

## SÔBRE ALGUMAS TÉCNICAS DE PERTURBAÇÃO UTILIZADAS NO PROBLEMA RESSONANTE 3/1

José Manoel Balthazar  
 Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
 Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil

Jean Louis Sagnier e Sylvio Ferraz Mello  
 Instituto Astronômico e Geofísico  
 Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil

Jair Koiller  
 Instituto de Matemática  
 Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Tadashi Yokoyama  
 Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
 Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brasil

**RESUMO.** Trata-se de trabalho relativo ao estudo de soluções formais para o problema ressonante 3/1.

**ABSTRACT.** This work concerns with the study of a particular 3/1 resonant problem for which we have determined formal solutions according to the model belonging to the domain of the Restricted Elliptic Problem of Three Bodies.

**Key words:** ASTEROIDS

**I. PRELIMINARES**

A obtenção de uma solução aproximada, cuja aproximação seja de ordem  $p$  em relação ao pequeno parâmetro  $\epsilon$  ( $|\epsilon| \ll 1$ ) de um sistema hamiltoniano perturbado, representando um determinado problema ressonante em mecânica celeste, pode ser concretizado, através de utilização dos métodos de média:

- (1.) Métodos Jacobianos (Bohlin Von Zeipel, Delaunay Estendido, etc.);
- (2.) Método das Séries de Lie (Método de Hori, etc.) e;
- (3.) Procedimentos Numéricos dos Métodos de Média.

O Método de Hori só é aplicável à problemas ressonantes, cujo sistema auxiliar, correspondente seja completamente integrável; a utilização da operação de Bohlin Von Zeipel implica no conhecimento da equação de ordem  $(p+1)$  com relação à  $\epsilon$  e, os procedimentos numéricos dos métodos não serão objeto de pesquisa deste trabalho.

O método de Delaunay Estendido (Mello,S.F.-1978) resolve os problemas mencionados logo acima.

Em particular, utilizamos este método na pesquisa do problema ressonante 3/1, segundo modelo físico pertencente ao domínio do problema restrito elítico plano ou espacial; no caso do modelo físico ser considerado como circular e plano o problema foi solucionado via método de Hori recentemente por (Yokoyama,T., M.Sato-1986).

**II. O Problema Ressonante 3/1**

O problema ressonante 3/1, consiste na determinação de uma solução aproximada para o movimento orbital de asteróides pertencentes ao "grupo" de Héstia.

O "grupo" de Héstia é um conjunto de asteróides, cujos componentes se caracterizam pela comensurabilidade de razão treis para um existente entre o movimento médio de tais asteróides e o planeta Júpiter.

Para efeito de desenvolvimento da função perturbadora, a única hipótese feita inicialmente foi a de considerar as excentricidades e a inclinação do plano orbital pequenas, mas não nulas e de mesma ordem de grandeza, desenvolvidas até as segundas potências das mesmas. (Balthazar,J.M., S.F.Mello e J.L.Sagnier-1986) completaram o estudo na ordem 1/2 da massa de Júpiter para o problema ressonante 3/1.

Os resultados teóricos principais foram:

(1.) Usando a integral de energia das equações médias, mostrou-se que a longitude do perihélio librava (para excentricidades médias pequenas) ou circulava (para excentricidades médias grandes).

(2.) Os movimentos do ângulo crítico, definido como: 3 vezes a longitude média do perihélio de Júpiter menos a longitude média dos asteróides, considerando mais uma fase lentamente variável são tais que alternam entre circulação e libração e vice-versa.

Da importante propriedade de que o ângulo crítico alterna entre os movimentos de libração e circulação e vice-versa, cogitou-se pesquisar o comportamento caótico do problema ressonante 3/1; este estudo foi efetuado recentemente por (Koiller,J., J.M.Balthazar e T.Yokoyama-1986) via "técnicas de relaxação e funções de Melnikov" numa primeira tentativa de formalização dos critérios de cacs obtidos por (Wisdom,J.-1985).

A pesquisa prossegue no sentido de:

(1.) Explicitar as soluções obtidas;  
 (2.) Através da procura de soluções formais de ordem 1 na massa de Júpiter, nos módulos efetuados por (Sessin,W.-1986) e;

(3.) Da extensão do desenvolvimento da função perturbadora para altas excentricidades.

#### AGRADECIMENTO

Parte deste trabalho foi realizado com o apoio do CNPq. Proc.nº 40.7760/84-FA e CAC-RUNESP. Proc.nº 4621/85.

#### REFERÊNCIAS

- Balthazar, J.M., Mello, S.F. e Sagnier, J.L. 1986, *The Asteroidal 3/1 Resonance Problem. The Formal Solution of Order 1/2*, preprint.  
 Koiller, J., Balthazar, J.M. e Yokoyama, T. 1986, *Relaxation Chaos Phenomena in Celestial Mechanics: I-On Wisdom's Model for the 3/1 Kirkwood Gap*, preprint.  
 Mello, S.F. 1978, *C.R. Acad. Sc. Paris, Ser A*, 286, 969.  
 Sessin, W. 1986, *Celest. Mech.*, to appear.  
 Wisdom, J. 1985, *Icarus*, 63, 272.  
 Yokoyama, T. e Sato, M. 1986, *Celest. Mech.*, to appear.

José Manoel Balthazar - Universidade Estadual Paulista - Deptº de Estatística, Matemática Aplicada e Computacional - Caixa Postal 178 - CEP 13500 - Rio Claro-SP - Brasil.

Jean Louis Sagnier e Sylvio Ferraz Mello - Instituto Astronômico e Geofísico da USP - Caixa Postal 30627 - CEP 01000 - São Paulo-SP - Brasil.

Jair Koiller - Instituto de Matemática - UFRJ - Caixa Postal 68530 - Rio de Janeiro-RJ - Brasil.

Tadashi Yokoyama - Universidade Estadual Paulista - Deptº de Estatística, Matemática Aplicada e Computacional - Caixa Postal 178 - CEP 13500 - Rio Claro-SP - Brasil.