesized beam width $\theta_{1/2}$ at half-maximum was 5".33 × 5".18, which we approximate as 5".3. Tapering was used to obtain synthesized beam widths of 10" and 18". For these tapered maps, the cell sizes were 3" and 5", respectively. We also made maps at 18" resolution in Stokes parameters Q , U , and V (linear and circular polarization); these are expected to produce zero sky signal and are a measure of system noise and stability.

All maps were deconvolved using the CLEAN algorithm. For a pure-noise map free of point sources, the final sky variances are unaffected by CLEANing, since the Fourier transform of the true synthesized beam differs from that used by CLEAN only slightly except for phase differences. We find that at 2 cm CLEANing indeed makes little difference in the results and is probably unnecessary except to confirm the lack of point sources. With the loop gain set at its usual value of 0.1, negative CLEAN components began to appear after fewer than 10 iterations, confirming that sources are almost entirely negligible compared to noise. We stopped the CLEAN operation after 20–25 iterations in all cases, since CLEANing noise only shifts fluctuation power around in phase and was observed to make little difference in our final results.

We then examined the maps to determine whether the variance in the measured values of flux was greater at the center (where the primary beam response was high) than at the edges (where the primary beam response ≈ 0). Excess variance at the center would be expected either from weak discrete sources or from fluctuations in the microwave background. The analysis employed the technique used in earlier VLA

searches for fluctuations (Martin and Partridge 1988). The map is divided into square blocks 48" (or in some cases 50") on a side; the variance of the brightness per synthesized beam in each block is expressed as a sum of instrumental noise and a sky contribution proportional to the amplitude of the primary power pattern in that block; and a least-squares fit to the whole map then yields estimates of both instrumental and sky variances. We made no correction for the presence of weak sources, except to drop one ~ (48")² region with an unusually high mean flux which may have contained a weak 2 cm source; including this region makes little (< 1/2 σ) difference in the final results.

III. RESULTS

The results of this analysis appear in Table 1, which gives the estimated values for both the instrumental variance (col. [3]) and the excess variance which we ascribe to the sky (col. [4]), with 1 σ errors in the estimate of the latter. The lower limit on the range of angular scales of sky fluctuations which contribute to the measured sky variance is determined by $\theta_{1/2}$ and the upper limit by the size of the blocks used in the analysis. If the sky fluctuations are uncorrelated on scales exceeding $\theta_{1/2}$, so each synthesized beam is independent, then we just measure the rms sky fluctuations on this scale. With the possible exception of the Stokes parameter Q map, our results reveal no significant evidence for the existence of sky fluctuations.

If we ascribe any sky variance we detect entirely to fluctuations in the microwave background, we may convert the values taken from column (4) of Table 1 (expressed in μJy beam⁻¹) to values of $\Delta T/T$ as follows:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{S \lambda^2}{2kT\Omega_s} \times 10^{-22},$$

where $\Omega_s = 1.13\theta_{1/2}^2$ is the solid angle of the synthesized beam, which we approximated as a Gaussian. The upper limits in column (5) were found in this way, with T taken as 2.75 K; we calculated 95% confidence level, one-sided, upper limits.

The angular scale of our most heavily tapered map (18") matches the angular scale of the 6 cm observations of Martin and Partridge (1988) and of Fomalont *et al.* (1988). Their values of $\Delta T/T$ are $(1.7 \pm 0.5) \times 10^{-4}$ and $\leq 1.2 \times 10^{-4}$, respectively. Thus our 2 cm results are in general agreement with earlier, longer wavelength work where the presence of sources makes substantial corrections to the final values of the sky variance necessary. The indication from these new results is that the true sky fluctuations on 18" scales probably lie

TABLE 1
RESULTS OF THESE 2 CENTIMETER OBSERVATIONS

Polarization (1)	Range of Angular Scale (2)	Instrument Variance (μJy beam ⁻¹) ² (3)	Sky Variance ^a (μJy beam ⁻¹) ² (4)	Inferred Upper Limit on $\Delta T/T(10^{-4})^b$ (5)
I ^c	5.4–48"	780	-24.0 ± 70.7	≤ 6.3
I ^e	10–48	1184	-43 ± 217	≤ 3.2
I ^f	18–50	2272	388 ± 735	≤ 1.6
Q	18–50	2561	1061 ± 738	≤ 2.7
U	18–50	2256	89 ± 550	≤ 1.8
V	18–50	2449	-507 ± 626	≤ 1.3

^a Errors are 1 σ.

^b Upper limits at 95% confidence level.

^c One block containing a source not included in the analysis.

ISOTROPY OF THE COSMIC BACKGROUND RADIATION AT 3.4 MILLIMETERS WITH 10' RESOLUTION

SIMON J. E. RADFORD

Institut de Radio Astronomie Millimétrique, 38406 St. Martin d'Hères, France
Received 1992 October 23; accepted 1992 November 30

ABSTRACT

To search for angular fluctuations in the temperature of the cosmic background radiation, a high-declination blank field was observed with the IRAM interferometer at a wavelength of 3.4 mm. The synthesized beam was $9'' \times 10''$ and the field of view $55'$ in diameter. At 95% confidence, the upper limit to any fluctuations in the image at this resolution is $\Delta T/T < 9 \times 10^{-5}$.

Subject heading: cosmic microwave background

1. INTRODUCTION

Extreme isotropy is a striking property of the cosmic background radiation (CBR) noted already in the discovery paper (Penzias & Wilson 1965). There is a dipole anisotropy with relative amplitude $\Delta T/T \approx 10^{-3}$ that is attributed to the peculiar motion of the Milky Way (e.g., Weiss 1980) and COBE detected fluctuations of $\Delta T/T = 1.1 \times 10^{-3}$ on scales of $10'$ and larger (Smoot et al. 1992) that can be interpreted as primordial fluctuations dating from the inflationary epoch (Wright et al. 1992). On smaller scales the best limits are $\Delta T/T < 2 \times 10^{-3}$ for coherence angles around $1'$ (Readhead et al. 1989; Fomalont et al. 1993; Myers, Readhead, & Lawrence 1993).

In addition to primordial, prerecombination anisotropy, postrecombination events associated with galaxy formation at intermediate redshifts, $5 < z < 100$, can be expected to leave imprints on the CBR. These events may include Comptonization by hot gas (Sunyaev-Zel'dovich effect; e.g. Hogan 1984), Doppler scattering from moving gas in collapsing protogalaxies (Ostriker & Vishniac 1986; Vishniac 1987), and thermal emission by primeval dust (e.g., Bond, Carr, & Hogan 1986, 1991). For example, if a primeval infrared luminous galaxy similar to IRAS 10214+4724 (Rowan-Robinson et al. 1991) with a dust temperature of 80 K (Downes et al. 1992) existed at $z = 20$, the observed flux at $\lambda = 3$ mm would be 10 mJy ($H_0 = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, $q_0 = 0.5$). Although primordial, prerecombination anisotropy on scales smaller than $10'$ is damped by multiple scattering during recombination, the amplitude of fluctuations generated by postrecombination events generally increases at smaller angular scales (Hogan 1980). Moreover, the spectra of these postrecombination fluctuations should increase with frequency, unlike the nonthermal emission from nearby ($z < 5$) radio galaxies that dominates background fluctuations at long wavelengths. Hence imprints of galaxy formation are natural targets for imaging with a high-sensitivity, short-wavelength, aperture synthesis instrument. Here I report an observation of a high-declination field in Cepheus at 3.4 mm to probe the isotropy of the CBR on a scale of $10'$. This field was previously imaged with the VLA (Fomalont et al. 1993; Knoke et al. 1984; Martin & Partridge 1988) and is free of any sources stronger than 2 mJy at centimeter wavelengths.

2. OBSERVATIONS

During 1991 July and August a blank field centered at $3^{\text{h}}10^{\text{m}}00^{\text{s}}.0 + 80^{\circ}08'00''$ (1950.0; $b \approx 18''$) was observed with two compact configurations of the three-element IRAM interferometer (Guilloteau et al. 1992) on Plateau de Bure, France. Two of the three 15 m antennas had SIS mixers with DSB receiver temperatures of 50 and 80 K, while the third had a Schottky mixer with a DSB receiver temperature of 110 K. Typical SSB system temperatures outside the atmosphere, i.e., including sky noise, ground pickup, and atmospheric opacity, were 300–400 K (T_{sys}^*) at the observing frequencies of 89.2 GHz (upper sideband; USB) and 86.2 GHz (lower sideband; LSB). Projected baseline lengths varied from 18 to 62 m, with most of the data collected on baselines around 38 m. The synthesized beam has half-power diameters of $9'' \times 10''$, the first null at a diameter of $16''$, and sidelobes of -20% at a diameter of $24''$ and $+15\%$ at a diameter of $72''$. Its main lobe, which falls off more quickly than a Gaussian, has an effective area $\Omega_e = 82 \text{ arcsec}^2$. The field of view, determined by the primary beam shape, is $55'$ (FWHM). A 10×50 MHz channel digital correlator was employed, but only the center eight channels (400 MHz total) were usable because of band edge effects. Local oscillator phase switching permitted separation of signals in the two receiver sidebands in the correlator to better than 25 dB, so the noise in each sideband is independent. The strong continuum source 3C 84, with a flux of 8.6 Jy measured relative to single-dish observations of the planets, was used to define the flux scale and for bandpass calibration. Atmospheric opacity was estimated by chopper calibration between the sky and an ambient load. Amplitudes and phases were calibrated by interspersed observations of 0212+735, for which a flux density of 0.9 Jy was adopted. Residual atmospheric phase fluctuations after calibration were 10° r.m.s. and the degree of decorrelation of the calibrator signal indicates the total (atmospheric and instrumental) short term phase jitter was 35° – 60° r.m.s. The brightness temperature scale $S/T_b = 2k\nu^2\Omega_e/c^2 = 0.47 \text{ Jy beam}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

3. ANALYSIS AND RESULTS

About 13% of the data, mostly around lower culmination, had abnormally high system temperatures or other instrumental problems. After discarding these data, the 31.7 hr of

TABLE 1
RADIAL VARIATION OF NOISE LEVEL (μK) AND FIT RESULTS

A.						
Radius	Blocks	Power	USB	LSB	SBA	SBD
0''	1	67%	1450 \pm 150	1060 \pm 110	850 \pm 90	940 \pm 90
63	4	30%	1180 \pm 60	1230 \pm 60	900 \pm 50	860 \pm 40
89	4	3%	1130 \pm 60	1200 \pm 60	800 \pm 40	840 \pm 40
126	4	...	1170 \pm 60	1090 \pm 60	830 \pm 40	730 \pm 40
141	8	...	1140 \pm 40	1100 \pm 40	780 \pm 30	800 \pm 30
178	4	...	1180 \pm 60	1140 \pm 60	820 \pm 40	820 \pm 40

B.				
Parameter	USB	LSB	SBA	SBD
Constant	1160 \pm 20	1130 \pm 20	810 \pm 20	810 \pm 10
Gaussian Amplitude	290 \pm 140	-70 \pm 100	60 \pm 90	120 \pm 90
χ^2	0.7	5.0	5.3	1.6
ΔT_b	<530	<160	<200	...

source integration time that remained were calibrated and maps were made from the USB, LSB, and SDB (average) images. These maps were then combined to make sideband images [SBA = (USB + LSB)/2] and difference [SBD = (USB - LSB)/2] images. The DSB and SBA maps are identical, which confirms the linearity of the mapping software. They provide the most sensitive limits on CBR fluctuations. The SBD map is a diagnostic of the system noise level since by subtracting any flat spectrum signal would vanish. Because the usual deconvolution technique, clean, is nonlinear and can alter the noise statistics (e.g., Fomalont et al. 1993) and since there were in any event no strong sources apparent in any of the maps, they were left uncleaned for analysis.

With 3'' pixels, the 256 \times 256 maps cover 12.8', many times larger than the field of view. Following the analyses applied in A searches for CBR anisotropy (Fomalont et al. 1988, 1993; Gan & Partridge 1989; Knoke et al. 1984), the inner 5.25 min² region of each image was divided into 25 blocks, 63'' on a side. The number of blocks at different radii from the field center and the fraction of the primary beam power intercepted by the sum of those blocks are listed in Table 1. The blocks were further subdivided into 49 tiles, 9'' on a side, that are all in area to the synthesized beam's main lobe, so these tiles are approximately statistically independent. Although the synthesized beam's sidelobes introduce correlations between tiles, these correlations are unlikely to affect the results significantly and were ignored in the following analysis. The average flux in each tile was measured and the variance of the tile fluxes about the mean was calculated for each block. The tile fluxes in each block were found to be normally distributed. For each block, the variances about the mean were also computed as well as the relative variances of the positive and negative tiles, but these were all indistinguishable from the variances about zero. Then the variances for blocks at different radii were combined and expressed as r.m.s. noise levels in brightness temperature (Table 1).

While instrumental noise should produce a uniform noise level across the maps, any faint sources or CBR anisotropy will be modulated by the primary beam and should manifest themselves as a radial difference in the signal variance between the center and edges. The USB and LSB maps have equal noise levels at their edges, as do the DSB (SBA) and SBD

images. These noise levels are consistent with those expected for the IRAM interferometer with a system temperature of 350 K and a total (atmospheric and instrumental) phase jitter of 40° r.m.s. (Guillotau et al. 1992).

All the maps show, however, some increase in the noise level toward the center. This is especially pronounced in the USB map, where the central block has a noise level 25% (2 σ) higher than the edge. Note, however, the LSB image shows a ring of higher noise at the very edge of the field of view and a slight decrease in the center. Such a ring of increased noise level could be produced by the scattering of power from sources in the center of the field of view by sidelobes of the synthesized beam (Fomalont et al. 1993). The SBA and SBD maps show corresponding mixtures of these effects. To quantify the central increase in noise level in each map, the radial runs of noise level were fitted with a constant plus a Gaussian with a width fixed equal to the primary beam size (Table 1). At face value, these fits indicate there are sky fluctuations in the USB with an r.m.s. brightness temperature of 290 \pm 140 μK , but no sky fluctuations in the LSB. To see if emission in any individual 50 MHz correlator channel could be responsible for the excess noise in the USB image, maps were made for each channel in each sideband and the same analysis performed. Within the statistical uncertainties, the noise levels in all the channel maps were the same, constant, and consistent with the system noise temperature. It seems most likely, therefore, the USB excess is not celestial emission but either a statistical fluke or an instrumental effect of undiagnosed origin.

In the SBA image, the 95% confidence upper limit on the brightness temperature of any fluctuations is $\Delta T_b < 200 \mu\text{K}$. As a fractional intensity change in the CBR, this limit is $\Delta T_b/T_b < 1.7 \times 10^{-4}$ since the CBR brightness temperature $T_b = T_x/(e^x - 1) = 1.14 \text{ K}$, where $x = h\nu/kT$ and $T = 2.75 \text{ K}$. Because $dT_b/T_b = xe^x/(e^x - 1)dT/T = 1.97dT/T$, the limit on any fractional change in the thermodynamic temperature of the CBR is $\Delta T/T < 9 \times 10^{-5}$.

4. DISCUSSION

This work, at the hitherto unexplored wavelength of 3.4 mm, has placed one of the best direct limits to date, $\Delta T/T < 9 \times 10^{-5}$, on CBR fluctuations at a resolution of 10'. This present limit is similar to a limit of $\Delta T/T < 7.2 \times 10^{-5}$ at the

RADIO ASTRONOMÍA

LECCIÓN #29

ROTACIÓN DE FARADAY

BIBLIOGRAFÍA:

- 1) CAPITULO 1 "GALACTIC AND EXTRAGALACTIC RADIO ASTRONOMY"
G.L. Verschuur, K.I. Kellermann eds
1988 Springer-Verlag, p.10
- 2) CAPITULO 7: "CLASSICAL ELECTRODYNAMICS"
J.D. JACKSON
1975 John Wiley p. 292
- 3) CAPITULO 32; Vol II "The Feynman Lectures on Physics"
1975 Feynman, Leighton, Sands
Addison-Wesley p.
- 4) CAPITULO 5 "RADIO ASTRONOMY"
J.D. Krauss
1966 McGraw Hill p. 143
- 5) CAPITULO 3 "TOOLS OF RADIO ASTRONOMY"
K. Rohlfs
1986 Springer-Verlag, p.45
- 6) CAPITULO 13 "INTERFEROMETRY AND SYNTHESIS IN RADIO ASTRONOMY"
1986 A.R. Thompson,
J.M. Moran,
G.W. Swenson
John Wiley & Sons. P. 460

(13)

II. ROTACIÓN DE FARADAY

- ① Considérese un plasma con un CAMPO MAGNETICO EXTERNO con magnitud B_0 ,
 $\vec{B} = |B_0| \hat{B}_0$.

Ya se había mencionado el movimiento de una partícula cargada debido a la fuerza externa

$$\vec{F} = \frac{e}{c} (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{e v B}{c}$$

$$m \omega_B \frac{r^2}{r} = \frac{e v B}{c}$$

$$\omega_B = \frac{eB}{mc}$$

FRECUENCIA DE CICLOTRÓN

Si $e = 4.8 \times 10^{-10}$
 $m_e = 9.1 \times 10^{-28}$
 $c = 3 \times 10^{10}$

$$\omega_B = 1.7 \times 10^7 B_{\text{Gauss}} \text{ s}^{-1}$$

LAS PROPIEDADES DE LAS ONDAS EM. DEPENDERÁN EN LA DIRECCIÓN RELATIVA ENTRE LA LÍNEA DE PROPAGACIÓN Y LA DIRECCIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO

(14)

II. (2) ONDAS EM CIRCULARMENTE POLARIZADAS VIAJANDO PARALELAS AL CAMPO MAGNETICO EXTERNO $\vec{B}_0 = B_0 \hat{k}$.

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} \quad (2)$$

$$\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{i} + E_0 \sin(kz - \omega t) \hat{j} \quad \text{DERECHA} \quad (3)$$

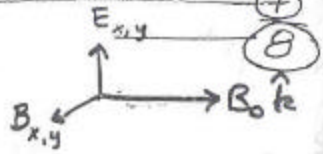
$$\vec{E} = E_0 \sin(kz - \omega t) \hat{i} + E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{j} \quad \text{IZQUIERDA} \quad (4)$$

$$\vec{B} = B_0 \hat{k} \quad (5)$$

La ecuación de movimiento es ($v \perp B_0$) en $z=0$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \frac{e}{c}(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (6)$$

Sea $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ (7)



La ecuación (6) puede escribirse

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{e}{c} \vec{B} \times \vec{v} = -e\vec{E} \quad (9)$$

Substituyendo (5) y (7) y (8) en (9) tenemos

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{eB_0}{c} \hat{k} \times \vec{v} = -e\vec{E} \quad (10)$$

O bien

$$\frac{d}{dt} \left[\vec{v} - \omega_B \hat{k} \times \vec{r} \right] = -\frac{e\vec{E}}{m} \quad (11)$$

Tomando solo las expresiones para el eje x y considerando $z=0$ (12)

$$\frac{d}{dt} \left[v_x \hat{i} + \omega_B y \hat{i} \right] = -\frac{eE_0}{m} \cos \omega t \hat{i}$$

Así mismo la expresión para movimiento en el eje y son:

$$\frac{d}{dt} \left[v_y \hat{j} - \omega_B x \hat{j} \right] = +\frac{eE_0}{m} \sin \omega t \hat{j} \quad (13)$$

Realizando la integral ⁽¹⁵⁾ de la expresión ⁽¹²⁾ con valores iniciales $v_x = 0$ en $t=0$ y $x=0$ en $t=0$ tenemos: (olvidándonos de los vectores unitarios en x)

$$v_x + \omega_B y = -\frac{eE_0}{m\omega} \sin \omega t \quad (14)$$

Y análogamente

$$v_y - \omega_B x = -\frac{eE_0}{m\omega} \cos \omega t \quad (15)$$

Las expresiones ⁽¹⁴⁾ y ⁽¹⁵⁾ pueden escribirse

$$\frac{dx}{dt} + \omega_B y = -\frac{eE_0}{m\omega} \sin \omega t \quad (16)$$

$$\frac{dy}{dt} - \omega_B x = -\frac{eE_0}{m\omega} \cos \omega t \quad (17)$$

Tomando la derivada de la primera ecuación ⁽¹⁶⁾ tenemos

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_B \frac{dy}{dt} = -\frac{eE_0}{m} \cos \omega t \quad (18)$$

Substituyendo $\frac{dy}{dt}$ de la ecuación ⁽¹⁷⁾ en ⁽¹⁸⁾ tenemos

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_B \left[\omega_B x - \frac{eE_0}{m\omega} \cos \omega t \right] = -\frac{eE_0}{m} \cos \omega t \quad (19)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_B^2 x = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t \left[\frac{\omega_B}{\omega} - 1 \right] \quad (20)$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_B^2 x = \frac{eE_0}{m\omega} (\omega_B - \omega) \cos \omega t} \quad (21)$$

(16)

Una solución de la ecuación homogénea es

$$X_1 = A \cos(\omega_B t + \alpha) \quad (22)$$

La solución particular será

$$X_2 = D \cos(\omega t + \beta)$$

La solución general es:

$$X = X_1 + X_2$$

$$X = A \cos(\omega_B t + \alpha) + D \cos(\omega t + \beta) \quad (23)$$

Sin embargo como condición inicial deseamos que $X = 0$ en $t = 0$ y $\dot{X} = 0$ en $t = 0$

$$X = A \cos \alpha + D \cos \beta = 0 \Rightarrow A \cos \alpha = -D \cos \beta \quad (24)$$

$$\dot{X} = -\omega_B A \sin(\omega_B t + \alpha) + \omega D \sin(\omega t + \beta) \Rightarrow +\omega_B A \sin \alpha = \omega D \sin \beta \quad (24)$$

Substituyendo (23) en la expresión (21) tenemos

$$\begin{aligned} -\omega_B^2 A \cos(\omega_B t + \alpha) - \omega^2 D \cos(\omega t + \beta) - \omega_B^2 [A \cos(\omega_B t + \alpha) + D \cos(\omega t + \beta)] &= \\ = \frac{eE}{m\omega} (\omega_B - \omega) \cos(\omega t + \beta) \end{aligned}$$

en $t = 0$

$$-\omega_B^2 A \cos \alpha - \omega^2 D + \omega_B^2 A \cos \alpha + \omega_B^2 D = \frac{eE}{m\omega} (\omega_B - \omega) \cos \beta$$

$$\cos \beta [\omega_B^2 D - \omega^2 D] = \frac{eE}{m\omega} (\omega_B - \omega) \cos \beta$$

$$D = \frac{eE (\omega_B - \omega)}{m\omega (\omega_B - \omega)(\omega_B + \omega)} \quad (25)$$

(17)
 Como el requisito es que el electrón esté en reposo en $t=0$ se desecha la solución homogénea y $\beta = 90^\circ$ y $A = 0$. De (24) $\text{sen } \alpha = \frac{\omega D}{\omega_B A}$

Así tenemos el resultado final

Polarización
derecha

$$x = \frac{-eE}{m\omega} \frac{\text{sen}(\omega t)}{(\omega_B + \omega)} \quad (26)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{eE}{m} \frac{\cos \omega t}{(\omega + \omega_B)} \quad (27)$$

En forma análoga, tenemos para y : de la expresión (17)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \omega_B \frac{dy}{dt} = \frac{eE_0}{m} \text{sen} \omega t \quad (28)$$

Substituyendo la expresión (16) en 28 tenemos

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \omega_B \left[-\omega_B y - \frac{eE_0}{m\omega} \text{sen} \omega t \right] = \frac{eE_0}{m} \text{sen} \omega t \quad (29)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_B^2 y = \frac{eE}{m} \text{sen} \omega t - \frac{eE\omega_B}{m\omega} \text{sen} \omega t \quad (30)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_B^2 y = \frac{eE}{m} \text{sen} \omega t \left[1 - \frac{\omega_B}{\omega} \right] \quad (31)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_B^2 y = \frac{eE}{m\omega} (\omega - \omega_B) \text{sen} \omega t \quad (32)$$

En forma análoga requerimos como condiciones iniciales que $y=0$ y $v_y=0$ en $t=0$ lo cual nos da una solución

Pol.
Derecha

$$y = \frac{-eE}{m\omega} \frac{\text{sen} \omega t}{(\omega + \omega_B)} \quad (33)$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{eE}{m} \frac{\cos \omega t}{(\omega + \omega_B)} \quad (34)$$

(18)

Para una onda circularmente polarizada izquierda

$$x = \frac{-eE}{m\omega} \frac{\cos(\omega t)}{(\omega - \omega_B)} \quad (35)$$

$$\frac{dx}{dt} = + \frac{eE}{m} \frac{\sin(\omega t)}{(\omega - \omega_B)} \quad (36)$$

$$y = \frac{-eE}{m\omega} \frac{\cos \omega t}{(\omega - \omega_B)} \quad (37)$$

Polarización
Izquierda

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-eE}{m\omega} \frac{\sin \omega t}{(\omega - \omega_B)} \quad (38)$$

NOTESE QUE SI LA RADIACIÓN ES DE POLARIZACIÓN
IZQUIERDA Y $\omega = \omega_B$ x, y, v_x, v_y SON MUY
MUY GRANDES! \Rightarrow HAY RESONANCIA

La CONSTANTE DIELECTRICA ES:

$$\epsilon_I^D = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_B)} \quad (39)$$

es decir LAS ONDAS EM VIAJARAN A
DIFERENTES VELOCIDADES EN EL PLASMA.

$$v_g^D = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_B)}} \quad (19) \quad (40)$$

$$v_g^I = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_B)}} \quad (41)$$

Sea $\omega = 3\omega_B \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} v_g^D &= c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{12\omega_B^2}} \\ v_g^I &= c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{6\omega_B^2}} \end{aligned} \right\} v_g^D > v_g^I$$

MIENTRAS LA VELOCIDAD DE GRUPO DE LA ONDA POLARIZADA IZQUIERDA AVANZA UNA CIERTA DISTANCIA, LA ONDA POL. DERECHA AVANZA UNA MAYOR DISTANCIA.

$$v_f^D = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_B)}}} \quad (42)$$

$$v_f^I = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_B)}}} \quad (43)$$

} $v_f^D < v_f^I$

Analogamente la velocidad de fase será diferente

\Rightarrow EL ANGULO DE POLARIZACIÓN ROTA AL PROPAGARSE LA ONDA AL

(20)

A ESTE EFECTO SE LE CONOCE COMO
ROTACIÓN DE FARADAY

Si $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $k \cdot L = \text{ángulo}$

$$\phi_{D,I} = \int_0^L k_{D,I} dl \quad (44)$$

donde $k_{D,I} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{D,I}}$ (45)

Substituyendo (39) en (45) tenemos

$$\begin{aligned} k_I^D &= \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_B)}} \quad (46) \\ &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\omega^2 \pm \omega\omega_B - \omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_B)}} \end{aligned}$$

Si $\omega \gg \omega_p$ y $\omega \gg \omega_B$

$$\approx \frac{\omega}{c} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_B)} \right]$$

$$\approx \frac{\omega}{c} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{1}{(1 \pm \frac{\omega_B}{\omega})} \right]$$

$$\boxed{k_I^D \approx \frac{\omega}{c} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 \mp \frac{\omega_B}{\omega} \right) \right]} \quad (47)$$

(21)

Por lo tanto LA DIFERENCIA DE ANGULO será

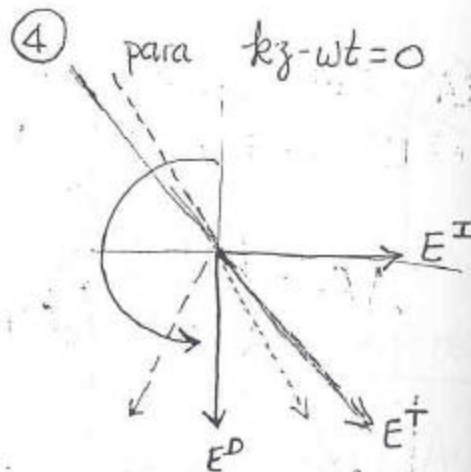
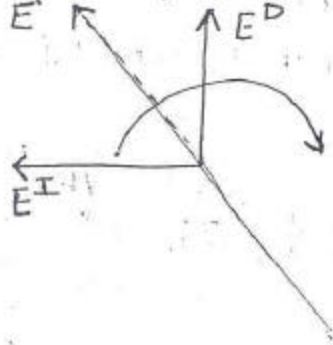
$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \int_0^L (k^D - k^I) \cdot dl \quad (48)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \frac{\omega_p^2}{c\omega^2} \omega_B \cdot dl \quad (49)$$

$$\omega_B = \frac{eB}{mc} \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$$

$$\Delta\theta = \frac{2\pi e^3}{m^2 c^2} \int_0^L n \underbrace{B \cos\theta}_{B_{||}} dl \quad (50)$$

De las expresiones (3) y (4) para $kz - \omega t = 0$ y $kz - \omega t = k\delta$



(22)

$$\int_0^L n B_{\parallel} dl = \frac{m^2 c^2 \omega^2}{2\pi e^3} \Delta\theta$$

pero $\omega = 2\pi\nu$ $c = \lambda\nu$

$$\int_0^L n B_{\parallel} dl = \frac{m^2 c^2 2\pi}{e^3} \nu^2 \Delta\theta$$

Si n es constante a lo largo de las dimensiones del plasma y B_{\parallel} es constante \therefore

$$\Delta\theta = \frac{e^3}{m^2 c^2 2\pi} \lambda^2 n_e B_{\parallel} L$$

PARA DIFERENTES VALORES DE λ SE TIENEN DIFERENTES VALORES DE $\Delta\theta$.

$$\Delta\theta = \frac{(4.8 \times 10^{-10})^3}{(9.1 \times 10^{-28})^2 (2.99 \times 10^{10})^4 2\pi} n_e B_{\parallel} L \frac{\lambda^2}{\text{cm}^2}$$

$$\Delta\theta = 8.1 \times 10^{-5} \frac{n_e}{(\text{cm}^{-3})} \frac{B_{\parallel}}{(\mu\text{G})} \frac{L}{(\text{pc})} \frac{\lambda^2}{(\text{cm}^2)}$$

This question has already found a meanwhile generally accepted answer for cosmic objects like the Earth, the planets, the Sun and late-type stars: dynamo excitation is responsible for the built-up of the magnetic fields of these objects.

During the last ten years investigations have been made aiming at an understanding of the magnetic fields observed in our Galaxy and in nearby galaxies. In the following chapters we will discuss these attempts in more detail.

7.1 The analysis of magnetic fields

To build up a consequent method of describing magnetic fields in galaxies we must remember that each galaxy has the appearance of a disk with a diameter R seen under a certain inclination angle. Hence a galaxy is characterized by a major and a minor axis, furthermore by a central part ($r < r_c$) which (mainly) rotates rigidly, i.e. $\Omega = \Omega_0 = \text{const.}$, and the extended disk ($r_c \leq r \leq R$) which (mainly) rotates with constant rotational velocity, i.e. $v_{\text{rot}} = \text{const.}$, resp. $\Omega = \Omega_0 r_c / r$. The disk has a certain thickness which is important in the context of magnetic fields: Faraday rotation takes place in this disk, where thermal electrons (H α emission) are present.

An analysis which would start with an array of points, each describing the magnetic field strength and orientation, would be the simplest exercise. This would be particularly applicable in a situation where magnetic fields are random. Since we rarely have a full description of the magnetic field the use of the analysis which anticipates a theoretical field description is to be preferred. In particular since the early observations indicated that magnetic fields are more or less aligned with the spiral arms, most of the analysis methods which have been developed anticipated these geometries.

A pioneering paper in this area was published by Tosa and Fujimoto (1978). In this paper the line-of-sight component of the magnetic field was analyzed, which gives the Faraday rotation. This analysis suggested that in M51 a bisymmetric magnetic field exists. One of the problems of this analysis was the fact that the data which were used came from two different frequencies from an identical interferometer array (Segalovitz et al. 1976). As a result of this, the lower frequency data mainly show magnetic field vectors in the outer regions of the galaxy, while the higher frequency emission comes from the inner parts.

The method of Tosa and Fujimoto is illustrated in Fig. 13: The rotation measure RM , which describes the line-of-sight component of the magnetic field, is considered as a function of φ_0 , where φ_0 is the azimuth projected on the sky. With φ we denote the azimuth in the central plane of the galaxy.

In case of a field showing axisymmetry with respect to the axis of rotation, i.e. B_r and B_φ do not depend on φ , RM varies with $e^{i\varphi}$.

If a bisymmetric field is considered, i.e. B_r and B_φ depend on $e^{i\varphi}$, RM varies with $e^{2i\varphi}$.

Apparently these simple results are confirmed in the first approximation by observations. In Fig. 14 we show the measurements for the galaxy IC 342. Two curves are here indicated and the conclusion is that the magnetic field structure

Bisymmetric Spiral Structure

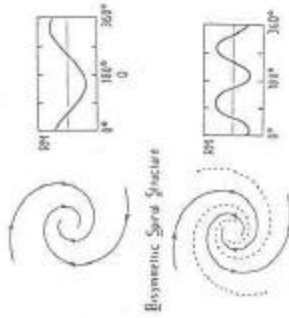


Fig. 13. The method of Tosa and Fujimoto for the analysis of rotation measures in a spiral galaxy

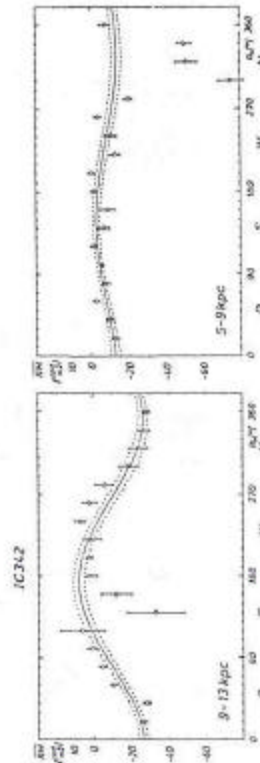


Fig. 14. RM -profiles of the galaxy IC 342 (M. Krause et al. 1989a) indicating an overall axisymmetric magnetic field

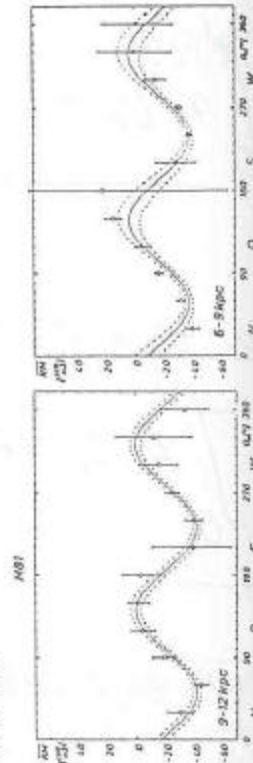


Fig. 15. The RM -profiles for M81 (M. Krause et al. 1989b) indicating an overall bisymmetric magnetic field

In contrast, the observational data of M81 suggest a variation with $e^{2i\varphi}$ showing four zeros (Fig. 15). It is thus concluded that the magnetic field of M81 is a bisymmetric spiral structure (M. Krause et al. 1989b).

percent below. Extrapolating the position-angle to zero wavelength gives an intrinsic polarization angle of approximately 150°. The rotation measure is about -25 rad m^{-2} . Assuming a constant electron density, magnetic field, and angle ϕ , (5-76) reduces for electrons to †

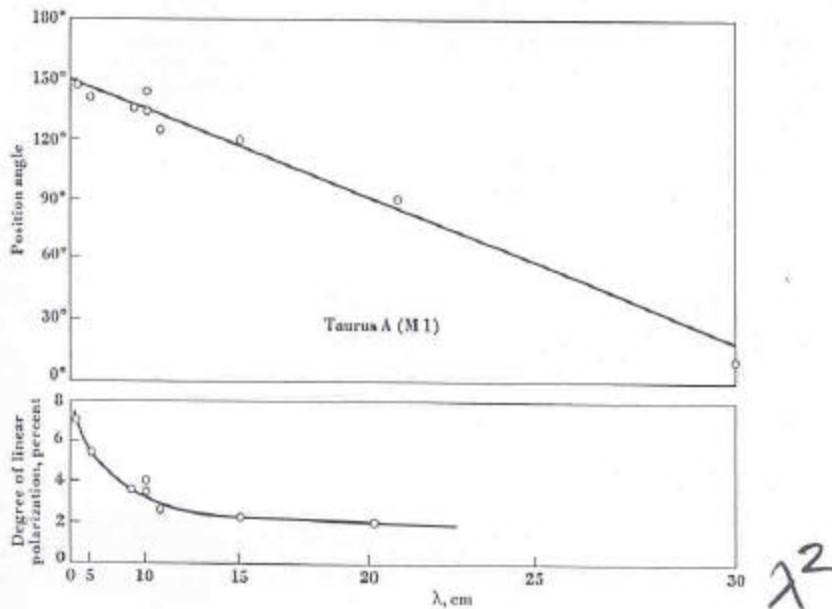


Fig. 5-4. Position angle and degree of linear polarization as a function of wavelength for the radio source Taurus A (Crab nebula). Distance along the horizontal scale is proportional to the square of the wavelength.

$$\Delta\theta = 2.6 \times 10^{-13} NB\lambda^2 \cos \phi \Delta r \quad \text{rad} \quad (5-82)$$

- where N = number of electrons, m^{-3}
- B = magnetic flux density, webers m^{-2}
- λ = wavelength, m
- ϕ = angle between wave direction and B
- Δr = path length, m

Converting to units frequently used in astronomical calculations, (5-82) becomes

$$\Delta\theta = 8.1 \times 10^5 NB\lambda^2 \cos \phi \Delta r \quad \text{rad} \quad (5-83)$$

† For the case of a transmitter in an artificial earth satellite traveling toward or away from the observer along a line nearly parallel to B , it is convenient to replace $\Delta\theta$ by π and Δr by $v \Delta T$, where v is the satellite velocity (in meters per second) and ΔT the time (in seconds) between nulls in the signal as measured with a linearly polarized receiving antenna. Assuming that B is known, the average N can then be determined. It is assumed that the fading (nulls) is entirely due to Faraday-rotation effects and not to rotation of the satellite (with a linearly polarized antenna).

been applied to the examination of deteriorated leathers under a research project sponsored by the U.S. Department of Agriculture. Now work has been the application to collagen and certain tanned collagens of principles and techniques developed by workers in investigations of rubber-like elasticity and the cross-linking of large molecules. Determinations have been made of the number of cross-links (per unit weight) and the relative stabilities of cross-links in collagen tendons tanned with certain aldehydes. It is gratifying to record this beginning of an experimental study of a fundamental question in the theory of tanning and note that glutaraldehyde, first advocated as a tanning agent by the Department of Agriculture, Eastern Regional Laboratory, has been found very effective in producing stable cross-links. Work on curing, oxygen de-woolting and pigment finishing continues.

For many years the Research Association has given forewarnings of the problems facing the industry from effluent disposal. Recent legislation has justified these

warnings to the full. Throughout Great Britain, members are steadily adopting the Association's advice to "reduce, replace and re-use". Conditions vary from tannery to tannery so that no one method is likely to be generally applicable, but amounts of lime and sulphide can sometimes be reduced without loss in quality, a proportion of the sodium sulphide normally used can be replaced by caustic soda, and the re-use of lime and chrome is practised on a wider scale. The acute problem of destroying sulphide in effluent has been tackled on a broad front and the costs of various processes for the removal of sulphide have been compared. In addition, the work of the British Leather Manufacturers' Research Association on the behaviour of tannery effluents in biological treatments is proving of immense help in negotiations with local authorities.

Income for the year 1961-62 was £88,698, an increase of £9,400 over the previous year; expenditure was £88,816.

POLARIZATION OF RADIO SOURCES AND FARADAY ROTATION EFFECTS IN THE GALAXY

By F. F. GARDNER and J. B. WHITEOAK

C.S.I.R.O. Division of Radiophysics, University Grounds, Sydney

IN two previous communications^{1,2} observations of linear polarization in the radio emission from a number of extra-galactic sources were reported. The first, by us, gave details of the detection of linear polarization of the radio emission from seven out of nine sources observed at 20 cm. The result is strong support for the hypothesis that the emission originates in synchrotron radiation. A number of these sources were known to be doubles, and in several cases the *E*-vector of the 20-cm radiation was aligned with the direction of elongation of the source. However, it was pointed out that, owing to the possibility of Faraday rotation, the position angle of the *E*-vector at a single wave-length cannot be used to infer the intrinsic polarization of the source, which on the synchrotron hypothesis³ is approximately perpendicular to the magnetic field.

The second note, by Cooper and Price⁴, was directly concerned with Faraday rotation. It was found that for three selected points in the radio source Centaurus *A* the received polarization progressively rotated with increasing wave-length at a rate proportional to the wave-length squared. This is in agreement with Faraday rotation, for which the rotation θ in radians at a wave-length λ metres by a medium of electron density N per cm³ and longitudinal magnetic field B_L in gauss is given by:

$$\theta = 8.1 \times 10^5 \lambda^2 \int N B_L dL$$

where L is measured in parsecs. We shall call the value of θ/λ^2 in radians/m² the rotation measure for the source. It measures the integrated value of the product of electron density and longitudinal field along the path from the

Table 1. (a) POLARIZATION DIRECTIONS FOR SOURCES MEASURED AT THREE OR MORE WAVE-LENGTHS BETWEEN 10 AND 30 CM

Source	Galactic Co-ords.		Position angle of polarization (wave-length cm)						Intrinsic polarization angle	Rotation measure radians/m ²
	α	δ	30	24	21	19	15	10		
3C-23	330	-49	33 ± 5		60 ± 2		81 ± 5	55 ± 134	94	-15
Fornax A (a)*	240	-57	62 ± 2	64 ± 3	61 ± 3	68 ± 5	67 ± 3	56 ± 4	65	-19
Fornax A (b)			94 ± 3	91 ± 5	101 ± 3	105 ± 5	98 ± 5	98 ± 19	103	-12
Pictor A	251	-34	109 ± 3		50 ± 5		172 ± 5	117 ± 5	110	+45
Taurus	185	-95	10 ± 4		31 ± 3		120 ± 9	143 ± 2	157	-23
3C-161	215	-88	70 ± 5		24 ± 5			149 ± 3	142	+23
3C-270	282	-67	131 ± 4		118 ± 3	118 ± 10		108 ± 8	105	+27
3C-273	290	+64			142 ± 10		127 ± 9	150 ± 3	164	-52
Centaurus A (a)†	310	+20	180 ± 5	338 ± 4	175 ± 3	30 ± 10	70 ± 3	115 ± 3	147	-50
Centaurus A (b)†			49 ± 3	15 ± 3	60 ± 5	98 ± 7	150 ± 3	20 ± 20	25	-65
1356.1	319	+62			172 ± 3		122 ± 15	53 ± 5	39	+10
Hercules A	23	+29	173 ± 15		60 ± 4			25 ± 4	61	+24
3C-377a	12	+38	40 ± 0		62 ± 5			105 ± 19	156	+11
3C-350	21	+19	123 ± 12	24 ± 4	171 ± 5	160 ± 4	137 ± 3	195 ± 2	80	+29
31-64	321	-41	62 ± 5		108 ± 5			45 ± 2	28	+30
23-64	314	-55	128 ± 3		67 ± 3	49 ± 5	47 ± 9	10 ± 13	11	+23

* Fornax A (a) is the larger component at 03h29m.5, -27° 18'; (b) is the smaller one at 03h22m.7, -27° 28'. At 50 and 75 cm both components are in the aerial beam.

† Centaurus A (a) is the central component at 13h23m.2, -42° 48'; (b) is in the extended region at 13h24m.0, -42° 39'.

Table 1. (b) MEASUREMENTS NOT INCLUDED IN TABLE 1 (a)

Source	$\lambda = 75$ cm		$\lambda = 50$ cm		$\lambda = 30$ cm		$\lambda = 21$ cm		Intrinsic polarization angle	Rotation measure radians/m ²
	P.A.	%	P.A.	%	P.A.	%	P.A.	%		
Fornax A (a)	0 ± 10	2.0 ± 1.0	25 ± 5	3.5 ± 1.0					110	+27
3C - 78					135 ± 10	3.1 ± 1.5	124 ± 7	2.6 ± 1	65	+26
3C - 98					82 ± 5	3.5 ± 0.5	74 ± 4	6.0 ± 0.5	148	-27
3C - 227					124 ± 5	9.3 ± 3	136 ± 7	5.6 ± 0.5	159	+10
3C - 279					0 ± 5	8.4 ± 4	153 ± 3	4.3 ± 1		

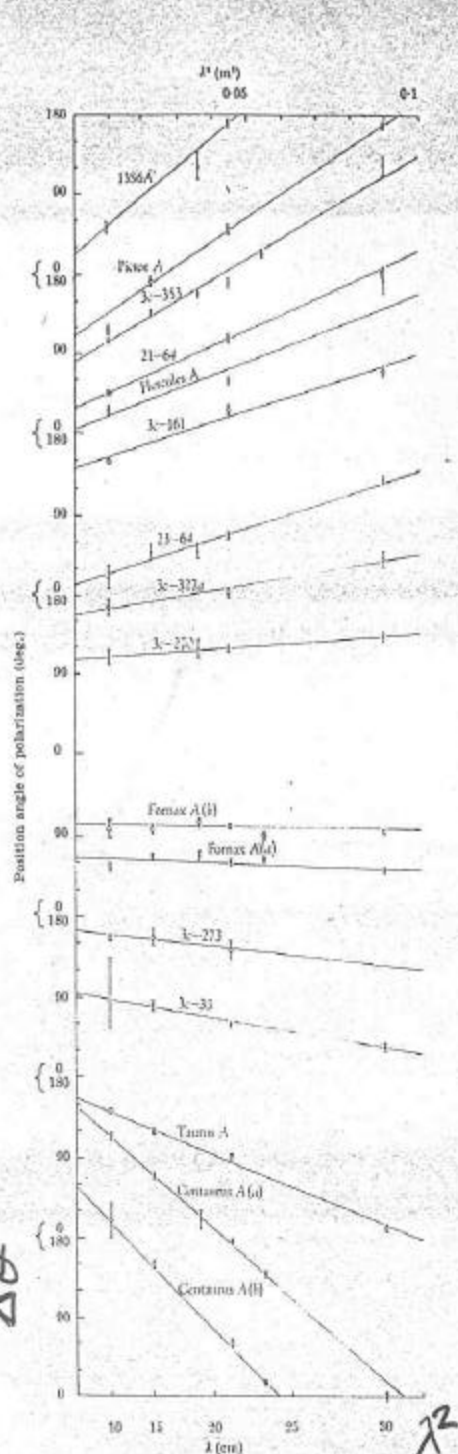


Fig. 1. Variation of the polarization position angle with wave-length. Particulars of the sources are given in Table 1

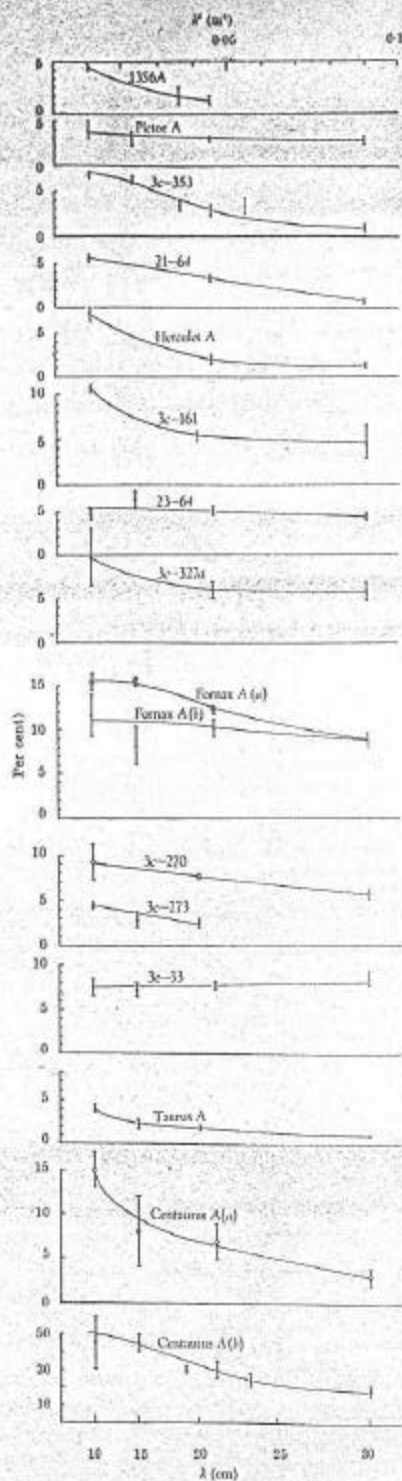


Fig. 2. Variation of the percentage linear polarization with wave-length. The percentage polarization equals $\frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \times 100$ per cent where I_{max} and I_{min} are maximum and minimum intensities

source to the observer. The rotation measure is positive if the magnetic field is directed towards the observer.

Cooper and Price found that the rotation measure was nearly the same at three positions across the source (with an overall separation of some two degrees). This suggested that the rotation was taking place outside the source, perhaps in our own Galaxy. The present measurements were made in an attempt to elucidate the origin of the rotation. Observations with the 210-ft. telescope were made of 18 radio sources at two or more wave-lengths between 10 cm and 75 cm in the manner described in the previous note¹.

Fig. 1 shows the relation between the polarization position angle (the direction of the *E*-vector measured east of north) and the square of the wave-length for those sources measured at three or more wave-lengths. It includes the Cooper and Price² results for the central source of Centaurus *A* and for the highly polarized region to the north of the centre. The details of the observations are listed in Table 1. An examination of Fig. 1 shows that, with the exception of Hercules *A* (the position angle at 20 cm for Hercules *A* was given incorrectly in ref. 1) and possibly Pictor *A* at the short-wave end, the points define reasonably straight lines, from which the intrinsic polarization can be obtained by extrapolation to $\lambda = 0$. When the intrinsic polarization angle is compared with the position angle of the line joining the components of each of the 10 double sources for which information is available³ the results are: (a) in six cases the directions are within 30° of each other, and (b) in four cases the directions are between 60° and 90° apart. There is thus a tendency for the polarization directions to be parallel or perpendicular to the source elongation. This suggests the possibility of two different types of magnetic field structure in the extended sources.

The slopes of the lines in Fig. 1 give the rotation measures, which cover a considerable range with about equal numbers positive and negative. Fig. 2 shows the relation between the degree of polarization and wave-length for the various sources. The degree generally decreases with wave-length, but with three sources, 3C-33, Pictor *A* and 23-64 it is fairly constant. When the percentage polarization falls with increasing wave-length there is the possibility of resolution effects when measurements are made with an aerial of fixed dimensions. That these can be important is apparent from the change in the 10-cm polarization of the central source of Centaurus *A* from 15 per cent measured with a 210-ft. reflector by Cooper and Price to 7-50 per cent measured with a 50-ft. one by Mayer *et al.*⁴. Such an effect might also be important for Pictor *A*, the angular size of which is 7-50 min of arc and greater than the 6-7 min beam-width of the aerial at 10 cm.

There is the possibility that some of the Faraday rotation takes place in our Galaxy. To test for this, the results are plotted with respect to galactic co-ordinates in Fig. 3. Filled circles represent sources with positive rotations, circles those with negative ones. The size of the marking indicates the amplitude of the rotation measure, the value of which is shown in parenthesis. For the sources measured at two wave-lengths only, the rotation measures given are the minimum values consistent with the two position angles. Fig. 3 indicates that the sources with the smallest rotations are at high galactic latitudes, a result consistent with the magnetic field or electron density decreasing with increasing distance from the galactic plane.

At low and intermediate latitudes there is considerable scatter in both the magnitude and sign of the rotation, suggestive of magnetic field reversals along the paths through the Galaxy. A rotation of 60 radians/m² requires a uniform magnetic field of 10⁻³ gauss over a distance of 10 kiloparsecs associated with a mean electron density of 10⁻² electrons/c.c., a value considered appropriate to medium latitudes. If magnetic field reversals occur across the Galaxy larger magnetic fields or electron

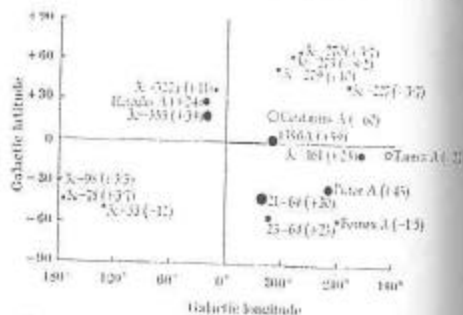


Fig. 2. Galactic positions of sources measured. The rotation measure (R.M.) of each source in units of radians/m² is given in parenthesis. Sources 3C-75, 3C-28, 3C-227 and 3C-229 were measured at only two wave-lengths. * E.M. measure positive; O, E.M. measure negative; \bullet , R.M. < 15; \circ , R.M. > 30; \star , 15 < R.M. < 30.

densities would be required. It should be noted that with galactic objects, Taurus *A* and possibly 13SG1, considerably shorter paths through the Galaxy are involved.

The previous measurements¹ of the 20-cm polarization of identified sources showed an apparent decrease in the degree of polarization with distance. We now think that surface brightness is a more significant parameter than distance and that this mainly affects the rate of decrease of the degree of polarization with wave-length (in a given range of flux density, the more distant objects, which are of smaller angular size, have higher brightness temperatures). Known low surface brightness objects such as 3C-33, 3C-270, Pictor *A*, Formax *A* and the extended region in Centaurus maintain their polarization over a considerable range of wave-lengths. On this picture depolarization occurs within the hotter sources themselves, possibly as a result of Faraday rotation associated with complex magnetic field patterns. If rotation and emission occur together and if magnetic field reversals take place in the line of sight depolarization can occur with little net rotation. On the average we might expect that the amount of Faraday rotation occurring in the source itself would then be larger for the brighter sources.

It is also possible that some depolarization occurs within our own Galaxy. The rate of depolarization, judged roughly from the ratio of the polarization at 10 and 20 cm, is certainly lowest for sources of high galactic latitude. Sources of low galactic latitude in general show a very rapid rate of depolarization. Mayer *et al.*⁴ find that for Cygnus *A* ($b_l = 74^\circ$, $b_l = +5^\circ$) the polarization decreases from 8 per cent at 3 cm to less than 1 per cent at 10 cm, in agreement with this result. There is always a possibility that the apparent latitudinal effect is due to a chance selection of the sources and observations of a much larger sample of sources is desirable. If the effect is genuine, the only reasonable explanation is that near the plane there is variation in the galactic Faraday rotation across a source, typically 1-2 min of arc in extent, corresponding to about 5 parsecs at 10 kiloparsecs distance. Small-scale variations in electron density, known to occur in the disk from optical and radio studies, could account for the effect and similar fine structure may occur in the galactic corona.

We thank Dr. E. G. Rawen for the use of the 210-ft. aerial and the facilities of the Australian National Radio Astronomy Observatory. We are particularly indebted to J. G. Bolton and J. A. Roberts for helpful advice and criticism.

¹ Gardner, F. F., and Whitehead, J. H., *Phys. Rev. Letters*, **9**, 197 (1962).

² Cooper, B. F. C., and Price, R. M., *Nature*, **195**, 1061 (1962).

³ Le Roux, E., *Ann. Astrophys.*, **24**, 71 (1961).

⁴ Malby, P., and Moffet, A. T., *Obs. Col. Inst. Tech. Ind. Obs.*, No. 1 (1962).

⁵ Mayer, G. H., McCullough, T. F., and Slemaker, R. N., Abstracts of papers to be presented at the 111th meeting of the American Astronomical Society, No. 52.

STRUCTURE OF THE LOCAL GALACTIC MAGNETIC FIELD

R. N. MANCHESTER

Department of Physics and Astronomy, University of Massachusetts, Amherst, Massachusetts 01002

Received 1973 August 13

ABSTRACT

Rotation measures have been determined for 18 pulsars, which brings the total number known to 38. It is concluded from these results that the magnetic field in the local region consists of a longitudinal component of strength 2.2 ± 0.4 microgauss directed toward $l = 94^\circ \pm 11^\circ$, together with superposed irregularities of comparable field strength. The longitudinal component appears to be uniform on a large scale, having the same sense and direction out to more than 1 kpc from the Sun. Scales of irregularities are typically a few hundred parsecs, with smaller-scale structure apparently not an important contribution to the average field. These conclusions are compared with those from observations of rotation measures of extragalactic sources and optical polarization, and their implications on proposed models for the origin of the galactic field are discussed.

Subject headings: galactic structure — magnetic fields — pulsars

1. INTRODUCTION

Several different models have been proposed for the structure of the magnetic field in the local region of the Galaxy, that is, within about 2 kpc of the Sun. Observations of the polarization of light from red stars (e.g., Hiltner 1956) showed that in the region $l = 130^\circ$ – 140° most of the polarization vectors are aligned parallel to the galactic plane. This led to a model in which the magnetic field was parallel to the plane and directed toward either 45° or 225° . Chandrasekhar and Fermi (1953) suggested that this field was "radial," i.e., directed along a spiral arm, but this appeared to conflict with neutral-hydrogen observations which suggested that spiral arms were oriented toward about $l = 85^\circ$. To overcome this problem, Hoare and Ireland (1961) proposed that the field was "helical" and wound around the spiral arm. Early observations of Faraday rotation of radiation from extragalactic sources (Morris and Berge 1964; Gardner and Davies 1966) suggested that the field was oppositely directed above and below the plane. As this is not a helical field, Hornby (1966) then proposed a more detailed model consisting of tightly wound, skewed helices with an axis in the direction of $l = 90^\circ$. This model was, in general, consistent with observations of polarization, nonthermal radio background, and Faraday rotation data. Based on an extensive study of optical polarization of stars, Mathewson (1969) proposed a modification of this model in which the direction of the helices was toward $l = 90^\circ$. This provided a good fit to the majority of the observed polarization vectors, particularly those in the region of the North Polar Spur. Mathewson and Nicholls (1969) suggested that the helical field is dominant only within about 500 pc of the Sun, and that outside this region the field is longitudinal and directed toward $l = 90^\circ$. The addition of the longitudinal field was necessary to account for the observed distribution of extragalactic-source rotation measures. Mathewson (1969)

further confined the helical field to regions of elliptical cross-section with major and minor axes of 500 and 200 pc, respectively, extending about 400 pc from the Sun in the directions $l = 90^\circ$ and 270° .

From a more complete survey of extragalactic-source Faraday rotation, Gardner, Morris, and Whiteoak (1969) concluded that the field was longitudinal and directed toward about $l = 80^\circ$, both above and below the plane. To account for a region of apparently reversed fields north of the galactic equator between $l = 300^\circ$ and $l = 60^\circ$, Gardner *et al.* suggested that there was a deformation in the field, possibly associated with the North Polar Spur. Based on an analysis of rotation measures for 354 radio sources having a reasonably uniform distribution over the celestial sphere, Wright (1973) also concluded that the field is longitudinal and that it is directed toward $l = 94^\circ \pm 3^\circ$. Residuals from the model fit indicate that field irregularities are 100–200 pc in size and have values of $n_e B$ (n_e = electron density, B = magnetic flux density) about twice that of the longitudinal component. Wright finds no evidence for a helical-field component on a scale of 1–2 kpc, although a more local helical component is not excluded by his data.

Observations of Faraday rotation for pulsars have a number of advantages over other methods of investigating the local galactic magnetic field (Manchester 1972, henceforth called Paper I). First, most pulsars are within the local region of the Galaxy and approximate distances are known. Second, there appears to be no Faraday rotation intrinsic to pulsars, and third, the mean line-of-sight component of the magnetic field weighted by the electron density in the path to the pulsar, $\langle B_{\parallel} \rangle$, can be obtained directly from the rotation and dispersion measures. From data for 21 pulsars it was concluded in Paper I that the field in the local region was not helical, but was longitudinal and directed toward about $l = 90^\circ$. The estimated strength of this field was 3.5 microgauss.

In the present paper rotation measures are presented

for 18 pulsars, which brings the total number determined to 38. These new results confirm and extend the conclusions drawn in the previous paper. In particular, they are consistent with a longitudinal field of 2-3 microgauss directed toward $l \approx 90^\circ$ in the local region. There is no evidence for field reversals in this longitudinal component within 1-2 kpc of the Sun. Superposed on this large-scale uniform component are irregularities which are, on the average, of comparable field strength. However, the major irregularities are apparently rather isolated disturbances in the longitudinal component, as the field along many lines of sight is relatively uniform. The implications of these results on models for the origin of the galactic field are discussed.

II. OBSERVATIONS

Rotation measures were determined from observations made at the National Radio Astronomy Observatory¹ during seven sessions between 1971 May and 1973 April on the 92-m transit telescope and one session in 1973 May on the 42-m telescope. The receiver system was the same for all sessions and was essentially that described by Manchester (1971a) except for the addition of a 250-500 MHz broadband feed and an improved variable-bandwidth intermediate-frequency system.

Table 1 lists rotation measures and corresponding probable errors for 18 pulsars, calculated using an analysis procedure similar to that described in Paper I. The number of frequencies at which position angles were determined was between three and nine for different pulsars and was always sufficient to determine the rotation measure without ambiguity. Except for PSR 0031-07 and PSR 1919+21, the reference frequency for these observations was 410 MHz. A reference frequency close to 280 MHz was chosen for

¹ Operated by Associated Universities, Inc. under contract with the National Science Foundation.

these two pulsars, as the polarization of the integrated profile was higher at this frequency (Manchester, Taylor, and Huguenin 1973). For PSR 0628-28, the rotation measure has been previously determined by Vitkevitch and Shitov (1970) and Schwarz and Morris (1971). The improved determination in table 1 is in satisfactory agreement with these earlier measurements.

The rotation measures in table 1 are corrected for the rotation occurring in the Earth's ionosphere; that is, they represent the amount of Faraday rotation between the top of the ionosphere and the pulsar. However, instead of using geostationary satellite data directly (as in Paper I), the ionospheric corrections were calculated from observations of pulsars having known position angle above the ionosphere. In practice, this involved determining ϕ_{410} , the position angle at 410 MHz, for a set of relatively strong pulsars distributed approximately evenly in right ascension, comparing the observed angles with the values of ϕ_{410} tabulated in Paper I, and computing the ionospheric rotation assuming a horizontal plane-parallel ionosphere. This procedure assumed that both the rotation measure and intrinsic angle of the pulsar emission have not changed significantly since the earlier measurements were made (1971). For the lower-dispersion pulsars this was true, but a significant change in position angle was observed for PSR 0329+54 and probably also for PSR 0525+21. As no changes were observed for the low dispersion pulsars, the observed rotation most likely results from a change in the amount of Faraday rotation in the path rather than a change of intrinsic angle. (In magnetic-pole models for pulsars, the intrinsic angle is the projected angle of the neutron-star rotation axis.) For PSR 0329+54 the position angle ϕ_{410} has apparently decreased by about 30° over a two-year period, corresponding to a decrease of about 1 rad m^{-2} or 1.5 percent in the rotation measure. However, in the same period the dispersion measure has changed by less than 0.1 percent, suggest-

TABLE 1
PULSAR ROTATION MEASURES

PSR	l ($^\circ$)	b ($^\circ$)	Rotation Measure (rad m^{-2})	$\langle B_r \rangle$ (microgauss)	ϕ_{410} ($^\circ$)	ϕ_r ($^\circ$)	d (pc)
0031-07.....	110	-70	+ 10 \pm 1	+1.1 \pm 0.1	160 \pm 30	30 \pm 60	500
0105+65.....	125	+ 3	- 29 \pm 3	-1.2 \pm 0.2	70 \pm 10	...	400
0138+59.....	129	- 2	- 50 \pm 4	-1.8 \pm 0.2	130 \pm 10	...	700
0301+19.....	161	-33	- 8.3 \pm 0.3	-0.65 \pm 0.02	130 \pm 5	25 \pm 15	850
0450-18.....	217	-34	+ 15 \pm 2	+0.46 \pm 0.06	75 \pm 10	155 \pm 70	800
0611+22.....	188	+ 2	+ 69 \pm 2	+0.88 \pm 0.02	100 \pm 10	150 \pm 70	1500
0628-28.....	237	-17	+ 44.2 \pm 0.6	+1.58 \pm 0.02	154 \pm 8	60 \pm 25	1600
0740-28.....	244	- 2	+150.0 \pm 0.5	+2.50 \pm 0.01	20 \pm 5	110 \pm 20	1750
0823+26.....	197	+32	+ 5.9 \pm 0.3	+0.37 \pm 0.02	65 \pm 5	65 \pm 15	900
1112+50.....	155	+61	+ 3.2 \pm 0.5	+0.43 \pm 0.07	45 \pm 15	125 \pm 30	500
1604-00.....	11	+35	+ 6.5 \pm 1.0	+0.75 \pm 0.12	105 \pm 10	85 \pm 40	400
1706-16.....	6	+14	- 2.5 \pm 1.0	-0.12 \pm 0.05	125 \pm 15	20 \pm 45	160
1749-28.....	1	- 1	+ 95 \pm 2	+2.30 \pm 0.05	150 \pm 10	125 \pm 70	1000
1822-09.....	24	+ 1	+ 69 \pm 2	+4.4 \pm 0.2	35 \pm 10	85 \pm 70	350
1919+21.....	56	+ 3	- 18.2 \pm 0.6	-1.80 \pm 0.06	55 \pm 20	70 \pm 40	250
2020+28.....	69	- 5	- 74.7 \pm 0.3	-3.74 \pm 0.02	95 \pm 5*	40 \pm 15	550
2154+40.....	90	-11	- 44 \pm 2	-0.76 \pm 0.04	30 \pm 15	115 \pm 75	2100
2319+60.....	112	- 1	-224 \pm 20	-2.8 \pm 0.3	145 \pm 15	...	750

* Position angle of first component of pulse profile.

Especially for the lower latitude sources, a significant fraction of the path through the galactic disk may be outside the local region and there may also be a contribution from the intergalactic medium. Finally, rotation measures intrinsic to the extragalactic sources may be significant. Wright eliminates from his analysis all those sources with very discrepant rotation measures, assuming that these are probably intrinsic. However, many of the remaining sources could have smaller intrinsic rotations, which would tend to increase the scatter in the results and hence the calculated strength of the irregularities. In view of the above points and the approximate nature of the estimation of irregularity strengths, the discrepancy between the conclusions from the pulsar and extragalactic source data may not be significant, and perhaps the best estimate is somewhere between the two.

To investigate the scale of the observed irregularities the data were analyzed using a procedure similar to that of Jokipii and Lerche (1969). The rotation-measure contribution from the longitudinal component was subtracted from the observed value for each source and the variance of the residuals obtained as a function of pulsar distance. Although consistent with a typical irregularity scale of a few hundred parsecs, the results of the analysis were inconclusive because of the limited data sample and the nonrandom nature of the irregularities.

Very small-scale magnetic-field structure undoubtedly exists in the interstellar medium, but there is evidence that it is not a significant contribution to the average field. There are two pairs of pulsars whose angular separation is about 1° , PSR 0525+21-PSR 0531+21 and PSR 2016+28-PSR 2020+28, and in each case the line-of-sight field components are very similar for the two members of the pair. The linear separation of the paths to the members of these pairs reaches about 50 pc and 5 pc, respectively, suggesting that there is little significant structure on these or smaller scales. Gardner *et al.* (1969) and Wright (1973) find no correlation of source depolarization characteristics with galactic latitude, which, as Wright points out, again suggests that very small-scale fluctuations are not significant.

IV. INTERPRETATION OF THE RESULTS

The observations discussed above show that the magnetic field in the local region is basically longitudinal, with an average field strength between 2 and 3 microgauss, and is directed toward about $l = 90^\circ$. This longitudinal component appears to be relatively constant in magnitude and direction within the local region. As Parker (1969a) has discussed, differential galactic rotation will eventually align any field, irrespective of its initial configuration, along the azimuthal direction. Density-wave compression would tend to align the field along a spiral arm (Lin, Yuan, and Shu 1969). Aside from discussions of where spiral arms are in the local region (e.g., Minn and Greenberg 1973), the present results are not sufficiently accurate to distinguish between alignment along a spiral arm or in the azimuthal direction.

Superposed on the longitudinal field are irregularities of comparable field strength. This brings the total field strength to 4-5 microgauss which is within the range permitted by considerations of lateral stability of the disk (Chandrasekhar and Fermi 1953; Parker 1969b). The irregularities appear to have a typical scale size of a few hundred parsecs. Scale sizes of this order are required to account for observed lifetimes of cosmic rays (Jokipii and Parker 1969) and have been deduced from an analysis of starlight polarization (Jokipii, Lerche, and Schommer 1969).

The observation that many lines of sight within the Galaxy are relatively unaffected by irregularities suggests that *the irregularities are rather isolated disturbances in an otherwise uniform field.* Such disturbances could result, for example, from expansion of supernova remnants or H II regions, or contraction of cold clouds. Field irregularities induced by cosmic-ray pressure (Parker 1969b) may also be significant at higher latitudes.

This description of the local field is consistent with recent interpretations of extragalactic source rotation measures (Gardner *et al.* 1969; Wright 1973), but conflicts with interpretations of starlight polarization data in terms of helical fields (Hornby 1966; Mathewson 1968). It is important to note that observed polarization directions (Mathewson and Ford 1970) are quite similar to those expected for a longitudinal field directed toward $l = 90^\circ$ except in the region of the North Polar Spur. In fact, except around $l = 30^\circ$, $l = 210^\circ$, and in the polar regions, the expected polarization directions for the helical field (Mathewson 1968) and the longitudinal field are not very different. For stars around the south galactic pole Appenzeller (1968) finds a mean polarization direction of $83^\circ \pm 3^\circ$ which is consistent with the longitudinal field, but not with the helical field.

Polarization of starlight results from scattering and absorption by interstellar dust and so gives field directions in regions of high dust concentration, whereas the rotation-measure data are weighted by the electron density. There is usually a positive correlation between gas and dust density, so dust concentrations are likely to be also regions of compressed fields. Significant differences might therefore be expected between the polarization and rotation-measure data, with the polarization results tending to emphasize regions of stronger fields. As mentioned in § I, Mathewson's model gave a good fit to the observed polarization directions in the North Polar Spur, and he interpreted the spurs as "tracers" of the helical field. Spoelstra (1972) has pointed out a number of difficulties in associating the galactic spurs with the helical field and, like Berkhuijsen *et al.*, concludes that the spurs are old supernova remnants. The North Polar Spur region is crucial in distinguishing between helical and longitudinal models in the analysis of polarization observations. Therefore, if it is accepted that the North Polar Spur is a supernova remnant, then the conclusion must be that the helical field has been fitted primarily to an irregularity in the field rather than to the uniform component.

Magnetic fields and interstellar gas clouds in the spiral galaxy NGC 6946

R. Beck

Max-Planck-Institut für Radioastronomie, Auf dem Hügel 69, W-5300 Bonn 1, Federal Republic of Germany

Received April 20, accepted June 29, 1991

Abstract. The radio continuum emission from the spiral galaxy NGC 6946 has been observed with the VLA at 18.0 and 20.5 cm wavelengths in total power and in linear polarization with 42 arcsec (≈ 1.5 kpc) resolution. While the distribution of total emission is smooth, the polarized emission is lopsided due to asymmetric Faraday depolarization effects which are determined with help of Effelsberg observations at 26.3 cm. The average Faraday dispersion is consistent with a disk of thermal electrons of 500 pc thickness and 0.03 cm^{-3} density including a random magnetic field of 12 μG strength. Corrected for Faraday depolarization, $10 \pm 3\%$ of the total emission is polarized on average. The degree of polarization is below 1% near the center of the galaxy and exceeds 10% beyond 10 kpc radial distance. Faraday depolarization cannot account for this effect – the uniformity of the magnetic field has to increase with increasing radius.

Faraday rotation between $\lambda 18.0$ and $\lambda 20.5$ cm is generally low and does not show any periodic variation with azimuthal angle in the plane of NGC 6946 because the galaxy is not transparent for polarized radio waves at these wavelengths. Hence only uniform magnetic fields in the upper disk are observable.

The orientations of the uniform magnetic field lines in the upper disk closely follow the optical spiral arms. The pitch angles against the azimuthal direction vary with azimuthal angle as well as with radius. Both smallest and largest pitch angles are found in interarm regions. The degree of radio polarization is generally lowest in the spiral arm regions (below 3%) and highest in the interarm regions (10–30%) which cannot be explained by Faraday depolarization effects alone. The magnetic field lines in the arms must have random orientations. The degree of field uniformity is clearly anticorrelated with H α , HI and CO line intensities. A model of the interaction between magnetic fields and gas clouds is presented.

The south-western quadrant of NGC 6946 shows excess Faraday rotation of both signs and is also largely depolarized. A large-scale field structure perpendicular to the plane, extending over ≈ 12 kpc in radius, can account for these observations, a "galactic coronal hole", similar to the coronal holes of the Sun.

Key words: galaxies: NGC 6946 – magnetic fields: spiral arms, spiral galaxies – interstellar gas: magnetic fields – molecular clouds: magnetic fields, turbulence – galactic coronae – radio sources: Faraday rotation

1. Introduction

Magnetic fields are known to be an important component of the interstellar medium. However, little is known about their strength and structure. Radio observations have been successful in determining the large-scale field structure in a number of galaxies (Beck et al. 1990a; Beck 1991). These results have induced considerable efforts to improve the theory of galactic dynamos (Ruzmaikin et al. 1988; Chiba & Tosa 1989; Sawa & Fujimoto 1990; F. Krause et al. 1990; Schmitt 1990). All present-day models predict that an axisymmetric spiral (ASS) dynamo mode (azimuthal wave number $m=0$, dynamo mode S0) should develop most easily in a homogeneous gas disk but observations exhibit the existence of axisymmetric as well as bisymmetric spiral (BSS) field structures (M. Krause 1990; Beck 1991). A BSS field is also parallel to the plane but reverses its direction from one half to the other half of the galaxy. BSS fields can be interpreted as a higher dynamo mode (S1 or A1). Its dominance has been ascribed to a low HI mass or to gravitational interaction with a companion galaxy (e.g. Vallée 1990) or to action of density waves (Chiba & Tosa 1990; Mestel & Subramanian 1990; Hanasz et al. 1991).

The assumptions of dynamo theory are too crude for real galaxies. Inhomogeneous gas or field distributions could mimic a BSS field structure (M. Krause 1990). Donner & Brandenburg (1990) and Elstner et al. (1991) claimed that more realistic dynamo models do not show singly or doubly sinusoidal variations in Faraday rotation. This is partly due to magnetic field components vertical to the galactic plane. Observations of edge-on galaxies in some cases indeed show fields high above the disk (Hummel et al. 1991), possibly connected to regions of star formation. The close relationship between radio continuum and far-infrared emission also suggests a direct interaction between star formation and field amplification processes (Beck & Gofa 1988; Hummel et al. 1988; Chi & Wolfendale 1990). At present, the dynamo concept is not able to take into account the distribution and fluctuation of star formation.

NGC 6946 is one of the largest spiral galaxies in the sky. Due to its extent (≈ 15 arcmin) and its low inclination (30°) the spiral structure can be studied in detail even with modest angular resolution. Distance determinations are hampered by strong extinction at the Galactic latitude of only 12° ; we assume 7 Mpc following previous studies. One arcmin then corresponds to 2.0 kpc.

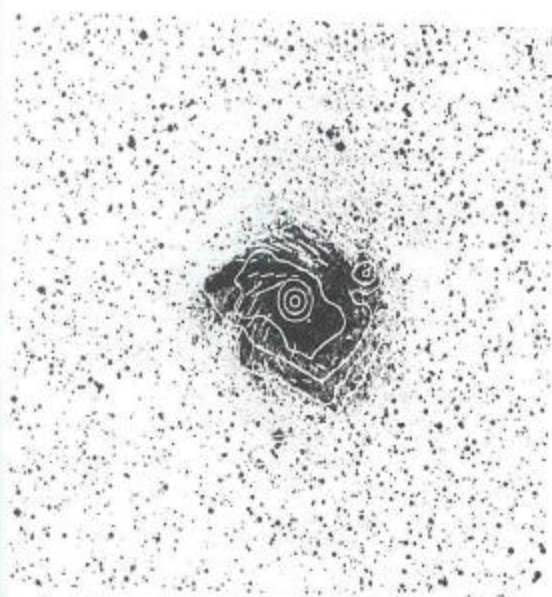


Fig. 1. Total radio emission of NGC 6946 at 18.0 cm wavelength observed with a synthesized beam of 42 arcsec half-power width, superimposed onto a red POSS plate. Contour levels are (-1 [dashed], 1, 2, 4, 8, ...) $\times 200 \mu\text{Jy}/\text{beam area}$. The rms noise is $60 \mu\text{Jy}/\text{beam area}$. The lengths of the 'E' vectors are proportional to flux densities of the linearly polarized emission. The half-power beamwidth is indicated in the top right-hand corner.

NGC 6946 shows a multiple spiral structure with an exceptionally bright arm in the north-eastern quadrant. The driving force of the spiral density wave is unknown; there is neither a companion galaxy nor a prominent bar. Kormendy & Norman (1979) suggested that the absence of the inner Lindblad resonance might simplify the creation of density waves because rigid rotation had been claimed to exist over the region of a global spiral pattern. However, more recent HI data showed differential rotation beyond 4 arcmin radius (Tacconi & Young 1986; Carignan et al. 1990) while H α data even restricted the region of rigid rotation to the inner few arcsec (Bonnarel et al. 1988). The same studies revealed an asymmetric distribution of the gas between the north-east and south-west halves of NGC 6946 which may be important for the development of a density-wave instability (Tagger & Athanassoula 1991).

NGC 6946 has been subject to several studies in radio continuum. Van der Kruit et al. (1977) detected a bright radio disk of nonthermal origin at 21 and 49 cm wavelengths. Klein et al. (1982) found that even at 22.8 cm not more than 30% of the radio emission can be thermal. The exponential scalelength of the nonthermal emission was found to be considerably larger than that of the thermal component. This indicated strong radial diffusion of cosmic-ray electrons. Klein et al. (1982) for the first time detected about 10% linearly polarized radio emission from NGC 6946 and proposed a model for the interstellar magnetic field of bisymmetric spiral (BSS) structure. This model was later questioned by Harnett et al. (1989) on the basis of Effelsberg observations at 26.3 cm. It turned out that the large-scale uniform field cannot be described by any simple model.

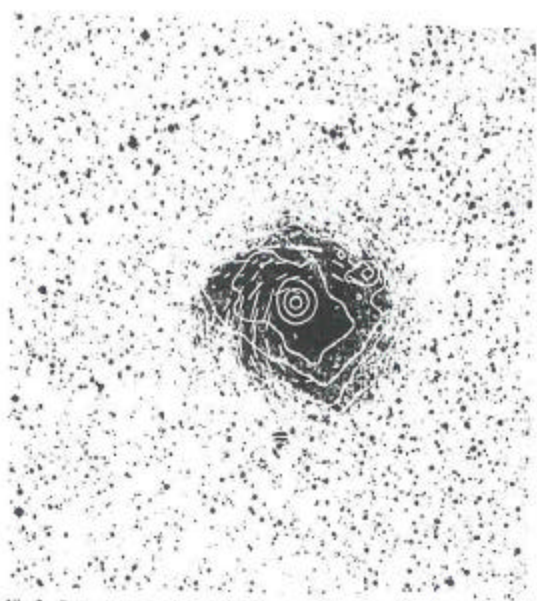


Fig. 2. Same as Fig. 1 but 20.5 cm wavelength. The rms noise is $50 \mu\text{Jy}/\text{beam area}$.

This paper presents new observations with higher angular resolution obtained with the VLA. Preliminary results were published by Beck et al. (1990b). The results are discussed in terms of dynamo theory in Section 5, the interaction between magnetic fields and interstellar gas clouds in Section 6. NGC 6946 has no companion so that the connection between small-scale magnetic fields and gas can be studied without disturbing external forces. A new kind of galactic phenomenon similar to solar coronal holes is presented in Section 7.

2. Observations and Results

NGC 6946 has been observed on 1988 July 26 for 12 hours with the VLA of the National Radio Astronomy Observatory¹ in its most compact (D) configuration at $\lambda 18.0$ cm (1.665 GHz) and $\lambda 20.5$ cm (1.465 GHz) simultaneously (50 MHz bandwidth each). 3C138 and 3C268 have been used for flux density and polarization angle calibration.

Data reduction has been performed with the AIPS package at the NRAO Socorro and at the MPI/R Bonn. The data were tapered to obtain a synthesized circular beam of 42 arcsec half-power width, corresponding to 1.43×1.65 kpc in the plane of NGC 6946 (inclination 30°). A zero-spacing flux of 1.6 Jy at $\lambda 18.0$ cm and 1.85 Jy at $\lambda 20.5$ cm, taken from the spectrum of the integrated total radio emission by Klein et al. (1982), was used in

¹ The NRAO is operated by Associated Universities, Inc., under contract with the National Science Foundation.

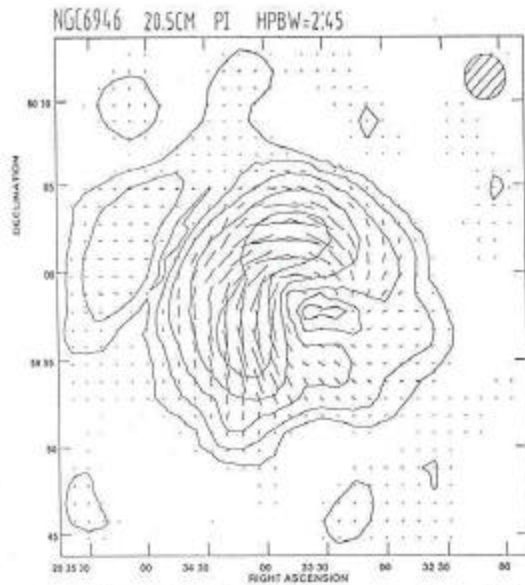


Fig. 7. Linearly polarized emission at 20.5 cm wavelength, smoothed to a beam with 2.45 arcmin half-power width. The lengths of the vectors are proportional to the polarized intensities. Contours are (2, 4, 8, 16) $100 \mu\text{Jy}/\text{beam area}$

(see Section 2 and Fig. 13). The effective pathlength through the Faraday-dispersing medium is $l = N \cdot d \approx 500 \text{ pc}$ which may represent the thickness of the disk of ionized gas.

In spiral arms p is typically 2%. To obtain $\text{DP}(18.0) = 0.03$ in a random field B_r of $18 \mu\text{G}$ strength (Table 1) we would need $n_e \approx 0.08 \text{ cm}^{-3}$ over a pathlength of 500 pc. Thermal gas of such density would have an emission measure of $60 \text{ cm}^{-6} \text{ pc}$ (assuming a clumping factor $\langle n_e^2 \rangle / \langle n_e \rangle^2 \approx 20$, see Manchester & Mebold 1977) or an H α flux of $\approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$, more than one order of magnitude above the average value for the HII regions observed (Bonnafant et al. 1986). The expected thermal radio flux density of $\approx 20 \text{ mJy}$ per 71 arcsec beam at $\lambda 2.8 \text{ cm}$ is also much more than observed (Klein et al. 1982).

Comparison with $\lambda 6.3 \text{ cm}$ data (Fig. 13) shows that Faraday dispersion in the spiral arms is $\text{DP}(20.5) \approx 0.2$, consistent with the thermal emission. Another depolarization effect is required.

b) External Faraday dispersion along all lines of sight across the telescope beam could occur in foreground plasma leading to depolarization of:

$$\text{DP}(\lambda) = p/p_0 = \exp(-2\sigma_{\text{RM}}\lambda^2)$$

with the same definition of σ_{RM} as given above but N is the number of turbulent cells across the line of sight. The cells have to be unresolved by the telescope beam, i.e. smaller than 0.1 pc at a distance of 500 pc if the Galactic foreground is considered. Even $N \approx 5000$ cannot produce any significant depolarization.

c) At 42 arcsec resolution the average degree of polarization (corrected for Faraday dispersion and hence wavelength-independent) is $10 \pm 2\%$. Wavelength-independent beam depolarization is caused by changing orientations of the magnetic field

lines within the telescope beam. This is the major depolarization effect at $\lambda 18.0 \text{ cm}$ and $\lambda 20.5 \text{ cm}$, i.e. most of the line structure of the field is not resolved at 1.5 kpc spatial resolution. Smoothing to 2.45 arcmin resolution (Fig. 7) does not decrease the degree of polarization, i.e. the uniform field has a structure on a scale of $> 5 \text{ kpc}$. Strong uniform magnetic fields are present in the interarm regions but in the gas arms the magnetic field is mostly "turbulent"². The distribution of molecular clouds seems to influence the fine structure of the field (see Section 5).

The $\lambda 20.5 \text{ cm}$ polarization map smoothed to 2.45 arcmin resolution (Fig. 7) can be compared with the $\lambda 6.3 \text{ cm}$ data by Harnett et al. (1989). At the position of the deep minimum in the SW quadrant at $\lambda 18.0 \text{ cm}$ and $\lambda 20.5 \text{ cm}$ there is a maximum at $\lambda 6.3 \text{ cm}$, so Faraday depolarization there must be much stronger than in the rest of the galaxy (Fig. 13). An effect of this size has not yet been found in any other spiral galaxy. An exceptional large-scale deviation of the magnetic field is required (see Section 7).

$$N(E) \propto E^{-\gamma}$$

4. Magnetic field strengths

The average intensities of the total nonthermal and polarized emission allow to estimate the strengths of the random and uniform field components (see formulae given by Pacholczyk 1970) under the following assumptions:

a) Equipartition between cosmic ray and magnetic field energy densities, similar to the "minimum energy" condition. Equipartition has been found to be valid in spiral galaxies on kpc scales (Hummel 1986; Beck & Golla 1988; Hummel et al. 1988; Duric 1990) and in galaxy halos (Hummel et al. 1991).

b) The interstellar energy spectrum of cosmic ray protons beyond $\approx 1 \text{ GeV}$ has the same spectral index as that of the cosmic ray electrons. The electron spectral index is $\gamma = 2\alpha_e + 1$, $\alpha_e = 0.80 \pm 0.05$ in NGC 6946 (Klein et al. 1982) yields $\gamma \approx 2.6 \pm 0.1$.

c) The cosmic ray proton flux density beyond $\approx 1 \text{ GeV}$ is ≈ 100 times that of the cosmic ray electrons. This number is predicted by the theory of diffusive shock acceleration (Bell 1978) using a source spectral index of $\gamma_0 = 2.2$ (Hogdan & Völk 1983). Demodulation of the observed local cosmic ray spectrum yield similar values (Ormes & Protheroe 1983; Ip & Axford 1985).

d) The cosmic ray proton spectrum flattens below $\approx 1 \text{ GeV}$ because the kinetic energy becomes comparable to the rest mass energy. Protons below 300 MeV do not contribute significantly to the total energy density of cosmic rays so that the proton spectrum (with constant spectral index) is integrated from 300 MeV to infinity. This procedure is different from the "minimum energy" method generally applied in radio astronomy (see Longair 1981) but seems more appropriate.

e) The full thickness of the radio continuum disk is $1000 \pm 500 \text{ pc}$ everywhere, adopted from observations of edge-on galaxies (Hummel 1990).

Resulting strengths of the total (B_t), random (B_r) and uniform (B_u) field are given in Table 1. B denotes the values derived from the observed degrees of polarization and B' those after correction for Faraday depolarization. The strengths of the uniform and random field components B'_u and B'_r refer to our resolution ($\approx 1.5 \text{ kpc}$). The errors are dominated by the uncertainty in disk thickness.

² "Turbulent" means unresolved with the present resolution

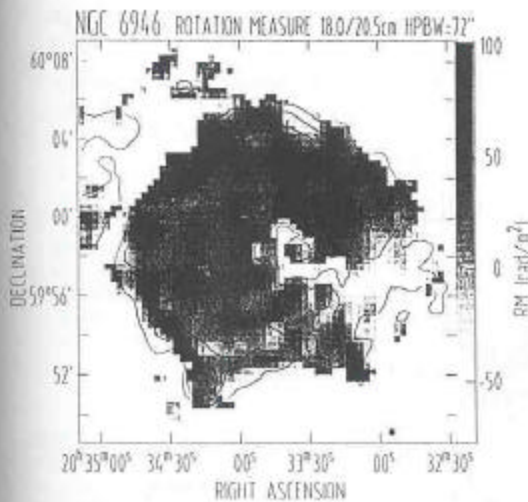


Fig. 8. Faraday rotation measures between 18.0 and 20.5 cm wavelengths, based on data smoothed to a beam of 72 arcsec half-power width. Contour levels of (1, 2, 4, 8, ...) $\times 100 \mu\text{Jy}/\text{beam area}$ indicate the linearly polarized emission at $\lambda 20.5 \text{ cm}$ at the same resolution

Table 1. Magnetic fields strengths (μG)

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
Average	12 ± 2	12 ± 2	11 ± 2	2 ± 0.5	5 ± 2
NE spiral arm	19 ± 3	19 ± 3	19 ± 3	1 ± 0.5	3 ± 1
Interarm region					
north of NE arm	15 ± 2	14 ± 2	9 ± 2	5 ± 1	12 ± 2
Interarm region					
east of center	18 ± 3	18 ± 3	16 ± 3	4 ± 1	8 ± 2

5. Magnetic field structure

The polarization angles χ from Figures 4 and 5 have been combined to a map of Faraday rotation measures $\text{RM} = (\chi_1 - \chi_2)/(\lambda_1 - \lambda_2)^2$ [rad m^{-2}]. Due to the small wavelength difference the errors in RM are large so that a map of the RM distribution at full resolution cannot be presented. A version based on data smoothed to 72 arcsec half-power beamwidth is shown in Figure 8 for which rotation measures have been computed if the polarized intensities at both wavelengths exceed 3 times the r.m.s. noise. The resulting errors in RM are typically $\pm 5 \text{ rad m}^{-2}$ but may reach $\pm 25 \text{ rad m}^{-2}$ at the edges of the galaxy. Rotation measures do not vary much across the galaxy, showing values of $35 \pm 20 \text{ rad m}^{-2}$, except for the SW quadrant which will be discussed separately in Section 7.

The RM values in Figure 8 allow correction of Faraday rotation at points with sufficiently large polarized intensity. The resulting intrinsic 'E' vectors have been rotated by 90° to obtain intrinsic 'B' vectors at 72 arcsec angular resolution (Fig. 9). 'B' vectors are computed where the polarized intensities at both wavelengths exceed 5 times the r.m.s. noise. The resulting error in field orientation is typically $\pm 5^\circ$ but may reach $\pm 35^\circ$ at the edges of the galaxy. The lack of vectors in the SW quadrant is a consequence of the low polarized intensity. Due to strong

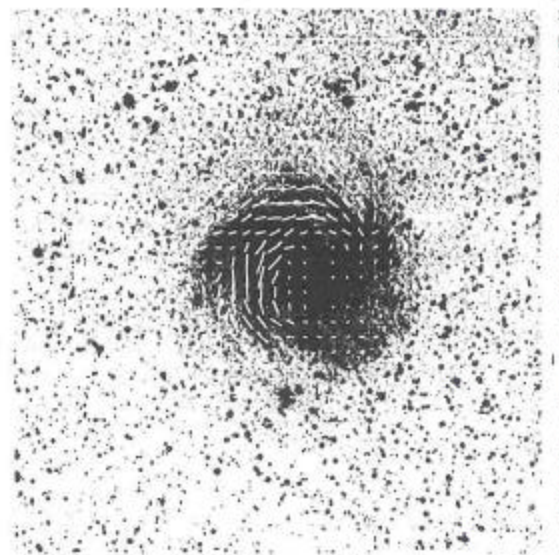


Fig. 9. Orientation of the intrinsic magnetic field vectors (corrected for Faraday rotation) in the upper disk of NGC 6946, based on data at 18.0 cm and 20.5 cm smoothed to 72 arcsec half-power beamwidth. The lengths of the vectors are proportional to the polarized intensities at $\lambda 20.5 \text{ cm}$

Faraday depolarization Figure 9 delineates only the uniform field from the upper disk of NGC 6946.

The large-scale magnetic field lines as presented in Figure 9 almost perfectly follow the optical spiral arms, as already suggested by Harnett et al. (1989). The older $\lambda 2.8 \text{ cm}$ map by Klein et al. (1982) also shows the general spiral field structure but some systematic angle variations were an artifact of the low signal-to-noise ratio and not due to Faraday rotation. The Effelsberg $\lambda 6.3 \text{ cm}$ observations, however, are in agreement with the new VLA data. In fact, Figure 9 widely agrees with Figure 7 in Harnett et al. (1989). This means that their assumptions of low intrinsic rotation and almost constant foreground rotation of $\approx +40 \text{ rad m}^{-2}$ were correct.

The sharp jump in pitch angle between the 'massive' NE and the eastern optical arm is well traced by the field lines. This confirms the idea first presented by Harnett et al. (1989) that the pitch angle of the magnetic field spiral is not constant, but follows the pitch angle of the optical spiral arms.

Figure 9 only gives magnetic field orientations. The complete analysis of the field structure requires information on the field directions which can be extracted from rotation measures.

The maps of the Stokes Q and U parameters at both wavelengths were averaged in sectors separated by 20° in azimuthal angle θ in the plane of NGC 6946, starting from the NE major axis (position angle 52°), and separated in radius by 2 kpc. In each sector the average Q and U values were combined to obtain the pitch angles of the magnetic field lines χ_B against the azimuthal direction (Fig. 10) and the rotation measures RM (Fig. 11), both as a function of azimuthal angle θ and of radius. Figures 10h and 11h refer to the annulus 6–12 kpc, thus averaging over most of the polarized emission. Figures 10i and 11i are based on data within the same annulus at $\lambda 6.3 \text{ cm}$ and $\lambda 20.5 \text{ cm}$ at 2.45 arcmin resolution. Error bars consider only rms noise in the radio maps

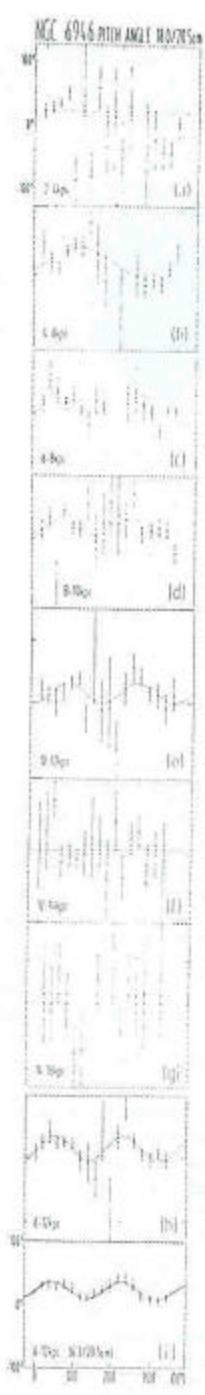


Fig. 10. Variation of the pitch angles of the magnetic field vectors with azimuthal angle in the plane of the galaxy (starting at the NE major axis at 52° position angle) for annuli of 2 kpc (a-g) and 6 kpc width (h, i), based on data at 18.0 cm and 20.5 cm wavelength at 42 arcsec resolution (a-h), and at 6.3 cm and 20.5 cm wavelength at 2.45 arcmin resolution (i). The best-fit curves and their ranges of uncertainties due to rms noise are also shown

and may be too low in case of strong variations of the field orientation within each sector. The parameters of the best-fit curves are given in Tables 2 and 3.

The pitch angles show a doubly periodical variation (Fig. 10). The average value is $17^\circ \pm 6^\circ$ with a weak decrease with radius.

$$RM = \frac{\Delta\theta}{\lambda^2}$$

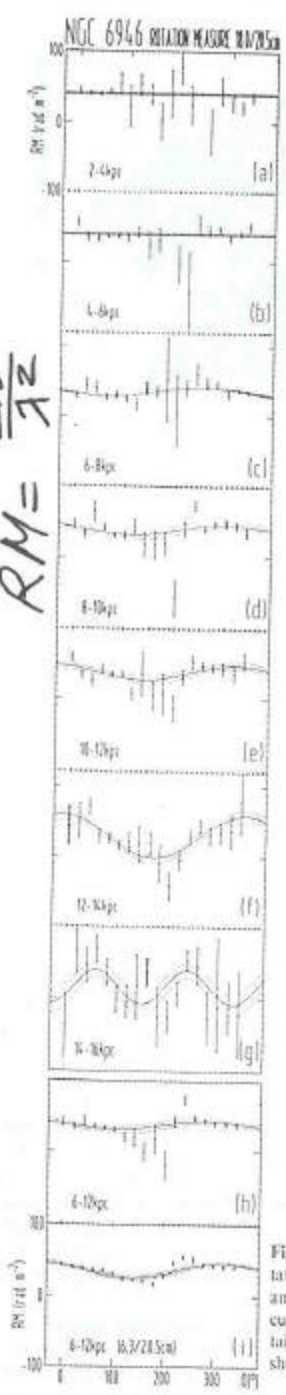


Fig. 11. Variation of the Faraday rotation measures RM in the same annuli as in Fig. 10. The best-fit curves and their ranges of uncertainties due to rms noise are also shown

Most dynamo models indeed predict a decreasing pitch angle towards the boundary of a galaxy (Chiba & Tosa 1989; Krasheninnikova et al. 1989). Starchenko & Shukurov (1989) computed pitch angles for dynamo models of NGC 6946 and IC 342. The present observations roughly agree with the IC 342 model, not

Table 2. Parameters of the curves fitted to the pitch angle variations (Fig. 10)

Radius range [kpc]	Zerolevel [°]	Amplitude [°]	Phase [°]	Order of fit
<i>18/20 cm (42 arcsec resolution):</i>				
2-4	24±7	—	—	0
4-6	18±7	25±6	(93±25)	1
6-8	15±4	18±5	69±17	2
8-10	16±6	13±8	102±32	2
10-12	16±5	17±7	145±23	2
12-14	7±7	—	—	0
14-16	33±13	—	—	0
6-12	15±4	19±5	107±4	2
<i>6/20 cm (2.45 arcmin resolution):</i>				
6-12	24±1	13±2	83±8	2

Table 3. Parameters of the curves fitted to the rotation measure variations (Fig. 11)

Radius range [kpc]	Zerolevel [rad m ⁻²]	Amplitude [rad m ⁻²]	Phase [°]	Order of fit
<i>18/20 cm (42 arcsec resolution):</i>				
2-4	40±2	—	—	0
4-6	39±2	—	—	0
6-8	36±2	7±2	-113±21	1
8-10	37±3	7±4	-62±40	1
10-12	38±3	10±4	-36±22	1
12-14	29±4	31±7	-12±8	1
14-16	27±8	16±14	-7±38	1
6-12	16±8	23±11	(+118±26)	2
6-12	37±2	7±3	-77±32	1
<i>6/20 cm (2.45 arcmin resolution):</i>				
6-12	36±2	10±2	-44±14	1

with NGC 6946, indicating that Starchenko & Shukurov underestimated the half-thickness of the ionized disk of NGC 6946. A value around 1 kpc (as in IC 342) seems more appropriate. However, it should be kept in mind that the assumptions in the present-day dynamo models are still very crude. The investigation of systematic pitch angle variations appears to be an important test for future dynamo models.

The pitch angles between 6 and 12 kpc also vary doubly periodically. The data based on $\lambda 18/20$ cm data (Fig. 10h) and on $\lambda 6/20$ cm data (Fig. 10i) are consistent and differ only due to different resolution. All pitch angles are smaller than the values obtained by Harnett et al. (1989) based on data at $\lambda 2.8$ cm and $\lambda 6.3$ cm, probably due to a lack of sensitivity at $\lambda 2.8$ cm (see below). Figure 10i is consistent with the pitch angles of the optical spiral arms (see Fig. 6 in Harnett et al. 1989). This confirms the impression already obtained from Figure 9: the field orientation almost perfectly follows the optical spiral arms. This result receives support from the fact that the phase of the fitted curves (Table 2) increases with radius, as expected in case of a spiral with positive pitch angle. The phase gradient, however, is significantly smaller than expected for a logarithmic spiral. Together with the fact of a pitch angle varying with azimuth and with radius we conclude that the magnetic field (and also the optical) spiral structure is not logarithmic.

Detailed inspection of Figure 10 shows that the lowest and highest pitch angles all occur in regions in between the most

prominent spiral arms while the field lines in the arms lie intermediate pitch angles. The field lines seem to turn alternately inwards and outwards from one interarm region to the next. In the bisymmetric field model by Sawa & Fujimoto (1990) pitch angles are always larger in interarm regions. However, NGC 6946 has a multiple-arm structure and shows no sign of a bisymmetric field (see below). Orientation of field lines parallel to the streaming lines in a density-wave potential also can explain the observational result. Polarization studies of many spiral galaxies and better dynamo models are required.

In previous studies NGC 6946 was claimed to host a bisymmetric magnetic field (S1 model). However, the curves in Figure 11 do not give any indication for a doubly periodical variation. Faraday rotation measures over most of the galaxy. The doubly periodical "best fit" for 14-16 kpc radius is of little statistical significance.

Figures 11h and i give the averages in the same annuli 12 kpc as used by Klein et al. (1982) and Harnett et al. (1989). The rotation measures based on $\lambda 18/20$ cm data (Fig. 11h) and on $\lambda 6/20$ cm data (Fig. 11i) are similarly low and hence further confidence to the accuracy of the observations at 10 cm wavelengths. The high rotation measures computed and already discussed with scepticism in the previous papers indeed appear to be not real. The sensitivity of the old $\lambda 2.8$ cm map was too low to obtain reliable polarization vectors. New E-field observations with an improved $\lambda 2.8$ cm system are being read (Ehle et al. in prep.).

Most best-fit curves in Figure 11 are singly periodical with a low amplitude below 10 rad m⁻² out to 12 kpc radius (Table 3). However, this variation cannot be interpreted as an axisymmetric spiral structure (S0 model) of the field because the phases would have to agree with the field pitch angles obtained from Figure 10. The phases have the wrong sign, and the absolute values are much too large and vary strongly with radius. A gradient in foreground rotation can also be excluded on the same grounds. The RM variation seems to be the result of a regionally low rotation measures around 200° azimuthal angle (quadrant) which slightly changes in position and increases in strength moving from the inner to the outer galaxy.

The RM data can best be described by a constant RM of 37±4 rad m⁻² due to the Galactic foreground and possible contribution from a halo in front of NGC 6946, and a strong deviation in the SW quadrant which will be discussed in Section 7.

The low amplitude of the RM variations has to be compared with the equipartition strength of the uniform field as determined from the average polarized intensity (Section 4). With $B_p \approx 0.1$ mG (Table 1) and assuming a thermal gas density of $n_p \approx 0.01$ cm⁻³ as in our Galaxy (Lyne et al. 1985) over an effective path length of 500 pc, we expect a RM amplitude of 14 rad⁻², large compared to the observed. The failure to detect a large-scale direction of the field is difficult to understand because NGC 6946 exhibits properties required to drive a dynamo: strong star formation activity, differential rotation and ionized gas. IC 342 has a rotation curve as NGC 6946 but a clearly axisymmetric structure (Grave & Boek 1988; Krause et al. 1989a). One speculates why such a field could not be detected with the present observations:

- Field components of opposite directions on either side of the plane would yield smaller rotation measures. In case of reversing its sign above and below the plane all rotation measures would be reduced. Field components perpendicular to the

EFFECTO RAZIN

W << y W p

MAGNETIC FIELDS IN RADIO-QUIET QUASARS

R. SCHLICKEISER, A. CRUSIUS-WÄTZEL
Max-Planck-Institut für Radioastronomie
Auf dem Hügel 69
5300 Bonn 1, F.R.G.

As an hypothesis the sharp far-infrared turnovers in the spectra of several radio-quiet galactic nuclei [1-3] are attributed to the modifications of synchrotron emission arising from the presence of a thermal background plasma. We calculate the synchrotron emission from a power-law distribution of relativistic electrons $N(\gamma) = N_0 \gamma^{-s}$ in a large-scale random magnetic field of strength B embedded in a thermal plasma of density n_e . Two major modifications of the classical vacuum theory of synchrotron emission are established [4]:

- A) synchrotron sources can be optically thick only in a small frequency range around the Razin-Tsytoich frequency, $\nu_R = 20 (n_e/\text{cm}^{-3}) (B/\text{G})^{-1}$ Hz, whereas at smaller and higher frequencies the sources are optically thin;
- B) at frequencies above ν_R the synchrotron intensity in a plasma behaves exactly the same way as in the vacuum case, $I(\nu > \nu_R) \propto \nu^{-\alpha}$, $\alpha = (s-1)/2$, whereas at frequencies below ν_R the intensity is exponentially reduced, $I(\nu < \nu_R) \propto \exp(-\nu/\nu_R)$.

Applying these findings to the observations we find:

- 1) the low-frequency exponential cutoff below the Razin-Tsytoich frequency provides an excellent fit to the observed spectra from radio-quiet quasars, if $\nu_R = 2 \cdot 10^{12}$ Hz. The value of ν_R suggests the relation $B = 10^{-11} (n_e/\text{cm}^{-3}) \text{ G}$ between the magnetic field strength and the plasma density in these objects;
- 2) none of the existing observations [1-3] are incompatible with the synchrotron origin of the emission.

References

- [1] Engargiola, G., Harper, D.A., Elvis, M. and Willner, S.P. (1988) *Astrophys. J.* 332, L19-L22.
[2] Edelson, R.A., Gear, W.K.P., Malkan, M.A. and Robson, E.I. (1988) *Nature* 336, 749-751.
[3] Chini, R., Kreysa, E. and Biermann, P.L. (1989) *Astron. Astrophys.* 219, 87-97.
[4] Schlickeiser, R. and Crusius, A. (1989) *IEEE Trans. Plasma Sci.* 17, 245-251.